Ejercicio: 2.1	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.1 Tres pescadores han cobrado 4, 6 y 7 piezas respectivamente. Han acordado regalar 2 al barquero y repartirse el resto en partes iguales. ¿Cuántas le corresponden a cada uno?

a) 4.
b) 5.
c) No es un número exacto.

Tenemos que 4+6+7 = 17 piezas.

Regalan 2 al barquero.

Por lo tanto 15/3 = 5.

2.2 Cuatro amigos ponen cada uno 50 euros para acudir a una verbena. Gastan 168 euros, pero les tocan 12 euros en una rifa. ¿Cuánto se le devuelve a cada uno?

a) 11 euros.
b) 12 euros.
c) 9 euros.

Tenemos 4*50 = 200 euros.

Gastan 168, por lo tanto nos quedan 32 y le sumamos 12. Total 44.

A cada uno le devuelven 11 euros.

2.3 ¿De las siguientes operaciones, cuál no permite operar cualquier par de números naturales para obtener un resultado natural?

a) La suma.
b) La resta.
c) La multiplicación.

2.4 ¿De las siguientes operaciones, cuál permite operar cualquier par de números naturales para obtener un resultado natural?

a) La división.
b) La multiplicación.
c) La resta.

2.5 ¿Cuál de los siguientes símbolos no representa el número natural ***seiscientos cinco***?

a) 605
b) DCV
c) CDV

La siguiente tabla muestra los símbolos válidos en el sistema de numeración romano, y sus equivalencias en el sistema decimal:

Romano	Decimal	Nota
I	1	*Unus*
V	5	*Quinque*. V es la mitad superior de X; en etrusco Λ.
X	10	*Decem*
L	50	*Quinquaginta*
C	100	Letra inicial de Centum.
D	500	*Quingenti*. D, es la mitad de la Digamma Φ (como phi).
M	1000	*Mille* Originalmente era la letra Digamma.

Como sistema de numeración $\mathcal{N}=(\mathcal{S},\mathcal{R})$, el inventario de signos es $\mathcal{S}=\{I,V,X,L,C,D,M,\bar{\ }\}$ y el conjunto de reglas $\mathcal{R}$ podría especificarse como:

- Como regla general, los símbolos se escriben y leen de izquierda a derecha, de mayor a menor valor.
- El valor de un número se obtiene sumando los valores de los símbolos que lo componen, salvo en la siguiente excepción.
- Si un símbolo de tipo 1 está a la izquierda inmediata de otro de mayor valor, se resta al valor del segundo el valor del primero. Ej. IV=4, IX=9.
- Los símbolos de tipo 5 siempre suman y no pueden estar a la izquierda de uno de mayor valor.
- Se permiten a lo sumo tres repeticiones consecutivas del mismo símbolo de tipo 1.
- No se permite la repetición de una misma letra de tipo 5, su duplicado es una letra de tipo 10.
- Si un símbolo de tipo 1 aparece restando, sólo puede aparecer a su derecha un sólo símbolo de mayor valor.
- Si un símbolo de tipo 1 que aparece restando se repite, sólo se permite que su repetición esté colocada a su derecha y que no sea adyacente al símbolo que resta.
- Sólo se admite la resta de un símbolo de tipo 1 sobre el inmediato mayor de tipo 1 o de tipo 5. Ejemplos:

  - el símbolo I sólo puede restar a V y a X.
  - el símbolo X sólo resta a L y a C.
  - el símbolo C sólo resta a D y a M.

- Se permite que dos símbolos distintos aparezcan restando si no son adyacentes.

No siempre se respetan estas reglas. En algunas inscripciones, o en relojes, aparece IIII en lugar de IV para indicar el valor 4.

A continuación aparecen algunos ejemplos de números no-válidos en el sistema de numeración romano, y la regla que incumplen.

A continuación aparecen algunos ejemplos de números no-válidos en el sistema de numeración romano, y la regla que incumplen.

Errónea	Correcta	Valor	Motivo
VL	XLV	45	Letra de tipo 5 restando
IIII	IV	4	Más de tres repeticiones de letra tipo 1
VIV	IX	9	Repetición de letra de tipo 5
CMM	MCM	1.900	Letra tipo 1 a la izquierda de dos de mayor valor
IXVI	XV	15	Letra tipo 1 a la izquierda de dos de mayor valor
IVI	V	5	Letra restando y su repetición adyacente al símbolo que resta
XXL	XXX	30	Letra tipo 1 restando y repetida a su izquierda
IC	XCIX	99	Letra I restando a C
IM	CMXCIX	999	Letra I restando a M
IXL	XLI	41	Letras I y X adyacentes y restando
XIL	XXXIX	39	Letras I y X adyacentes y restando

2.6. ¿Cuánto vale la potencia de base 3 y exponente 4?

a) 64.
b) 81.
c) 12.

Solución: $3^4 = 81$

2.7. En el sistema de numeración decimal, el símbolo 372 significa:

a) $3^7 + 7^2$.
b) $3^{100} + 7^{10} + 2$.
c) $3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 2$

Solución: $3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 2$.

2.8. En el sistema de numeración decimal, el símbolo 60008 significa:

a) $6 \cdot 1000 + 8$.
b) $6 \cdot 10000 + 8$.
c) $6 \cdot 10^5 + 8$.

Solución: $6 \cdot 10000 + 8$.

2.9. En el sistema de numeración decimal, el símbolo 20501 significa:

a) $2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^2 + 1$.
b) $2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^3 + 1$.
c) $2 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 1$.

Solución: $2 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^2 + 1$.

2.10. ¿Existe un sistema de numeración en base 21?

a) No, porque 21 no es un número primo.
b) No, porque $21 = 2 \cdot 10 + 1$.
c) Sí, aunque precisa de 21 dígitos distintos.

Solución: Sí, aunque precisa de 21 dígitos distintos.

2.11. En el sistema de numeración en base 6, $(504)_6$ significa:

a) $5 \cdot 36 + 4$.
b) $5 \cdot 18 + 4$.
c) $504 \div 6$.

Solución: $5 \cdot 36 + 4$.

2.12. En el sistema de numeración en base 4, $(243)_4$ significa:

a) $2 \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 + 3$.
b) $2 \cdot 4^2 + 43$.
c) Nada.

Solución: En el sistema de numeración en base 4 tenemos los siguientes dígitos 0, 1, 2, 3.

2.13. En el sistema de numeración binario, $(1001)_2$ representa el número decimal:

a) 9.
b) 11.
c) 7.

Solución: $(1001)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 9$.

	1	0	0	1
2		2	4	8
	1	2	4	9

2.14. En el sistema de numeración binario, $(1011)_2$ representa el número decimal:

a) 7.
b) 11.
c) 9.

Solución: $(1011)_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 11$.

	1	0	1	1
2		2	4	10
	1	2	5	11

2.15. En el sistema de numeración binario, $(10100)_2$ representa el número decimal:

a) 20.
b) 17.
c) 18.

Solución: $(10100)_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 20$.

	1	0	1	0	0
2		2	4	10	20
	1	2	5	10	20

2.16. En el sistema de numeración ternario, $(102)_3$ representa el número decimal:

a) 9.
b) 11.
c) 8.

Solución: $(102)_3 = 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 11$.

	1	0	2
3		3	9
	1	3	11

2.17. En base 3, $(1021)_3$ representa el número decimal:

a) 34.
b) 29.
c) 26.

Solución: $(1021)_3 = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 34$.

