Tema 5

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

5.1 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los cuatro casos Ω = {☺☺,☺✚,✚☺,✚✚}. En este espacio, el suceso " *obtener más caras que cruces* " es igual a:

a) {☺✚,✚☺}.
b) {☺✚,✚☺,☺☺}.
c) {☺☺}.

El suceso "*obtener más caras que cruces*" solo ocurre cuando tenemos ☺☺, para la respuesta *a* y *b* no se cumple.

5.2 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los cuatro casos Ω = {☺☺,☺✚,✚☺,✚✚}. El suceso contrario de " *obtener alguna cara* " es igual a:

a) {☺✚,✚☺}.
b) {☺☺}.
c) {✚✚}.

El suceso contrario de "*obtener alguna cara"* solo ocurre cuando tenemos ✚✚, para la respuesta *a* y *b* no se cumple.

5.3 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los ocho resultados posibles de los tres lanzamientos. El suceso de " *obtener al menos dos caras* " es igual a:

a) {☺☺☺,☺☺✚,☺✚☺,✚☺☺}.

b) {☺☺☺}.

c) {☺☺✚,☺✚☺,✚☺☺}.

Los ocho resultados posibles son

Ω = { ☺☺☺,

☺☺✚,

☺✚☺,

☺✚✚,

✚☺☺,

✚☺✚,

✚✚☺,

✚✚✚}

El suceso de " *obtener al menos dos caras* " ocurre cuando tenemos:

{☺☺☺, ☺☺✚, ☺✚☺, ✚☺☺}

5.4 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los ocho resultados posibles de los tres lanzamientos. El suceso contrario de "*algún resultado es cara*" es igual a:

a) "Algún resultado no es cara".
b) "Todos los resultados son cruz".
c) "Algún resultado es cara y alguno es cruz".

Ω = {☺☺☺,☺☺✚,☺✚☺,☺✚✚,✚☺☺,✚☺✚,✚✚☺,✚✚✚}

El suceso de "*algún resultado es cara*" es

{☺☺☺,☺☺✚,☺✚☺,☺✚✚,✚☺☺,✚☺✚,✚✚☺}

El suceso contrario de "*algún resultado es cara*" es

{✚✚✚}

5.5 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los ocho resultados posibles de los tres lanzamientos. El suceso

A = { ☺☺☺,☺☺✚,☺✚✚,✚☺☺,✚✚☺,✚✚✚}

Es igual a:

a) Obtener al menos dos caras o dos cruces.
b) Obtener al menos dos resultados consecutivos iguales.
c) Que los tres resultados no sean iguales.

La *a* no es correcta ya que este suceso es igual al espacio de posibilidades y nos faltaría:

Ω = {☺☺☺,☺☺✚,☺✚☺,☺✚✚,✚☺☺,✚☺✚,✚✚☺,✚✚✚}

La *c* es imposible.

La correcta es la respuesta *b*.

5.6 Lanzamos una moneda cuatro veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los dieciséis resultados posibles de los cuatro lanzamientos. El suceso contrario de "*obtener más caras que cruces*" es igual a:

a) "*Obtener más cruces que caras*".
b) "*Obtener menos caras que cruces*".
c) "*Obtener al menos tantas cruces como caras*".

Los dieciséis resultados posibles son:

Ω={☺☺☺☺,☺☺☺✚,☺☺✚☺,☺☺✚✚,☺✚☺☺,☺✚☺✚,☺✚✚☺,☺✚✚✚,
✚☺☺☺,✚☺☺✚,✚☺✚☺,✚☺✚✚,✚✚☺☺,✚✚☺✚,✚✚✚☺,✚✚✚✚}

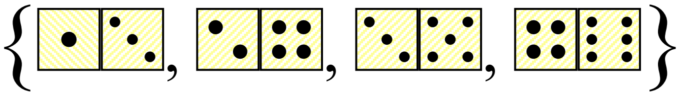
El suceso "*obtener más caras que cruces*"

{☺☺☺☺,☺☺☺✚,☺☺✚☺,☺✚☺☺,✚☺☺☺}

El suceso contrario de "*obtener más caras que cruces*"

{☺☺✚✚,☺✚☺✚,☺✚✚☺,☺✚✚✚,✚☺☺✚,✚☺✚☺,✚☺✚✚,✚✚☺☺,
✚✚☺✚,✚✚✚☺,✚✚✚✚}

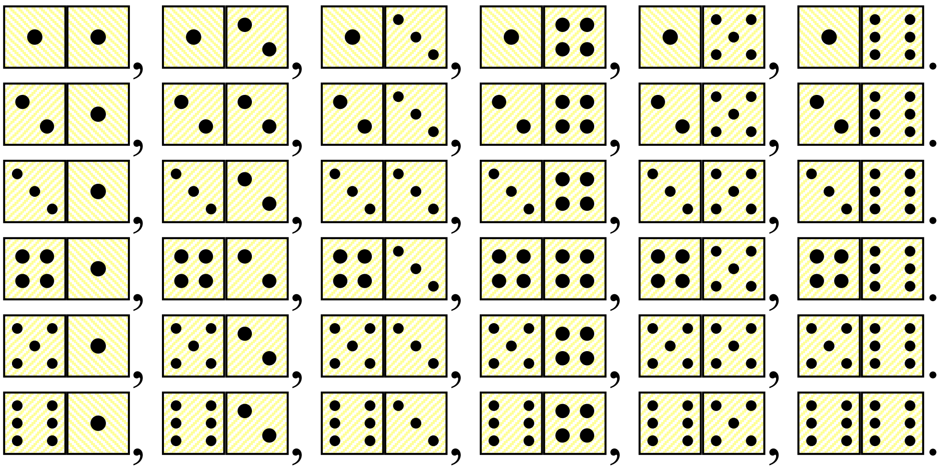
5.7 Lanzamos un dado dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los 36 resultados posibles de los dos lanzamientos. El suceso

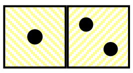


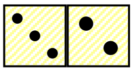
Es igual a:

a) "*El resultado del segundo lanzamiento es mayor que el primero*".
b) "*Los resultados de los dos lanzamientos son distintos*".
c) "*La diferencia entre el resultado del segundo lanzamiento y el del primero es 2*".