	1	0	2	1
3		3	9	33
	1	3	11	34

2.18. En base 5, $(403)_5$ representa el número decimal:

a) 215.
b) 103.
c) 65.

Solución: $(403)_5 = 4 \cdot 5^2 + 0 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^0 = 103$.

	4	0	3
5		20	100
	4	20	103

2.19. En base 7, $(516)_7$ representa el número decimal:

a) 258.
b) 117.
c) 196.

Solución: $(516)_7 = 5 \cdot 7^2 + 1 \cdot 7^1 + 6 \cdot 7^0 = 258$.

	5	1	6
7		35	252
	5	36	258

2.20. En base 16, $(190)_{16}$ representa el número decimal:

a) 612.
b) 476.
c) 400.

Solución: $(190)_{16} = 1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 400$.

	1	9	0
16		16	400
	1	25	400

2.21. En el sistema hexadecimal, si A es el símbolo para la cifra 10, A20 es el número decimal:

a) 2592.
b) 4016.
c) No tiene sentido.

Solución: $(A20)_{16} = 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 2592$.

	A	2	0
16		160	2592
	10	162	2592

2.22. En el sistema de numeración binario, el número decimal 311 se expresa:

a) $(10100011)_2$.
b) $(100110111)_2$.
c) $(110001101)_2$.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $(100110111)_2$

2.23. En base 2, ¿con cuántos dígitos se escribe el número decimal 107?:

a) 7.
b) 8.
c) 9.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $107 = (1101011)_2$, 7 dígitos.

2.24. El número de dígitos de la expresión binaria del número decimal 56 es:

a) 5.
b) 6.
c) 8.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $56 = (111000)_2$, 6 dígitos.

2.25. El número de cifras de la expresión ternaria del número decimal 214 es:

a) 4.
b) 5.
c) 6.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $214 = (21221)_3$, 5 dígitos.

2.26. En base 3, el número decimal 108 tiene

a) 6 cifras.
b) 4 cifras.
c) 5 cifras.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $108 = (11000)_3$, 5 dígitos.

2.27. La expresión en base 7, el número decimal 192

a) Contiene la cifra 6.
b) Contiene la cifra 4.
c) Contiene la cifra 2.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $192 = (363)_7$, contiene la cifra 6.

2.28. La expresión en base 5, el número decimal 355

a) No contiene la cifra 2.
b) No contiene la cifra 3.
c) No contiene la cifra 4.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $355 = (2410)_5$, no contiene la cifra 3.

2.29. La expresión en base 30, el número decimal 511 tiene

a) 2 cifras.
b) 3 cifras.
c) 4 cifras.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $511 = ([17]1)_{30}$, 2 cifras.

2.30. ¿Cuál es la expresión en base 7 del número hexadecimal $(18)_{16}$?

a) $(41)_7$.
b) $(36)_7$.
c) $(33)_7$.

Solución: Pasamos: $(18)_{16} = 24_{10}$, y dividiendo $24_{10} = (33)_7$

	1	8
16		16
	1	24

2.31. ¿Cuántas cifras tiene la expresión en base 3 de $(140)_5$?

a) 3.
b) 4.
c) 5.

Solución: Pasamos: $(140)_5 = 45_{10}$, y después dividiendo pasamos

$45_{10} = (1200)_3$, tiene 4 cifras.

	1	4	0
5		5	45
	1	9	45

2.32. Si el número 101 se representa como $(65)_x$ la base x vale

a) 16.
b) 14.
c) 12.

Solución: Planteamos la ecuación $6x+5=101$; $x=\dfrac{101-5}{6}=16$

Otra forma de resolverlo, vamos probando todas las respuestas:

$(65)_{16} = 6\cdot 16^1 + 5\cdot 16^0 = 101$

	6	5
16		96
	6	101

2.33. Si *a, b y c* son números naturales y $c = a \cdot b$, es incorrecto decir que

a) *a* divide a *c*.
b) *c* es múltiplo de *b*.
c) *a* es múltiplo de *c*.

Solución: *a* es múltiplo de *c*.

2.34. 121 es un número

a) primo.
b) compuesto.
c) Múltiplo de 7.

Solución: $121 = 11 \cdot 11$, es un número compuesto.

2.35. 131 es un número

a) primo.
b) compuesto.
c) Divisible por 7.

Solución: es un número primo.

2.36. Un número es divisible por 2

a) Si la suma de sus cifras es par.
b) Si la última cifra es par.
c) Si tiene alguna cifra par.

Solución: Si la última cifra es par.

2.37. Un número es divisible por 3

a) Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
b) Si la última cifra es múltiplo de 3.
c) Si tiene alguna cifra es múltiplo de 3.

Solución: Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

2.38. El número de factores primos de 154 es

a) 2.
b) 3.
c) 4.

Solución: la descomposición en factores primos es $154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$, 2.39. Los factores primos de 105 suman

a) 15.
b) 18.
c) 21.

Solución: la descomposición en factores primos es $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, $3+5+7=15$

2.40. El número de factores primos diferentes de 117 es

a) 1.
b) 2.
c) 3.

Solución: la descomposición en factores primos es $117 = 3 \cdot 3 \cdot 13$, diferentes son 3 y 13.

2.41. La descomposición en factores primos de 2548

a) Tiene 3 factores distintos.
b) Tiene 3 factores iguales.
c) Tiene, en total, 4 factores.

Solución: la descomposición en factores primos es $2548 = 2^2 \cdot 7^2 \cdot 13$, diferentes son 2, 7 y 13.

2.42. La descomposición en factores primos de 925

a) Tiene 3 factores distintos.
b) Tiene 3 factores iguales.
c) Tiene un sólo factor repetido.

Solución: la descomposición en factores primos es $925 = 5^2 \cdot 37$, el factor 5 está repetido.

2.43. Si el producto de dos números es divisible por 6

a) Algunos de ellos es divisible por 6.
b) Ambos son divisibles por 6.
c) Alguno de ellos es par.

Solución: Alguno de ellos es par.

$4 \cdot 9 = 36$ que es divisible entre 6, pero ni 4 ni 9 se pueden dividir entre 6.

2.44. Si $a \cdot b$ es divisible por 5

a) *a* es divisible por 5 o *b* es divisible por 5.
b) *a* y *b* son ambos divisibles por 5.
c) $a+b$ es divisible por 5.

Solución: *a* es divisible por 5 o *b* es divisible por 5.
$3 \cdot 5 = 15$, 15 es divisible entre 5, pero 3 no es ni $3+5=8$ se pueden dividir entre 5.

2.45. El número de divisores comunes de 18 y 27 es

a) 3.
b) 2.
c) 1.

Solución: $18 = 2 \cdot 3^2$; $27 = 3^3$. Los divisores comunes son el 1, 3 y 9.

2.46. Los divisores de 28

a) Son 3.
b) Suman 56.
c) Son todos pares, salvo el 1.

Solución: Los factores son $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; Los divisores comunes son el 1, 2, 4, 7, 14 y 28. Los divisores suman 56.

2.47. Divisores comunes de 90 y 150 hay:

a) 6.
b) 8.
c) 9.

Solución: Hay 8 divisores comunes**, c**alculo los factores primos:

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$
$$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Los divisores son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30.

1, está claro es divisor de cualquier número.
2, es un factor primo común en 90 y 150 y además es divisor porque deja como resto 0.
3, es un factor primo común en 90 y 150 y además es divisor porque deja como resto 0.
5, es un factor primo común en 90 y 150 y además es divisor porque deja como resto 0.
6 = 2·3, son dos factores primos comunes en 90 y 150 y además el 6 es divisor porque deja como resto 0.
10 = 2·5, son dos factores primos comunes en 90 y 150 y además el 10 es divisor porque deja como resto 0.
15 = 5·3, son dos factores primos comunes en 90 y 150 y además el 15 es divisor porque deja como resto 0.
30 = 2·3·5, son dos factores primos comunes en 90 y 150 y además el 30 es divisor porque deja como resto 0. y además es el máximo común divisor de 90 y 150.
4 no puede ser porque no esta en la descomposición de factores primos, no tienes ningún 2^2 comunes a ambos números.

2.48. El máximo común divisor de 60 y 90

a) Es primo.
b) Tiene dos factores primos.
c) Tiene tres factores primos.

Solución: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$**;** $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $mcd(60, 90) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

2.49. El máximo común divisor de 414 y 575

a) Es primo.
b) Tiene dos factores primos.
c) Es 1.

Solución: $414 = 2 \cdot 3^2 \cdot 23$**;** $575 = 5^2 \cdot 23$ y $mcd\left(414, 575\right) = 23$ que es primo

2.50. El máximo común divisor de 156 y 204

a) Es mayor que 15.
b) Es menor que 10.
c) Es menor que 18.

Solución: $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$**;** $204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$ y $mcd\left(156, 204\right) = 2^2 \cdot 3 = 12$, es menor que 18.

2.51. El mínimo común múltiplo de 465 y 558

a) Es mayor que 3000.
b) Es menor que 3200.
c) Tiene 6 factores primos.

Solución: $465 = 3 \cdot 5 \cdot 31$**;** $558 = 2 \cdot 3^2 \cdot 31$ y $mcm\left(465, 558\right) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 31 = 2790$, es menor que 3200.

2.52. El mínimo común múltiplo de 84 y 126

a) Es mayor que 260.
b) Es menor que 240.
c) Tiene 5 factores primos.

Solución: $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$**;** $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$ y $mcm\left(84, 126\right) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252$, tiene 5 factores primos.

2.53. Dos números naturales son primos entre sí cuando

a) No tienen factores primos comunes.
b) Su *mcd* es mayor que 1.
c) Alguno es primo.

Solución: No tienen factores primos comunes, el *mcd* es 1.

2.54. El producto de dos números es 432 y su *mcd* es 9, su *mcm* será

a) 56.
b) 48.
c) 28.

Solución: Utilizamos la expresión $a \cdot b = mcm\left(a, b\right) \cdot mcd\left(a, b\right)$; $432 = mcm\left(a, b\right) \cdot 9$; $mcd\left(a, b\right) = \frac{432}{9} = 48$

2.55. El producto del *mcd* y el *mcm* de los números 18 y 62 es igual

a) Al mínimo común múltiplo.
b) Al doble del mínimo común múltiplo.
c) Al triple del mínimo común múltiplo.

Solución: $18 = 2 \cdot 3^2$; $62 = 2 \cdot 31$; $mcd\left(18,62\right) = 2$; $mcm\left(18,62\right) = 2 \cdot 3^2 \cdot 31 = 558$

$558 \cdot 2 = 1116$ que es el doble del mínimo común múltiplo.

2.56. El saldo de una cuenta es 2500 euros, pero se ha domiciliado el pago de 12 mensualidades de 300 euros correspondientes a una compra. Sin más movimientos en la cuenta, el saldo final será

a) 100 euros.
b) – 1100 euros.
c) – 500 euros.

Solución: $12 \cdot 300 = 3600$; $2500 - 3600 = -1100$

2.57. Si el producto de dos números enteros es positivo,

a) Son ambos positivos.
b) Son ambos negativos.
c) Son ambos positivos o ambos negativos.

Solución: Son ambos positivos o ambos negativos, $4 \cdot 7 = 28, (-4) \cdot (-7) = 28$.

2.58. Si el producto de dos números enteros es negativo,

a) Son ambos negativos.
b) Son números opuestos.
c) Alguno es positivo.

Solución: Para que la respuesta ***b*** fuese correcta tendría que ser siempre cierta la afirmación siguiente:

"Si el producto de dos números enteros ***a*** y ***b*** es negativo entonces ***a*** es igual al opuesto de ***b***"

Claramente esta afirmación no es cierta en general: El producto de ***a*** y ***b*** puede ser negativo y no tiene por qué ser necesariamente al opuesto de ***b***.

Por ejemplo si ***a = 2*** y ***b = -5*** su producto ***a*b = -10*** y ***a*** no es el opuesto de ***b***.

Otra cosa diferente es la afirmación en el otro sentido:

"El producto de un número por su opuesto es siempre negativo".
Esta afirmación sí es cierta siempre, pero esto no es lo que dice la pregunta.
De las tres alternativas de la pregunta la única que es cierta, en general, es decir sean cuales sean los números a y b, es la alternativa c). En efecto, si el producto de a y b es negativo de lo único que podemos estar seguros es que uno de ellos, bien sea a o bien sea b ha de ser positivo. ¿Por qué? Muy sencillo: las otras posibles alternativas que pueden darse con respecto al signo de a y b son: que ambos sean positivos o que ambos sean negativos. En cualquiera de los dos casos el producto sería positivo por lo que no se cumpliría el enunciado de la pregunta.

2.59. Si la diferencia de dos números enteros, $a-b$, es negativa,

a) No puede ser *a* positivo y *b* negativo.
b) No pueden ser ambos negativos.
c) No pueden ser ambos positivos.

Solución: No puede ser *a* positivo y *b* negativo.

Pueden ser ambos positivos: $3-5=-2$
Pueden ser ambos negativos: $(-7)-(-4)=-3$
Puede ser *a* negativo y *b* positivo: $(-8)-(2)=-10$
Lo que no puede ocurrir es que a sea positivo y b negativo: $1-(-2)=3$

2.60. El producto de los opuestos de dos números enteros es igual,

a) Al opuesto del producto de ambos.
b) Al producto de sus valores absolutos.
c) Al producto de ambos.

Solución: Al producto de ambos.

Por la regla de los signos tenemos que $(-a)\cdot(-b)=a\cdot b$

Por ejemplo: $a=-3$ y $b=5$

$(-a)\cdot(-b)=3\cdot(-5)=-15$
$a\cdot b=(-3)\cdot 5=-15$
$|a|\cdot|b|=3\cdot 5=15$

2.61. Si *a* es un número negativo, $-a^2$ es,

a) Positivo.
b) Negativo.
c) Positivo o negativo según sea el signo de *a*.

Solución: Negativo. a^2 es positivo y $-a^2$ es negativo.

2.62. Si *a* y *b* son números enteros, a^2b-ab^2 es igual,

a) $ab\cdot(a-b)$.
b) $(a^2-b^2)\cdot(b-a)$.
c) $(a-b)\cdot(a+b)$.

Solución: $ab\cdot(a-b)=a^2\cdot b-a\cdot b^2$.

2.63. Dos fracciones $\frac{x}{y}$ y $\frac{m}{n}$ son equivalentes si

a) $\frac{x \cdot m}{y \cdot n} = -1$.

b) $\frac{x \cdot n}{y \cdot m} = 1$.

c) $\frac{x \cdot m}{y \cdot n} = 1$.

Solución: $\frac{x \cdot n}{y \cdot m} = 1$

2.64. La fracción $78/91$ es equivalente a

a) $6/7$.

b) $4/7$.

c) $7/9$.