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



La *a* no es correcta porque no contiene el resultado  que está incluido en los 36 casos posibles.

La *b* no es correcta porque no contiene el resultado  que está incluido en los 36 casos posibles.

5.8 Si el suceso A ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso

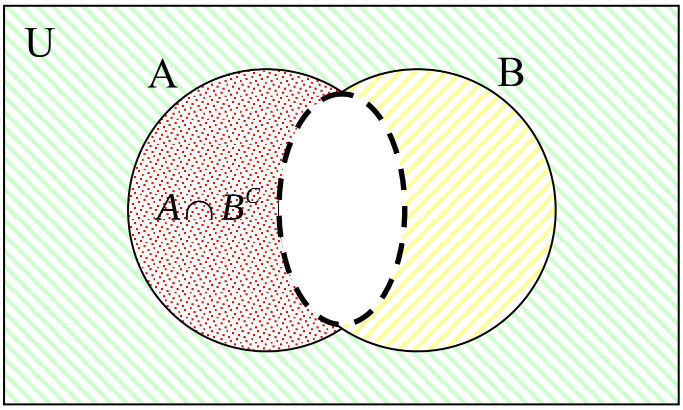
d) $A \cap B$ también ha ocurrido.
e) $A \cup B$ también ha ocurrido.
f) A^C también ha ocurrido.

Intersección, $A \cap B$, Ocurre siempre que el resultado pertenezca a A y B
Unión, $A \cup B$, Ocurre siempre que el resultado pertenezca a A o B o los dos.
Complementación, A^C, Sucede siempre cuando el resultado no pertenece a A.

5.9 Si el suceso $A \cap B^C$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso

a) A ha ocurrido.
b) B ha ocurrido.
c) $A \cup B$ no ha ocurrido.

Si el suceso $A \cap B^C$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso A ha ocurrido



5.10 Si el suceso $A^C \cap B^C$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso

a) $A \cap B^C$ ha ocurrido.
b) $A \cap B$ ha ocurrido.
c) $A \cup B$ no ha ocurrido.

Si el suceso $A^C \cap B^C$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso $A \cup B$ no ha ocurrido. Llegamos a esta conclusión aplicando las leyes de Morgan.

5.11 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los cuatro casos Ω = {☺☺,☺✚,✚☺,✚✚}. Sea A el suceso "el primer resultado es cara" y B el suceso "el segundo resultado es cara", entonces el suceso $A \cup B$ es igual a:

a) "Ambos resultados son cara".
b) "Al menos un resultado es cara".
c) "Más de un resultado es cara".

La respuesta a nos dice que "*Ambos resultados son cara*" lo que equivale a $A \cap B$.

La unión, $A \cup B$, quiere decir que el primer resultado es cara o el segundo resultado es cara, por lo tanto "*Al menos un resultado es cara*".

5.12 Un dado está cargado de manera que al lanzarlo sus sucesos simples ocurren con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado						
Suceso	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Probabilidad	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2	0,2

En un lanzamiento, la probabilidad de obtener más de cuatro puntos es:

g) 0,3.
h) 0,1.
i) 0,4.

El suceso A = “obtener más de cuatro puntos” es igual a:

A = {⚄, ⚅}

P(A)= P(⚄)+(⚅) = 0,2 + 0,2 = 0,4

5.13 Un dado está cargado de manera que al lanzarlo sus sucesos simples aparecen con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado						
Suceso	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
Probabilidad	0,2	0,2	0,1	?	0,3	0,1

La probabilidad de que aparezca ⚃ es:

a) 0,1.
b) No lo podemos saber, faltan datos.
c) Es imposible que un dado tenga esas probabilidades.

La suma de las probabilidades de los sucesos elementales debe de ser igual a 1, así que:

$$0,2+0,2+0,1+x+0,3+0,1=1$$
$$x=0,1$$

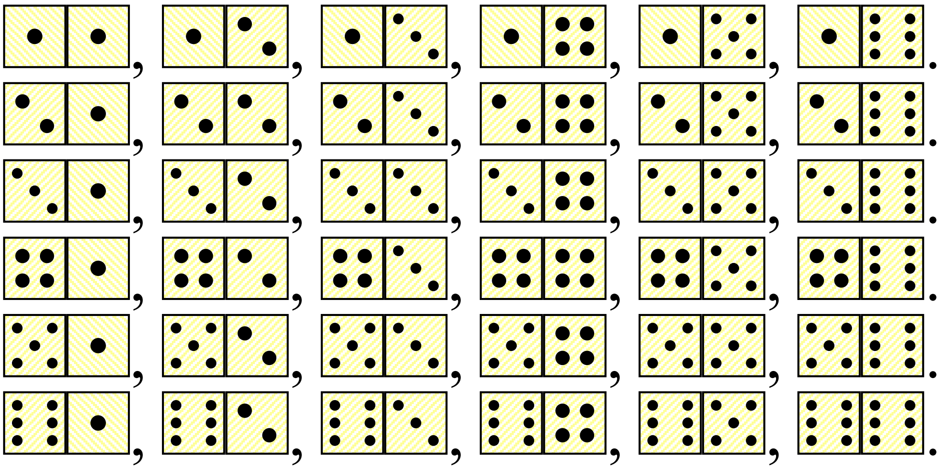
5.14 Lanzamos dos veces un dado equilibrado, la probabilidad de que un resultado sea el doble del otro es:

a) 1/6.
b) 2/6.
c) 2/11.