Solución: $\frac{78 \cdot 7}{91 \cdot 6} = \frac{546}{546} = 1$

2.65. La fracción $17/9$ no es equivalente a

a) $119/63$.

b) $238/135$.

c) $323/171$.

Solución: $\frac{17 \cdot 135}{9 \cdot 238} = \frac{2295}{2142} = 1,0714$

2.66. La suma de las fracciones $5/14$ y $8/21$ vale

a) $20/28$.

b) $40/54$.

c) $31/42$.

Solución: $mcm(14,21) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ **;** $\frac{5}{14} + \frac{8}{21} = \frac{15+16}{42} = \frac{31}{42}$

2.67. La diferencia de las fracciones 8/35 y 11/42 vale

a) -1/30.
b) -3/84.
c) -7/212.

Solución: Una forma de hacerlo:

$$\frac{8}{35}-\frac{11}{42}=\frac{(8\cdot 42)-(35\cdot 11)}{35\cdot 42}=\frac{336-385}{1470}=\frac{-49}{1470}=\frac{-1}{30}$$

Otra forma:

El *mcm* de 35 y 42 es 210

$$\frac{8}{35}-\frac{11}{42}=\frac{48-55}{210}=\frac{-7}{210}=\frac{-1}{30}$$

2.68. El producto $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)$ es igual a

a) $9/24$.
b) $13/36$.
c) $0,361$.

Solución: $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)=\left(\frac{13}{15}\right)\cdot\left(\frac{5}{12}\right)=\frac{65}{180}=\frac{13}{36}=0,36\widehat{1}$.

2.69. El producto $\left(\frac{11}{6}-\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\right)$ es igual a

a) $1,367$.
b) $43/24$.
c) $41/30$.

Solución: $\left(\frac{11}{6}-\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{41}{24}\right)\div\left(\frac{5}{4}\right)=\frac{164}{120}=\frac{41}{30}=1,3\widehat{6}$.

Ejercicio: 2.70	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.70 En cierto curso la proporción de chicas es 3/5; entre las chicas, una de cada tres no practica ningún deporte y, entre los chicos, la fracción de deportistas es 7/11. ¿Cuál es la proporción de deportistas en el curso?

a) 27/35.
b) 36/55.
c) 18/25.

Chicas deportistas $\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{5}$

Chicos deportistas $\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{11}=\frac{14}{55}$

Total de alumnos deportistas $\frac{2}{5}+\frac{14}{55}=\frac{36}{55}$

Ejemplo 1:

En una clase hay 10 alumnos, de los cuales la mitad, es decir $\frac{1}{2}$, o el 50%, practican deporte. ¿Cuántos alumnos practican deporte?

En este caso vemos que son 5.

¿Cómo obtengo 5? Multiplicando $10\cdot\frac{1}{2}=5$, también es cierto que el 50% de 10 es 5.

En la tutoría proponíais que había que restar $\frac{1}{2}$ a 10, en ese caso obtendríamos 9,5. Que no es correcto.

Ejemplo 2:

En una clase hay 10 alumnos, de los cuales la mitad, es decir $\frac{1}{2}$, o el 50%, practican deporte. Y también hay 18 alumnas de las que $\frac{1}{3}$ practican deporte, ¿Cuántos alumnos y alumnas practican deporte?

Por un lado tenemos los alumnos $10\cdot\frac{1}{2}=5$

Por otro tenemos las alumnas $18\cdot\frac{1}{3}=6$

Sumando el total tenemos 11 deportistas.

2.71 En un club participan 4/7 de miembros activos, 2/7 de jubilados y 1/7 de parados. Los jubilados sólo pagan la mitad de la cuota y los parados la cuarta parte. ¿Qué proporción de los ingresos aportan los miembros activos?

a) 16/21.
b) 19/28.
c) 29/42.

A la cuota la llamamos ***x*.**

Miembros activos $\frac{4}{7}\cdot x=\frac{4x}{7}$

Miembros jubilados $\frac{2}{7}\cdot\frac{x}{2}=\frac{x}{7}$

Miembros parados $\frac{1}{7}\cdot\frac{x}{4}=\frac{x}{28}$

La recaudación total es $\frac{4x}{7}+\frac{x}{7}+\frac{x}{28}=\frac{21x}{28}$

Haciendo una regla de tres tenemos que:

Si $\frac{21x}{28}$ es igual a la totalidad de los miembros $\frac{4}{7}+\frac{2}{7}+\frac{1}{7}=\frac{7}{7}=1$

Los $\frac{4x}{7}$ que es la parte de los miembros activos es igual a x

$$\left.\begin{array}{cc}\frac{21x}{28} & 1\\ \frac{4x}{7} & x\end{array}\right\}=x=\frac{\frac{4x}{7}\cdot 1}{\frac{21x}{28}}=\frac{16}{21}$$

```
de 7 miembros, 4 son activos y aportan 4 cuotas (1 cada uno)
de 7 miembros , 2 son jubilados y aportan 1 cuota (0.5 cada uno)
de 7 miembros, 1 es parado, y aporta 0.25 cuota

En resumen los 7 miembros aportan 5.25 cuotas (4+1+0.25)
De ellas, 4 son de los activos,

luego su proporción es 4/5.25 que equivale a 16/21.
```

2.72 La expresión decimal de la fracción 11/81

a) Tiene un período compuesto por 9 cifras.
b) Tiene un período compuesto por 10 cifras.
c) Tiene un período compuesto por 12 cifras.

Hacemos la división: $\frac{11}{81}=0,\overset{\frown}{135802469}$

2.73 El número 2,051051051... es la expresión decimal de una fracción con numerador

a) 321.
b) 683.
c) 911.

Método 1:

$$2,\overset{\frown}{051}$$

$$\begin{array}{r} x = \quad 2,051... \\ 1000x = 2051,051... \\ \hline 999x = 2049 \end{array} \qquad x=\frac{2049}{999}=\frac{683}{333}$$

Método 2:

$$\frac{2051-2}{999}=\frac{2049}{999}=\frac{683}{333}$$

2.74 El número 3,5233233233... es la expresión decimal de una fracción con denominador

a) 1645.
b) 2325.
c) 4995.

Método 1:

$$3,5\overset{\frown}{233}$$

$$\begin{array}{r} x = \quad 3,5233... \\ 10000x = 35233,233... \\ 10x = \quad 35,233... \\ \hline 9990x = 35198 \end{array} \qquad x=\frac{35198}{9990}=\frac{17599}{4995}$$

Método 2:

$$\frac{35233-35}{9990}=\frac{35198}{9990}=\frac{17599}{4995}$$

2.75 Un impuesto sobre los carburantes obliga a pagar el 1,6% de la cantidad gastada en su consumo. Si se decide rebajar el impuesto un 5%, ¿cuánto es el impuesto posterior a la rebaja?

a) -4,4%.
b) 0,08%.
c) 1,52%.

El impuesto del carburante es 1,6%, por lo tanto de cada 100 € pagamos 1,6 € de impuestos, ahora sobre este impuesto, 1,6%, nos reducen el 5%, esto quiere decir que en vez de pagar el 100% del impuesto del 1,6% pagaré el 95%, es decir:

$1,6 \cdot 0,95 = 1,52\%$ es el impuesto final que pagaríamos.

2.76 El precio de cierto producto subió un 4% durante el verano y un 6% más durante el otoño. La subida total en ambas estaciones ha sido del

a) 10%.
b) 10,24%.
c) 4,6%.