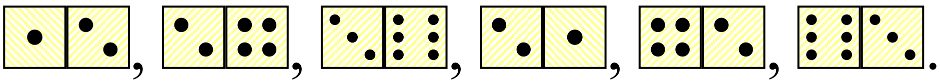
Regla de Laplace.

$$P(A)=\frac{\textit{número de casos favorables a } A}{\textit{número de casos posibles}}$$

En total tenemos $6\cdot 6=36$ casos posibles.



Los casos favorables son 6.



La probabilidad es $P(A)=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

5.15 Lanzamos dos veces una moneda equilibrada, la probabilidad de ***obtener alguna cara*** es:

a) 2/4.
b) 3/4.
c) 2/3.

El espacio de posibilidades formado por los cuatro casos Ω = {☺☺,☺✚,✚☺,✚✚}.

El suceso A = “obtener alguna cara” = {☺☺,☺✚,✚☺}.

Por lo tanto tenemos 3 casos favorables de los 4 posibles.

Regla de Laplace.

$$P(A)=\frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}}=\frac{3}{4}$$

5.16 Lanzamos tres veces una moneda equilibrada, la probabilidad de ***obtener alguna cara*** es:

a) 2/3.
b) 3/4.
c) 7/8.

El espacio de posibilidades formado por los ocho casos:

Ω = {☺☺☺,☺☺✚,☺✚☺,☺✚✚,✚☺☺,✚☺✚,✚✚☺,✚✚✚}

El suceso A = “obtener alguna cara” =

{☺☺☺,☺☺✚,☺✚☺,☺✚✚,✚☺☺,✚☺✚,✚✚☺}

Por lo tanto tenemos 7 casos favorables de los 8 posibles.

Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}} = \frac{7}{8}$$

5.17 Lanzamos tres veces una moneda equilibrada, la probabilidad de ***obtener dos resultados iguales consecutivos*** es:

a) 3/4.
b) 3/8.
c) 7/8.

El espacio de posibilidades formado por los ocho casos:

Ω = {☺☺☺,☺☺✚,☺✚☺,☺✚✚,✚☺☺,✚☺✚,✚✚☺,✚✚✚}

El suceso A = “***obtener dos resultados iguales consecutivos***” =

{☺☺☺,☺☺✚,☺✚✚,✚☺☺,✚✚☺,✚✚✚}

Por lo tanto tenemos 6 casos favorables de los 8 posibles.

Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

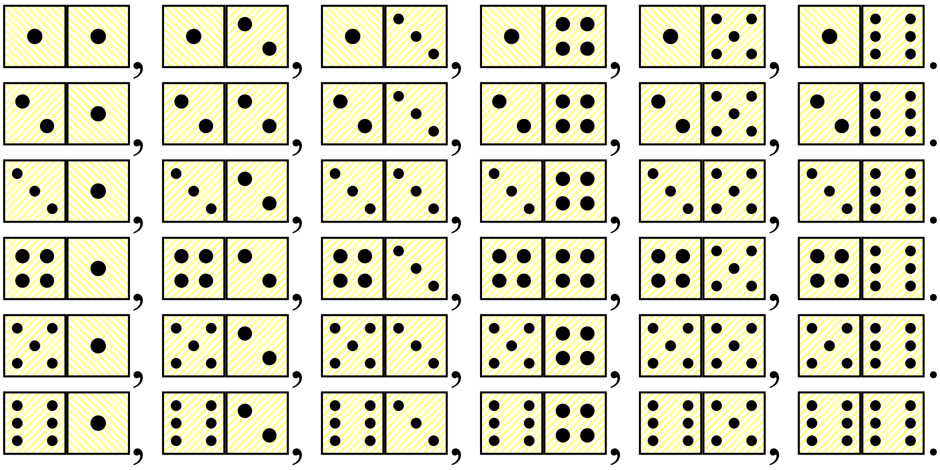
5.18 Se lanza un dado equilibrado dos veces. La probabilidad de que la suma de los resultados sea 7 es:

a) 1/6.
b) 7/36.
c) 5/36.

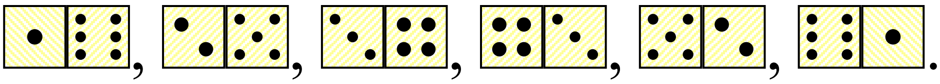
Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\textit{número de casos favorables a } A}{\textit{número de casos posibles}}$$

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Los casos favorables son 6.



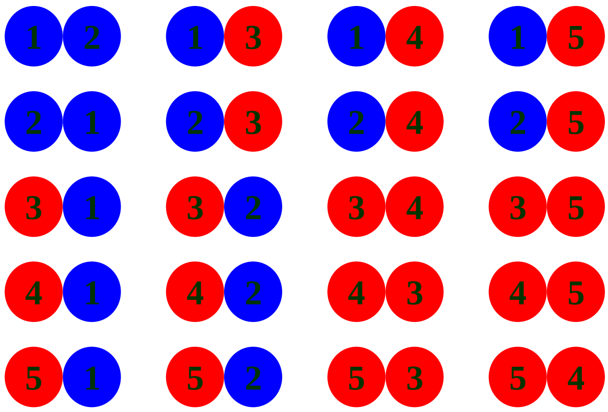
La probabilidad es $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

5.19 De una urna que contiene 2 bolas azules y 3 rojas se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que alguna de las bolas sea azul es:

a) 0,5.
b) 0,6.
c) 0,7.

Vamos a numerar las bolas para contar

En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles, que los representamos por:



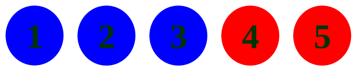
Para saber la probabilidad de que alguna de las bolas sea azul contamos todos los pares en los que hay al menos una bola azul como casos favorables, que son 14.