Tenemos un primer incremento del 4%, es decir que multiplicamos por 1,04 el producto.
Tenemos un segundo incremento del 6%, es decir que multiplicamos por 1,06 el producto, pero tenemos que tener en cuenta que ya había una subida de 4%, esto quiere decir que estamos aplicando el segundo porcentaje sobre el primero.

$$1,04 \cdot 1,06 = 1,1024$$

La subida total es del 10,24%

2.77 Un producto contiene un 11% de grasas, de las cuales el 23% son grasas saturadas. El porcentaje de grasas saturadas en el producto es entonces

a) 2,53%.
b) 34%.
c) 12%.

De cada 100 gramos el 11% son grasas, es decir 11 gramos. De estos 11 gramos el 23% son grasas saturadas, es decir 11 gramos multiplicado por 0,23,

$11 \cdot 0,23 = 2,53\%$

2.78 En una población de 83500 habitantes hay un 7,2% de inmigrantes. Entonces hay

a) 93,8% de nativos.
b) 6012 inmigrantes.
c) 77408 nativos.

La población es de 83500 habitantes y el 7,2% son inmigrantes, por lo tanto:

$83500 \cdot 0{,}072 = 6012$

2.79 Los beneficios de una empresa aumentaron un 2,7% en 2007, pero disminuyeron un 6,1% en 2008. En total la variación ha sido de

a) -3,4%.
b) -3,17%.
c) -3,57%.

En el 2007 los beneficios aumentan un 2,7% es decir que se multiplican por 1,027.
En el 2008 los beneficios disminuyen un 6,1% es decir que se multiplican por 1 - 0,061 = 0,939.

En total tenemos 1,027 · 0,939 = 0,9643, que es el porcentaje que nos queda desde el 2007. Ahora tenemos un 96,43% de lo que era en un principio, por lo tanto la variación es 96,43% - 100% = -3,57

2.80 Si un ordenador costaba 1350 euros hace seis años y ahora cuesta 899 euros, la variación en el precio ha sido del

a) -50,16%.
b) -33,40%.
c) -45,10%.

$$\%variación = \frac{medida\ actual - medida\ anterior}{medida\ anterior} \cdot 100$$

$$\%variación = \frac{899 - 1350}{1350} \cdot 100 = -33{,}40\%$$

2.81 Una empresa de autobuses sube el 7% sus tarifas y como consecuencia el número de viajeros disminuye el 9%. Su recaudación

a) Ha bajado un 2,63%.
b) Ha bajado un 6,3%.
c) Ha bajado un 2%.

Cuando nos dicen que algo aumenta un 7%, lo que estás pagando en realidad es el 107% del producto, es decir el producto original que es el 100% más el 7% nuevo.

Por eso se multiplica por 1,07.

Por otro lado nos dicen que a causa de esta subida disminuye un 9% el uso por parte de los viajeros, ¿qué quiere decir esto?, pues que si antes de la subida viajaban el 100% de viajeros ahora viajan el 91%, es decir el 100% menos el 9%.

Por eso multiplicamos por 0,91.

Resumiendo $1,07 \cdot 0,91 = 0,9793$. ¿y qué es esto?, pues la recaudación que se hace después de haber aplicado estos dos porcentajes.

Pero esto no es lo que nos piden, sino lo que baja la recaudación.

Pues bien si antes de aplicar los impuestos se recaudaba el 100% y ahora el 97,93%, esto quiere decir que ha bajado un 2,63 %.

2.82 Un supermercado hace una oferta del tipo "lleve tres y pague dos". Ello supone una rebaja en el precio del producto del

a) 25%.
b) 33,33%.
c) 66,66%.

Si me llevo 3 y pago 2, eso quiere decir que me rebajan 1/3, es decir un 33,33%

2.83 El precio de una barra de pan sube el 3%, pero simultáneamente el peso de la barra disminuya el 5%. La subida real del precio del pan ha sido del

a) 8%.
b) 8,42%.
c) 8,15%.

El precio del pan sube un 3%, es decir 1,03.
El peso disminuye un 5%, es decir que ahora tenemos 0,95.

Por lo tanto el precio por peso será

$$\frac{1,03}{0,95} = 1,0842 \qquad (1,0842 - 1) \cdot 100 = 8,42\%$$

Esto quiere decir que ha aumentado un 8,42%

2.84 Un avión tiene una octava parte de plazas de primera clase y el resto de clase turista. Si el 60% de las plazas de primera están vacías y el 85% de las plazas de clase turista está ocupada, ¿cual es la proporción de plazas ocupadas en el avión?

a) 72,525%.
b) 75,45%.
c) 79,375%.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{8}\ \textit{primera clase} \cdot 40\% = 0,05 \\ \frac{7}{8}\ \textit{clase turista} \cdot 85\% = 0,7437 \end{array}\right\} 0,7937 \cdot 100 = 79,375$$

2.85 El 60% de una huerta se dedica a producir patatas y el resto se reparte entre tomates y pimientos, en una proporción de 2 a 1. Por unidad de superficie, el pimiento da una rentabilidad superior en un 70% a la patata; y el tomate una rentabilidad superior en un 110% a la del pimiento. Respecto a la cantidad que se obtendría cultivando sólo patatas, ¿en que proporción se ha aumentado la productividad con el reparto efectuado?

a) 77,87%.
b) 62,54%.
c) 46,33%.

El 60% del huerto se dedica a las patatas, eso son $60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

Por otro lado tenemos que el resto del huerto, es decir $\frac{2}{5}$ se reparte entre tomates y pimientos en una proporción de $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{3}$

De momento tenemos lo siguiente:

$\frac{3}{5}$	Patatas
$\frac{2}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{15}$	Tomates
$\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$	Pimientos

El pimiento produce un 70% más que la patata, es decir 1,7 y
El tomate produce un 110% más que el pimiento, es decir 2,1.

En total resulta

$$\frac{3}{5}+\left(\frac{4}{15}\cdot 2{,}1\cdot 1{,}7\right)+\left(\frac{2}{15}\cdot 1{,}7\right)=1{,}7787$$

Es decir que ha aumentado un 77,87%

NOTA:

Porque si tenemos el 70% lo multiplicamos por 1,7.

De esta manera obtenemos el porcentaje del 70% + la cantidad sobre la que se aplica, por ejemplo:

Si tenemos 100€ y ganamos un 70%, quiere decir que hemos ganado 70€ quiere decir que tenemos 100€ + 70€ = 170€, esto también se consigue al multiplicar por 1,7 a la cantidad 100.

Lo del 110% del tomate es lo mismo, si tenemos 100€ y ganamos un 110% quiere decir que tenemos un total de 210. Esto se obtiene multiplicando a 100 por 2,1.

Ejercicio: 2.86	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.86 Si en una pareja el sueldo de uno de ellos es el 135% del sueldo del otro, el segundo aporta una proporción de los ingresos de la pareja igual al:

a) 37,85%.
b) 38,45%.
c) 42,55%.

El sueldo del segundo es ***x***

El primero gana 1,35***x***

Entre los dos ingresan 2,35 ***x***

La aportación del segundo supone una proporción de $\frac{x}{2,35x} = 0,4255$ de los ingresos globales.

$$\left.\begin{array}{ll} 2,35x & 1 \\ x & ? \end{array}\right\} x = \frac{x \cdot 1}{2,35x} = 0,4255$$

2.87 De una tarta un niño se come 5/6 de la cuarta parte; su hermano se come primero 1/9 de la tarta y más tarde una propina de 3/24. ¿Quién ha comido más?

a) El primero.
b) El segundo.
c) Los dos igual.

El primero $\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{24}=0,208$

El segundo $\frac{1}{9}+\frac{3}{24}=\frac{17}{72}=0,236$

2.88 Cierta cantidad de dinero se reparte en tres sobres. El primero contiene una proporción 16/49, el segundo 21/62 y el tercero el resto. ¿Cuál de los tres sobres contiene una cantidad intermedia entre los otros dos?

a) El primero.
b) El segundo.
c) El tercero.

$$1-\frac{16}{49}-\frac{21}{62}=\frac{1017}{3038}$$

El primero $\frac{16}{49}=0,326$

El segundo $\frac{21}{62}=0,338$

El tercero $\frac{1017}{3038}=0,334$

Ejercicio: 2.89	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.89 Tres envases de guisantes contienen 200 gr., 275 gr., y 350 gr. Respectivamente. Se venden cada uno a un precio de 1,4 €, 2 €, y 2,5 €. ¿Cuál es el más económico?

a) El de 200 gr.
b) El de 275 gr.
c) El de 350 gr.

$$\left.\begin{array}{rr} 200gr & 1,4€ \\ 1000gr & x \end{array}\right\} x = 7€$$

$$\left.\begin{array}{rr} 275gr & 2€ \\ 1000gr & x \end{array}\right\} x = 7,2€$$

$$\left.\begin{array}{rr} 350gr & 2,5€ \\ 1000gr & x \end{array}\right\} x = 7,14€$$

Ejercicio: 2.90	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.90 ¿Cuál de los siguientes números es irracional?

a) $\sqrt{3}/\sqrt{48}$
b) $\sqrt{49}/\sqrt{100}$
c) $\sqrt{5}/\sqrt{40}$

Número irracional: es un número decimal infinito no periódico. $\sqrt{2}$, π , etc…

$\sqrt{3}/\sqrt{48} = \frac{1}{4} = 0,25$ Es racional.

$\sqrt{49}/\sqrt{100} = \frac{7}{10} = 0,7$ Es racional.

$$\sqrt{5}/\sqrt{40} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 8}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 2^3}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2}}$$

En la respuesta c se llega a la conclusión que como $\sqrt{2}$ es irracional lo es esta fracción.
Para llegar al resultado primero descompone 40 en 5·8,
Luego 8 es igual a 2^3,
Y como tenemos una raíz cuadrada es decir que tiene un índice de 2, podemos sacar fuera de la raíz 2^2 y dejar un 2 dentro de la raíz,
Después podemos separar las raíces en raíz de 5 y raíz de 2,
Y por último las dos raíces de 5 se van, ya que hay una en el numerador y otra en el denominador.

2.91 ¿Cuál de los siguientes números NO es irracional?

a) $\sqrt{8/9}$
b) $\sqrt{49/100}$
c) $\sqrt{8/36}$

Número irracional: es un número decimal infinito no periódico. $\sqrt{2}$, π, etc…

$\sqrt{8/9} = 0{,}942809041582063365867\ldots\ldots\ldots\ldots.$
$\sqrt{49/100} = 0{,}7$
$\sqrt{8/36} = 0{,}47140452079103168293389\ldots\ldots.$

2.92 Si x e y son números reales tales que $x < y$ la desigualdad $3x < 5y$

a) Es cierta.
b) Es falsa.
c) Depende de los valores de x e y.

Solución:

Con $x = 2$ e $y = 3$, se cumple que:

$3x = 6 < 5y = 15$.

Pero con $x = -5$ e $y = -4$, resulta $3x = -15$ y $5y = -20$ y no es cierto que $3x < 5y$.

2.93 Si x e y son números reales tales que $x < y$, la desigualdad $x - 3/7 < y - 2/5$

a) Es cierta.
b) Es falsa.
c) Depende de los valores de *x* e *y*.

Tenemos como condición que los números reales *x* < *y*, por otro lado tenemos:

$x - \frac{3}{7} < y - \frac{2}{5}$ Que dividiendo las fracciones es lo mismo que:

$x - 0,428 < y - 0,4$

Teniendo en cuenta que *x* < *y* hacemos unos ejemplos:

$$\begin{array}{l} 2 - 0,428 < 3 - 0,4 \\ 1,572 < 2,6 \end{array}$$ Vemos que se cumple.

$$\begin{array}{l} 3 - 0,428 < 4 - 0,4 \\ 2,572 < 3,6 \end{array}$$ Vemos que se cumple.

Si seguimos viendo ejemplos, se cumplen para todo, por lo tanto es cierta la desigualdad

2.94 Si x e y son números reales tales que $x < y$, la desigualdad $x - 7/4 < y - 9/5$

a) Es cierta.
b) Es falsa.
c) Depende de los valores de *x* e *y*.

Tenemos como condición que los números reales *x* < *y*, por otro lado tenemos:

$x - \frac{7}{4} < y - \frac{9}{5}$ Que dividiendo las fracciones es lo mismo que:

$x - 1,75 < y - 1,8$

Teniendo en cuenta que *x* < *y* hacemos unos ejemplos:

$$\begin{array}{l} 2 - 1,75 < 4 - 1,8 \\ 0,25 < 2,2 \end{array}$$ Vemos que se cumple.

$$\begin{array}{l} 1,76 - 1,75 < 1,77 - 1,8 \\ 0,01 \not< -0,03 \end{array}$$ Vemos que NO se cumple.

El truco está en que la diferencia entre 1,75 y 1,8 es 0,05 si tomamos valores cuya diferencia sea menor o igual que 0,05 vemos que no se cumple como son los número reales 1,76 para *x*, 1,77 para *y*.

2.95. $2^5 \cdot 5^5$ es igual a

a) 7^5.
b) 10^5.
c) 10^{10}.

Solución: 10^5.

2.96. $\left(5^2\right)^4 \cdot \left(6^4\right)^2$ es igual a

a) 30^6.
b) 30^8.
c) 11^6.

Solución: $5^8 \cdot 6^8 = 30^8$.

2.97. $2^4 \cdot 4^3$ es igual a

a) 2^{10}.
b) 8^7.
c) 6^{12}.

Solución: $2^4 \cdot \left(2^2\right)^3 = 2^4 \cdot 2^6 = 2^{10}$.

2.98. $\left(8^{-2}\right)^{-4} \Big/ \left(4^2\right)^{-2}$ es igual a

a) 2^4.
b) 2^{12}.
c) 2^{32}.

Solución: $\left(8^{-2}\right)^{-4} \Big/ \left(4^2\right)^{-2} = 8^8 / 4^{-4} = \left(2^3\right)^8 \Big/ \left(2^2\right)^{-4} = 2^{24} / 2^{-8} = 2^{32}$.

2.99. $3^{2/3} \cdot 9^{1/6}$ es igual a

a) 3.
b) $2^{1/2}$.
c) $2^{3/2}$.

Solución: $3^{2/3} \cdot 9^{1/6} = 3^{2/3} \cdot \left(3^2\right)^{1/6} = 3^{2/3} \cdot 3^{2/6} = 3^{2/3} \cdot 3^{1/3} = 3^1 = 3$.

2.100. $\sqrt{20}+\sqrt{80}-\sqrt{45}$ es igual a

a) $\sqrt{55}$.
b) $\sqrt{45}$.
c) $4\sqrt{5}$.

Solución:

$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\sqrt{80}=4\sqrt{5}$
$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

Tenemos que $(2+4-3)\sqrt{5}=3\sqrt{5}$

2.101. $24^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$ es igual a

a) $4^5\cdot\sqrt{3}$.
b) $4\left(6^{5/2}-6^{3/2}\right)$.
c) $2^6\cdot 3$.