La probabilidad es $P(A) = \dfrac{14}{20} = \dfrac{7}{10}$

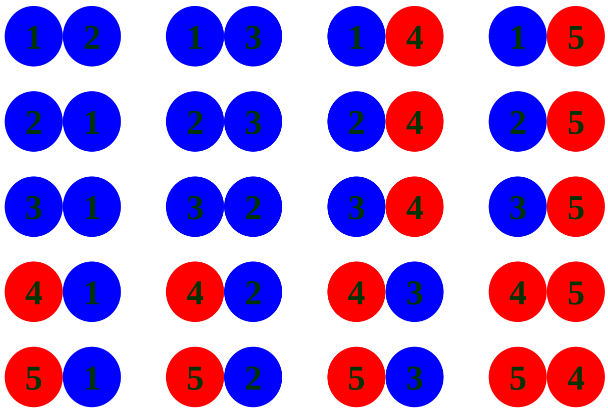
5.20 De una urna que contiene 3 bolas azules y 2 rojas se extraen dos bolas sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de obtener dos bolas de distinto color es:

a) 1/2.
b) 3/5.
c) 2/3.

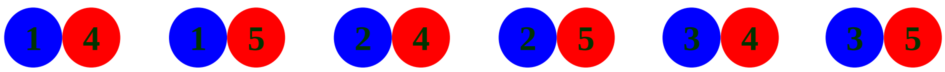
Vamos a numerar las bolas para contar



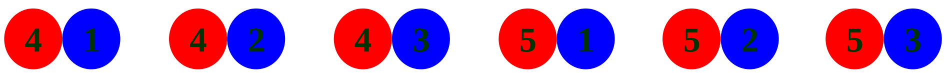
En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles



Tenemos $3 \cdot 2 = 6$ casos favorables en donde la primera bola es azul y la segunda roja.



Y también tenemos $2 \cdot 3 = 6$ casos favorables en donde la primera bola es roja y la segunda azul.



Para saber la probabilidad de que alguna de las bolas sea azul contamos todos los pares en los que hay bolas de distinto color, en total son 12 casos favorables.

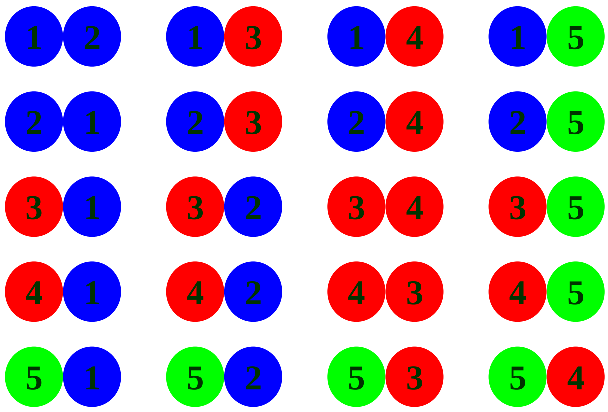
La probabilidad es $P(A) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

5.21 De una urna que contiene 2 bolas azules y 2 rojas y 1 verde se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que una de las dos bolas sea la verde es:

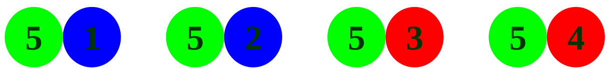
a) 0,8.
b) 0,6.
c) 0,4.

Vamos a numerar las bolas para contar

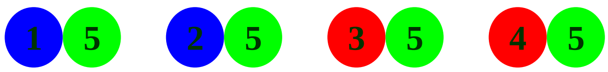
En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles



Para seleccionar la bola verde, o bien la primera es verde y la segunda no, con lo que tenemos $1 \cdot 4 = 4$ casos favorables.



O bien la primera no es verde y la segunda sí, con lo que tenemos $1 \cdot 4 = 4$ casos favorables.



En total son 8 casos favorables y la probabilidad del suceso "la bola verde está entre las elegidas es:

La probabilidad es $P(A) = \frac{8}{20} = 0,4$

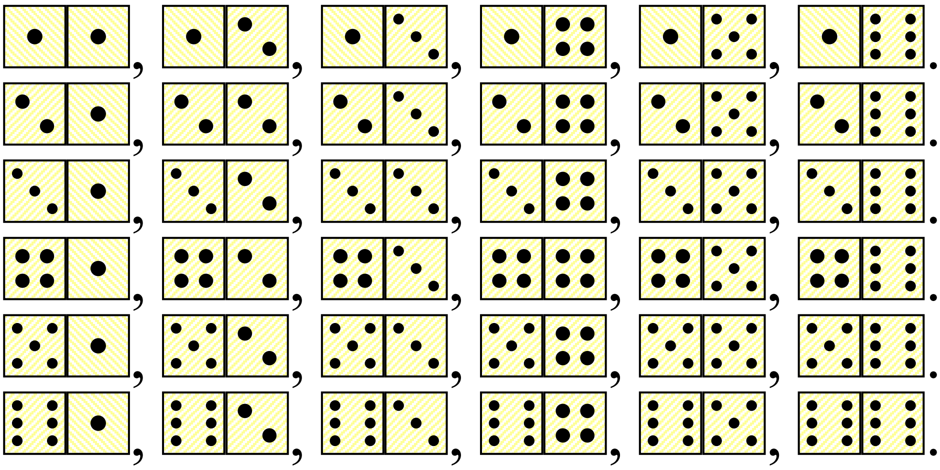
5.22 Lanzamos un dado dos veces, la probabilidad de que el primer resultado sea mayor que el segundo es igual a:

a) 5/12.
b) 1/2.
c) 1/3.

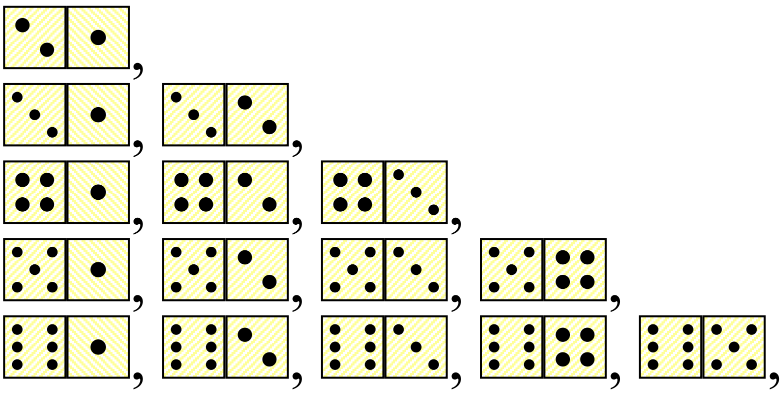
Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}}$$

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Los casos favorables son 15.



La probabilidad es $P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

5.23 De una urna que contiene 5 bolas numeradas con los números 1, 2, 3, 4 y 5 se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que el número de la primera bola sea mayor que el de la segunda es:

a) 9/20.
b) 1/2.
c) 11/20.

Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}}$$

En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles.

①②, ①③, ①④, ①⑤
②①, ②③, ②④, ②⑤
③①, ③②, ③④, ③⑤
④①, ④②, ④③, ④⑤
⑤①, ⑤②, ⑤③, ⑤④

En total son 10 casos favorables y la probabilidad de que el número de la primera bola sea mayor que el de la segunda es:

②①,
③①, ③②,
④①, ④②, ④③,
⑤①, ⑤②, ⑤③, ⑤④

La probabilidad es $P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

5.24 Si $P(A)=0,2$ y $P(A\cap B)=0,1$, la probabilidad condicionada $P(B|A)$ es igual a:

a) 0,5.
b) 0,02.
c) 0,1.

La probabilidad de que ocurra el suceso B cuando sabemos que A ha ocurrido se denomina **probabilidad de B condicionada por A** y se designa por el símbolo $P(B|A)$.

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$$P(B|A)=\frac{0,1}{0,2}=0,5$$

5.25 5.27 Si $P(A)=0,2$ y $P(B|A)=0,6$, la probabilidad $P(A\cap B)$ es igual a:

a) 0,3.
b) 0,12.
c) 0,6.

$$0,6=\frac{P(A\cap B)}{0,2}=0,12$$

5.26 Si $P(A)=0,2$, $P(B)=0,4$ y $P(A|B)=0,1$, la probabilidad condicionada $P(B|A)$ es igual a:

a) 0,5.
b) 0,2.
c) 0,1.

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$

Tenemos que $P(A\cap B)=P(A|B)\cdot P(B)=0,04$

$$P(B|A)=\frac{0,04}{0,2}=0,2$$

Si utilizamos la ***regla de Bayes*** tenemos $P(A|B)=P(A)\dfrac{P(B|A)}{P(B)}\rightarrow$

$$P(B|A)=\frac{P(A|B)\cdot P(B)}{P(A)}=\frac{0,1\cdot 0,4}{0,2}=0,2$$

5.27 Si $P(A)=0,2$, $P(B)=0,3$ y $P(A \cap B)=0,1$, la probabilidad condicionada $P\left(A \middle| B^C\right)$ es igual a:

a) 1/7.
b) 2/7.
c) 2/3.

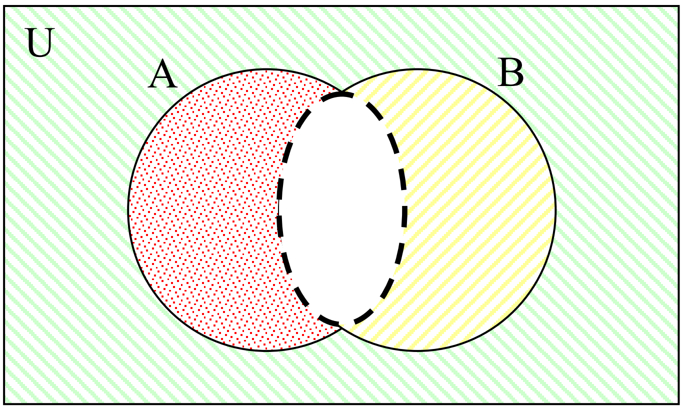
La probabilidad de que ocurra el suceso B cuando sabemos que A ha ocurrido se denomina **probabilidad de B condicionada por A** y se designa por el símbolo $P(B|A)$.

$$P\left(A \middle| B^C\right)=\frac{P\left(A \cap B^C\right)}{P\left(B^C\right)}$$

Tenemos que $P\left(B^C\right)=1-P(B)=0,7$

$$P\left(A \cap B^C\right)=P(A)-P(A \cap B)=0,1$$

$$P\left(A \middle| B^C\right)=\frac{0,1}{0,7}=\frac{1}{7}$$



5.28 Lanzamos dos veces una moneda. Si sabemos que ha aparecido alguna cara, la probabilidad de que los dos resultados sean cara es:

a) 1/2.
b) 1/3.
c) 1/4.

La probabilidad de que ocurra el suceso A cuando sabemos que B ha ocurrido se denomina **probabilidad de A condicionada por B** y se designa por el símbolo $P\left(A|B\right)$.
La probabilidad condicionada reduce el espacio de posibilidades con la información adicional que nos proporciona y mejora la probabilidad que se obtiene.

$$P\left(A|B\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}$$

Suponemos que A y B son los sucesos:

A = "*los dos resultados son cara*"

B = "*ha aparecido alguna cara*"

$$P(B) = P\left(\{☺☺,☺✚,✚☺\}\right)=\frac{3}{4}$$

$$P\left(A\cap B\right) = P\left(\{☺☺\}\right)=\frac{1}{4}$$

$$P\left(A|B\right)=\frac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\frac{1/4}{3/4}=\frac{1}{3}$$

Otra forma de resolverlo:

Como sabemos que ha aparecido alguna cara, el espacio de posibilidades es:

$\{☺☺,☺✚,✚☺\}$, tenemos 3 resultados posibles.

Y solo en 1 resultado han salido dos caras $\{☺☺\}$.