Solución:

$24^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$
$(4\cdot 6)^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$
$4^{5/2}\cdot 6^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$
$4^{5/2}\cdot 6^{5/2-3/2}$
$4^{5/2}\cdot 6^{2/2}$
$4^{5/2}\cdot 6$
$\left(2^2\right)^{5/2}\cdot 6$
$2^5\cdot 6$
$2^5\cdot(2\cdot 3)$
$2^6\cdot 3$

2.102 En una bolsa de caramelos de tres sabores, hay el doble de fresa que de limón y los de menta son la mitad de los de limón. Si en total hay 35 caramelos,

a) Hay 15 que no son de fresa.
b) Hay 25 que no son de menta.
c) Hay 20 que no son de limón.

El número de caramelos de menta es x.
El número de caramelos de limón es 2x.
El número de caramelos de fresa es 4x.

En total tenemos:

$$7x = 35$$
$$x = 5$$

El número de caramelos de menta es x. 5
El número de caramelos de limón es 2x. 10
El número de caramelos de fresa es 4x. 20

2.103 Juan tarda 6 horas en poner todos los ladrillos de una tapia y Pedro tarda 8 horas en hacer el mismo trabajo. ¿Cuánto tardarán si colaboran poniendo ladrillos entre los dos?

a) 7/2 de hora.
b) 24/7 de hora.
c) 14/5 de hora.

Si ***x*** son todos los ladrillos.

Juan pone $\frac{x}{6}$ ladrillos a la hora.

Pedro pone $\frac{x}{8}$ ladrillos a la hora.

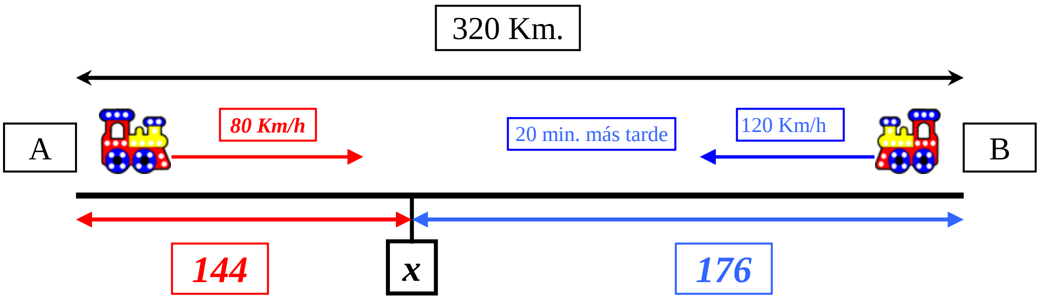
Si trabajasen juntos sería $\frac{x}{6}+\frac{x}{8}=\frac{7x}{24}$ ladrillos en 1 hora.

Para poner todos los ladrillos tardarían $\dfrac{x \text{ número de ladrillos}}{\frac{7x}{24}\text{número de ladrillos en 1 hora}}=\frac{24}{7}\textit{ de hora}$

Ejercicio: 2.104	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.104 Dos ciudades A y B distan 320 Km. de A sale hacia B un tren que viaja con una velocidad de 80 Km./h y 20 minutos después sale de B otro tren que viaja hacia A a 120 Km./h. La distancia a A del punto en que se cruzan es:

a) 160 Km.
b) 156 Km.
c) 144 Km.



La *distancia* desde A hasta en punto en donde se cruzan la llamamos ***x***, que está a una distancia hasta B de *320 - **x***.

El tren que sale de A viaja a una velocidad de 80 Km./h por lo tanto para llegar al punto ***x*** tarda $\frac{x}{80}$ horas.

La expresión $\frac{x}{80}$ *horas*, viene de: ***x*** que es la distancia en Km. Y $80\frac{Km}{h}$ que es la velocidad, y aquí tenemos que aplicar la fórmula de física: $e = v \cdot t$, espacio es igual a velocidad por tiempo.

$$e = v \cdot t$$

$$x\ Km = 80\frac{Km}{h} \cdot t$$

$$t = \frac{x\ Km}{80\frac{Km}{h}}$$

$$\frac{x}{80}\, horas$$

El segundo tren llega al punto en $\frac{320 - x}{120}$ pero como salió 20 minutos después, tenemos que 20 minutos son 1/3 de hora, $\frac{1}{3} + \frac{320 - x}{120}$ respecto al primero.

Resumiendo tenemos:

$$\frac{x}{80} = \frac{1}{3} + \frac{320 - x}{120}$$

$$\frac{x}{80} + \frac{x}{120} = \frac{1}{3} + \frac{320}{120}$$

$$\frac{x}{48} = 3$$

$$x = 144 Km.$$

2.105 Un artículo se vende a 759 €. El precio de venta se obtiene incrementando el precio de coste con un 10 % de beneficio. Por otro lado la venta debe cargarse con un 15 % de impuestos. Entonces el impuesto pagado asciende a:

a) 99 €.
b) 100 €.
c) 115 €.

Tenemos que ***x*** es el precio de coste.

Si lo incrementamos en un 10 % de beneficio tenemos: $x+0,1x=1,1x$.

Ahora añadimos el impuesto del 15% de esa cantidad: $1,1x+0,15\cdot 1,1x=1,265x$.

Por lo tanto tenemos $1,265x=759$

$x=\dfrac{759}{1,265}=600$ Precio de coste.

60 € de beneficios
99 € de impuestos.

Aclaración:

Si tenemos el 10% lo multiplicamos por 1,1.

De esta manera obtenemos el porcentaje del 10% + la cantidad sobre la que se aplica, por ejemplo:

Si tenemos 100€ y ganamos un 10%, quiere decir que hemos ganado 10€, que quiere decir que tenemos 100€ + 10€ = 110€, esto también se consigue al multiplicar por 1,1 a la cantidad 100. 100·1,1=110€.

Si ahora añadimos el impuesto del 15% de esa cantidad, procedemos igual que antes, a la cantidad que tenemos la multiplicamos por 1,15.

Resumiendo multiplicamos los dos porcentajes 1,1·1,15=1,265

Ejercicio: 2.106	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.106 La solución de la ecuación: $\frac{6x-2}{3}=\frac{4x+1}{8}$:

a) Es igual a 0,527.
b) Es mayor que 0,52.
c) Es menor que 0,51.

$$\frac{6x-2}{3}=\frac{4x+1}{8}$$
$$\frac{6x-2}{3}-\frac{4x+1}{8}=0$$
$$\frac{48x-16-12x-3}{24}=0$$
$$2x-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}=0$$
$$\frac{3}{2}x-\frac{19}{24}=0$$
$$\frac{3}{2}x=\frac{19}{24}$$
$$x=\frac{\frac{19}{24}}{\frac{3}{2}}=\frac{38}{72}=0,5277$$

2.107. Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{l} 4x - y = 5 \\ -2x + 6y = 4 \end{array}\right\}$

a) $x_0/y_0 < 1/2$.

b) $1/2 < x_0/y_0 < 1$.

c) $x_0/y_0 > 1$.

$$\left.\begin{array}{l} 4x - y = 5 \\ -2x + 6y = 4 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} 4x - \quad y = 5 \\ -4x + 12y = 8 \end{array}\right\} \\ \hline 11y = 13 \end{array} \qquad y = \frac{13}{11}$$

$$4x - \frac{13}{11} = 5 \qquad x = \frac{17}{11}$$

Solución $\dfrac{\frac{17}{11}}{\frac{13}{11}} = \dfrac{17}{13} = 1,30 = \dfrac{x}{y} > 1$

2.108. Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ -3x + y = 6 \end{array}\right\}$

a) $x_0 < 0$ ***e*** $y_0 > 0$**.**

b) $x_0 < 0$ e $y_0 < 0$.

c) $x_0 > 0$ e $y_0 < 0$.