Por lo tanto aplicando Laplace tenemos $P\left(2\ resultados\ cara\right)=\frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ de\ casos\ posibles}=\frac{1}{3}$

5.29 De una urna que contiene 3 bolas azules y 2 rojas y 1 verde extraemos una bola al azar. Si sabemos que la bola extraída no es verde, la probabilidad de que sea roja es:

a) 2/5.
b) 1/2.
c) 3/5.

La probabilidad de que ocurra el suceso A cuando sabemos que B ha ocurrido se denomina **probabilidad de A condicionada por B** y se designa por el símbolo $P(A|B)$.

La probabilidad condicionada reduce el espacio de posibilidades con la información adicional que nos proporciona y mejora la probabilidad que se obtiene.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Suponemos que A y B son los sucesos:

A = “la bola es roja”

B = “la bola no es verde”

$P(B)=\frac{5}{6}$ de las seis bolas cinco no son verdes

$P(A\cap B)=\frac{2}{6}$ de las seis bolas dos son rojas y seguro no son verdes.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{2/6}{5/6}=\frac{2}{5}$$

Otra forma de resolverlo:

Como sabemos que la bola no es verde el espacio de posibilidades se reduce a 5 bolas, 3 bolas azules y 2 rojas y para saber la probabilidad de que sea roja seleccionamos las 2 bolas rojas de las 5 posibles:

$$P(Sea\ roja)=\frac{2}{5}$$

5.30 Lanzamos un dado dos veces, si el primer resultado ha sido mayor que el segundo, la probabilidad de que el primero sea un 6 es igual a:

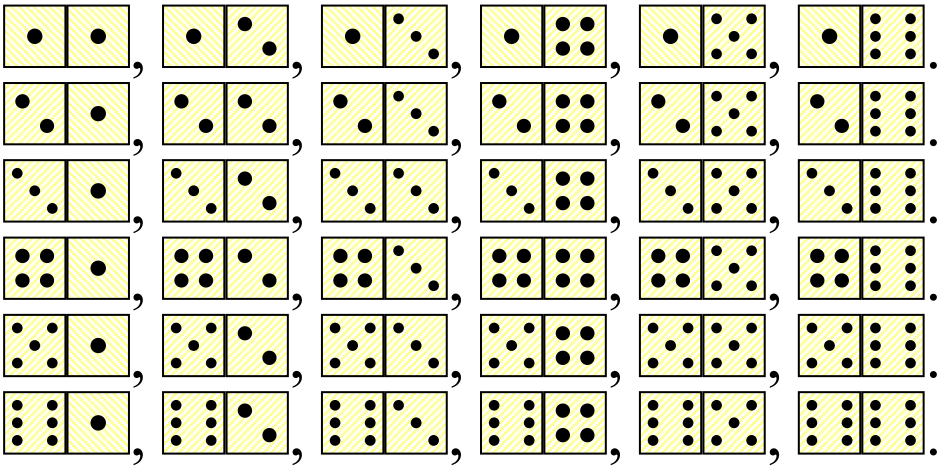
a) 1/2.
b) 1/3.
c) 1/4.

Suponemos que A y B son los sucesos:

A = "el primer resultado es 6"

B = "el primer resultado es mayor que el segundo"

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Tenemos 15 casos favorables donde el primer resultado es mayor que el segundo

$P(B) = \frac{15}{36}$ casos favorables a que el primer resultado sea mayor que el segundo.

$P(A \cap B) = \frac{5}{36}$ casos favorables a que el primer resultado sea 6 y que sea mayor que el segundo, en total 5.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{5/36}{15/36} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Otra forma de resolverlo:

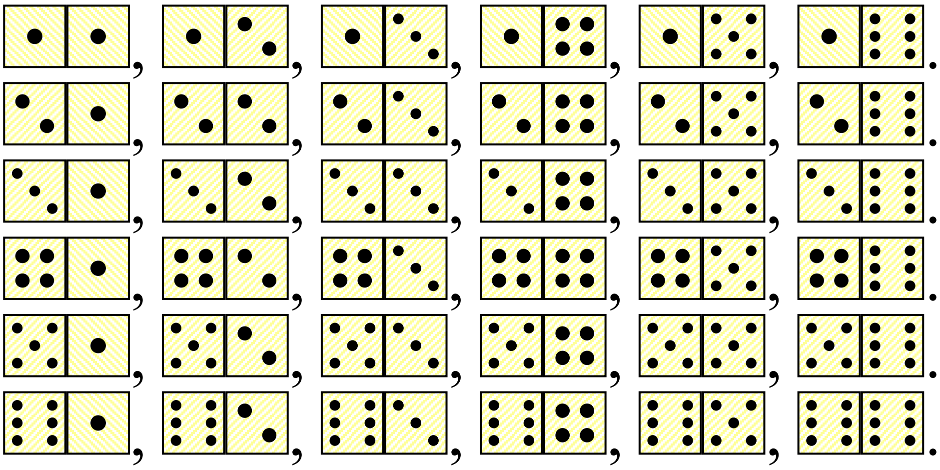
Tenemos 15 casos totales en donde el primer resultado es mayor que el segundo. Y 5 casos favorables en donde el primer resultado es un 6.

$$P(El\ primero\ 6) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

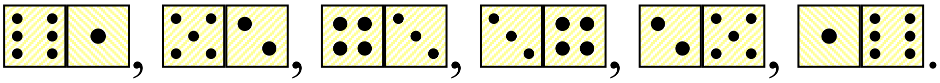
5.31 Lanzamos un dado dos veces, si la suma de los resultados es 7, la probabilidad de que el primero sea un 6 es igual a:

a) 1/5.
b) 1/6.
c) 1/7.

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Hay 6 casos posibles en donde la suma es 7 y 1 caso favorable en donde el primer resultado sea un 6.



La probabilidad es $P(A) = \frac{1}{6}$

Otra forma de resolverlo:

La probabilidad de que ocurra el suceso A cuando sabemos que B ha ocurrido se denomina **probabilidad de A condicionada por B** y se designa por el símbolo $P(A|B)$.

La probabilidad condicionada reduce el espacio de posibilidades con la información adicional que nos proporciona y mejora la probabilidad que se obtiene.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Suponemos que A y B son los sucesos:

A = “el primer resultado es 6”
B = “la suma es 7”

$P(B) = \frac{6}{36}$ Casos favorables a que la suma es 7.

$P(A \cap B) = \frac{1}{36}$ Solo hay un 1 favorable a que el primer resultado sea 6 y que la suma es 7.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/36}{6/36} = \frac{1}{6}$$

5.32 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas se extraen dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. Si la primera bola ha sido roja, la probabilidad de que la segunda bola sea azul es:

j) 1/2.
k) 1.
l) 4/9.

Si A y B son dos sucesos, la probabilidad de que ocurran ambos sucesos, $(A \cap B)$, es igual a la probabilidad de que ocurra primero B, por la probabilidad de que ocurra A si ya ha ocurrido B.

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A|B)$$

Suponemos que A y B son los sucesos:

A = "la segunda bola es azul"

B = "la primera bola es roja"

En total tenemos $9 \cdot 8 = 72$ casos posibles de extraer dos bolas, sin devolver la primera a la urna.

De estos $5 \cdot 8 = 40$ casos favorables a que la primera bola sea roja y la segunda de cualquier color.

$P(B) = \frac{40}{72}$ Casos favorables a que la primera bola es roja y la segunda de cualquier color.

$P(A \cap B) = \frac{20}{72}$ Casos favorables a que la primera bola es roja y la segunda bola sea azul.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{20/72}{40/72} = \frac{1}{2}$$

Otra forma de resolverlo:

Si sabemos que la primera bola ha sido roja nos quedan en la urna 4 bolas azules y 4 rojas en total. Y como casos favorables tenemos 4 bolas azules:

$$P(2^{a}\, sea\ azul) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Otra forma de resolverlo, aplicando la regla de Laplace:

5.32 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas se extraen dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. Si la primera bola ha sido roja, la probabilidad de que la segunda bola sea azul es:

a) 1/2.
b) 1.
c) 4/9.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Si la primera bola ha sido roja, tenemos:

5 1	5 2	5 3	5 4	5 6	5 7	5 8	5 9
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 7	6 8	6 9
7 1	7 2	7 3	7 4	7 5	7 6	7 8	7 9
8 1	8 2	8 3	8 4	8 5	8 6	8 7	8 9
9 1	9 2	9 3	9 4	9 5	9 6	9 7	9 8

Que son los casos totales, 40.

Ahora nos queda averiguar los casos favorables.

La probabilidad de que la segunda bola sea azul es:

5 1	5 2	5 3	5 4
6 1	6 2	6 3	6 4
7 1	7 2	7 3	7 4
8 1	8 2	8 3	8 4
9 1	9 2	9 3	9 4

Resultan 20 casos favorables.

$$P\left(2^{a}\, sea\ azul\right)=\frac{20}{40}=\frac{1}{2}$$

5.33 De una urna que contiene 2 bolas azules, 2 rojas y 2 verdes, extraemos una bola al azar. Sea A el suceso "*no es roja*" y B el suceso "*no es verde*", la probabilidad $P(A|B)$ es igual a:

a) 0,25.
b) 0,5.
c) 1/3.

La probabilidad de que ocurra el suceso A cuando sabemos que B ha ocurrido se denomina **probabilidad de A condicionada por B** y se designa por el símbolo $P(A|B)$.
La probabilidad condicionada reduce el espacio de posibilidades con la información adicional que nos proporciona y mejora la probabilidad que se obtiene.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Suponemos que A y B son los sucesos:

A = "*no es roja*"

B = "*no es verde*"

Tenemos un total de 6 casos, con 4 favorables a B.

$P(B)=\frac{4}{6}$ Casos favorables a que la primera bola es no sea verde.

Tenemos un total de 2 casos favorables a $P(A\cap B)$.

$P(A\cap B)=\frac{2}{6}$ Casos favorables a que la bola sea azul.

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{2/6}{4/6}=\frac{1}{2}=0,5$$

Otra forma de resolverlo:

Como nos piden $P(A|B)$ y si sabemos que la bola "*no es verde*", tenemos 4 casos posibles que son 2 bolas rojas y dos bolas azules.
Para los casos favorables sabemos que no son rojas y no son verdes, por lo tanto nos quedan 2 azules:

$$P(NO\ Sea\ roja\ sabiendo\ que\ NO\ es\ verde)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

5.34 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas, se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que la segunda bola sea roja es:

a) 5/8.
b) 5/9.
c) 3/5.

La fórmula de la probabilidad total es:

Si $B_1, B_2, ...B_n$ son sucesos disjuntos cuya unión es el suceso seguro, la probabilidad de cualquier suceso A se calcula mediante la expresión:

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(A|B_1) + P(B_2)\cdot P(A|B_2) + ... + P(B_n)\cdot P(A|B_n)$$

La primera bola puede ser o bien azul, con probabilidad $P(A_1) = \frac{4}{9}$

O bien roja con probabilidad $P(R_1) = \frac{5}{9}$

En el primer caso, en la urna quedan 3 bolas azules y 5 rojas

Así que la probabilidad de que la segunda bola sea roja si la primera fue azul es $P(R_2|A_1) = \frac{5}{8}$

En el segundo caso, cuando la primera es roja quedan cuatro de cada color y $P(R_2|R_1) = \frac{1}{2}$

$$P(R_2) = P(A_1)\cdot P(R_2|A_1) + P(R_1)\cdot P(R_2|R_1)$$

$$P(R_2) = \frac{4}{9}\cdot\frac{5}{8} + \frac{5}{9}\cdot\frac{1}{2} = \frac{5}{9}$$

Otra forma de razonarlo es:

Tenemos un total de $9\cdot 8 = 72$ para las dos bolas extraídas.