$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 5 \\ -3x + y = 6 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} x + 2y = 5 \\ 6x - 2y = -12 \end{array}\right\} \\ \hline 7x = -7 \end{array} \qquad x = \frac{-7}{7} = -1$$

$$-1 + 2y = 5$$
$$2y = 5 + 1$$
$$y = 6/2 = 3$$

2.109. Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\}$, entonces x_0+y_0 vale

a) $-1/3$.
b) $-5/2$.
c) $-13/6$.

$$\left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{c} \left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\} \\ \hline 3x=-2 \end{array} \qquad x=\frac{-2}{3}$$

$$\begin{array}{c} \left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -4x+8y=-12 \end{array}\right\} \\ \hline 6y=-11 \end{array} \qquad y=\frac{-11}{6}$$

$$\frac{-2}{3}+\frac{-11}{6}=\frac{-4-11}{6}=\frac{-15}{6}=\frac{-5}{2}$$

2.110. Un coche con dos pasajeros pesa 1440 kg y con cinco pasajeros 1650 kg. Supuesto que todos los pasajeros tienen el mismo peso, el coche pesa

a) 1200 Kg.
b) 1250 Kg.
c) 1300 Kg.

Si x es el peso del coche e y el de cada pasajero, se cumple

$$\left.\begin{array}{l} x+2y=1440 \\ x+5y=1650 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} x+2y=1440 \\ x+5y=1650 \end{array}\right\} \quad 3y=210 \qquad y=\frac{210}{3}=70 \quad x=1300\ kg$$

2.111. Si de una jarra se llenan 6 copas, queda en la jarra un tercio de su contenido; si se llenan 8 copas, queda en la jarra la cantidad precisa para llenar un vaso de 200 cm^3. La capacidad de cada copa es

a) 140 cm^3.
b) 160 cm^3.
c) 200 cm^3.

Tenemos que x es la capacidad de la jarra e y la de cada copa.

$$x-6y=x/3 \rightarrow 3x-18y=x \rightarrow 2x=18y \rightarrow x=9y$$

$$x-8y=200 \rightarrow y=200\ cm^3$$

2.112. Hace 6 años la edad de un padre era seis veces la edad de su hijo, pero dentro de 14 años será solamente el doble. La diferencia de edad entre ambos es:

a) 25
b) 28
c) 30

x es la edad actual de padre e *y* es la edad actual del hijo.

Hace 6 años las edades serían *x-6* e *y-6*, lo que pasa que en el caso del hijo era 6 veces la del padre por eso se multiplica *6(y-6)*. La primera ecuación se plantea:

x-6 = 6(y-6)

Ahora dentro de 14 años será el doble por lo tanto tenemos que el padre es x+14 y que el hijo será y+14 y multiplicado por 2 ya que nos dice que es el doble. La segunda ecuación se plantea:

x+14 = 2(y+14)

$$\left.\begin{array}{l} x-6=6(y-6) \\ x+14=2(y+14) \end{array}\right\}$$

Si resolvemos el sistema de ecuaciones por cualquiera de los tres métodos tenemos que x=36, y=11.
La respuesta es que hay una diferencia de 25 años.

2.113. Una Granja cría gallinas y conejos. Si en total hay 39 cabezas y 108 patas, la diferencia entre el número de gallinas y de conejos es

a) 12
b) 10
c) 9

Sea *x* el número de gallinas e *y* el de conejos, tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} x+y=39 \\ 2x+4y=108 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} 2x+2y=78 \\ 2x+4y=108 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} y=15 \\ x=24 \end{array}$$

$$2y=30$$

2.114 Una fracción vale 1/3 si se suma 5 al numerador y al denominador y da 4/5 si se resta 2 al numerador y al denominador, entonces la fracción vale:

a) 2/3.
b) 3/4.
c) 3/5.

Al numerador lo representamos por ***x***,
Al denominador lo representamos por ***y***,

Lo primero tenemos que una fracción da como resultado 1/3 si al numerador y denominador le sumamos 5, es decir:

$$\frac{(x+5)}{(y+5)}=\frac{1}{3}$$

La segunda parte del problema tenemos que una fracción da como resultado 4/5 si al numerador y denominador le restamos 2, es decir:

$$\frac{(x-2)}{(y-2)}=\frac{4}{5}$$

Ahora hace lo siguiente para formar el sistema de ecuaciones:

$\frac{(x+5)}{(y+5)}=\frac{1}{3}$ El 3 que está dividiendo pasa multiplicando y $(y+5)$ que está dividiendo pasa multiplicando.

$$3\cdot(x+5)=1\cdot(y+5)$$
$$3x+15=y+5$$
$$3x+15-5=y$$
$$3x+10=y$$

$\frac{(x-2)}{(y-2)}=\frac{4}{5}$ Procedemos del mismo modo, llegando a la conclusión $5x-2=4y$

Ya podemos formar el sistema de ecuaciones y resolvemos por cualquiera de los tres métodos:

$\left.\begin{array}{l}3x+10=y\\5x-2=4y\end{array}\right\}$ Multiplico la primera ecuación por 4, y a la segunda ecuación le resto la primera de esta manera eliminamos las y.

$$\left.\begin{array}{l}12x+40=4y\\5x-2=4y\end{array}\right\}$$

$$\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}12x+40=4y\\5x-2=4y\end{array}\right\}\\\hline -7x-42=0\end{array}$$

$$x=-\frac{42}{7}=-6$$

$$5\cdot(-6)-2=4y$$
$$-30-2=4y$$
$$-32=4y$$
$$y=-8$$

La fracción sería -6/-8 = 3/4.

Ejercicio: 2.115	Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.115 Si $\left(x_0, y_0, z_0\right)$ es la solución del sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y+z=-3 \\ x+2y-2z=1 \\ 2x+2y-z=4 \end{array}\right\}$$ A la tercera ecuación le resto la primera.

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y+z=-3 \\ x+2y-2z=1 \\ 0x+3y-2z=7 \end{array}\right\}$$ A la segunda ecuación la multiplico por -2

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y+z=-3 \\ -2x-4y+4z=-2 \\ 0x+3y-2z=7 \end{array}\right\}$$ A la segunda ecuación le sumo la primera.

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y+z=-3 \\ 0x-5y+5z=-5 \\ 0x+3y-2z=7 \end{array}\right\}$$ La segunda la multiplico por tres y la tercera por cinco.

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y+z=-3 \\ 0x-15y+15z=-15 \\ 0x+15y-10z=35 \end{array}\right\}$$ A la tercera ecuación le sumo la segunda.

$$\left.\begin{array}{l} 2x-y+z=-3 \\ 0x-15y+15z=-15 \\ 0x+0y+5z=20 \end{array}\right\}$$ Ya puedo ir despejando las incógnitas empezando por la **z**.

$$5z=20$$
$$z=4$$

$$-15y+15\cdot 4=-15$$
$$-15y=-15-60$$
$$-15y=-75$$
$$y=5$$

$$2x-5+4=-3$$
$$2x=-2$$
$$x=-1$$