El número de casos en los que la segunda bola es roja es $8\cdot 5 = 40$, ya que la segunda bola debe ser una de las cinco rojas, y la primera puede ser cualquiera distinta de la primera.

La probabilidad es: $\frac{40}{72} = \frac{5}{9}$

5.35 De una urna que contiene 4 bolas rojas y 2 azules, extraemos una bola sucesivamente, y sin devolverla a la urna, extraemos otra bola a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

a) 4/15.
b) 2/5.
c) 8/15.

La fórmula de la probabilidad total es:

Si $B_1, B_2, ...B_n$ son sucesos disjuntos cuya unión es el suceso seguro, la probabilidad de cualquier suceso A se calcula mediante la expresión:

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(A|B_1) + P(B_2)\cdot P(A|B_2) + ... + P(B_n)\cdot P(A|B_n)$$

A = "las bolas son de distinto color"

Si la primera bola es roja tiene una probabilidad de $P(R_1) = \frac{4}{6}$

Entonces la probabilidad de que la segunda sea de distinto color que la primera es $P(A|R_1) = \frac{2}{5}$

Si la primera bola es azul tiene una probabilidad de $P(A_1) = \frac{2}{6}$

Entonces la probabilidad de que la segunda sea de distinto color que la primera es $P(A|A_1) = \frac{4}{5}$

La probabilidad total es:

$$P(A) = P(R_1)\cdot P(A|R_1) + P(A_1)\cdot P(A|A_1)$$

$$P(A) = \frac{4}{6}\cdot\frac{2}{5} + \frac{2}{6}\cdot\frac{4}{5} = \frac{8}{15}$$

Otra forma de razonarlo es:

Tenemos un total de $6\cdot 5 = 30$ para las dos bolas extraídas.

Para que sean de distinto color tenemos que la primera sea roja y la segunda azul $4\cdot 2 = 8$ o que la primera sea azul y la segunda sea roja $2\cdot 4 = 8$ casos favorables, en total 16

La probabilidad es: $\frac{16}{30} = \frac{8}{15}$

5.36 Las monedas M_1 y M_2 son idénticas salvo que M_1 tiene probabilidad 0,2 de salir cara, mientras que la probabilidad de salir cara al lanzar M_2 es 0,4. Elegimos una de las monedas al azar y la lanzamos, la probabilidad de que salga cara es:

a) 0,5.
b) 0,4.
c) 0,3.

La fórmula de la probabilidad total es:

Si $B_1, B_2, ...B_n$ son sucesos disjuntos cuya unión es el suceso seguro, la probabilidad de cualquier suceso A se calcula mediante la expresión:

$$P(A) = P(B_1) \cdot P(A|B_1) + P(B_2) \cdot P(A|B_2) + ... + P(B_n) \cdot P(A|B_n)$$

Tenemos que C = "sale cara".

Si se lanza la moneda M_1 que tiene una probabilidad de $P(M_1) = \frac{1}{2}$

Entonces la probabilidad de obtener cara es $P(C|M_1) = 0,2$

Si se lanza la moneda M_2 que tiene una probabilidad de $P(M_2) = \frac{1}{2}$

Entonces la probabilidad de obtener cara es $P(C|M_1) = 0,4$

La probabilidad total es:

$$P(C) = P(M_1) \cdot P(C|M_1) + P(M_2) \cdot P(C|M_2)$$

$$P(C) = 0,5 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,3$$

5.37 Tenemos tres urnas que contienen 3 bolas azules y 2 rojas la primera, 3 azules y 3 rojas la segunda, y 2 azules y 3 rojas la tercera. Elegimos una urna al azar y extraemos dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de obtener dos bolas azules es:

a) 1/5.
b) 2/5.
c) 3/5.

La fórmula de la probabilidad total es:

Si $B_1, B_2, ... B_n$ son sucesos disjuntos cuya unión es el suceso seguro, la probabilidad de cualquier suceso A se calcula mediante la expresión:

$$P(A) = P(B_1)\cdot P(A|B_1) + P(B_2)\cdot P(A|B_2) + ... + P(B_n)\cdot P(A|B_n)$$

Tenemos que A = "*las dos bolas son azules*".

Las bolas se extraen de la primera urna con probabilidad $P(U_1) = \frac{1}{3}$

Cuando esto sucede, la probabilidad de extraer dos bolas azules es: $P(A|U_1) = \frac{3}{5}\cdot\frac{2}{4} = \frac{3}{10}$

Las bolas se extraen de la segunda urna con probabilidad $P(U_2) = \frac{1}{3}$

Cuando esto sucede, la probabilidad de extraer dos bolas azules es: $P(A|U_2) = \frac{3}{6}\cdot\frac{2}{5} = \frac{1}{5}$

Las bolas se extraen de la tercera urna con probabilidad $P(U_3) = \frac{1}{3}$

Cuando esto sucede, la probabilidad de extraer dos bolas azules es: $P(A|U_3) = \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

La probabilidad total es:

$$P(A) = \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{10} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{10} = \frac{2}{10}$$

5.37 Tenemos tres urnas que contienen 3 bolas azules y 2 rojas la primera, 3 azules y 3 rojas la segunda, y 2 azules y 3 rojas la tercera. Elegimos una urna al azar y extraemos dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de obtener dos bolas azules es:

a) 1/5.
b) 2/5.
c) 3/5.

Todas las urnas tienen la misma probabilidad de ser elegidas 1/3.

Ahora vemos la probabilidad de obtener dos bolas azules para cada urna, la 1, la 2 y la 3.

Primero, el espacio de posibilidades, el denominador de cada una.

- Urna 1: 3 azules y 2 rojas, para la primera extracción puedo elegir entre 5 bolas distintas y para la segunda entre 4 ya que es sin devolver la primera a la urna, total 5·4 = 20.
- Urna 2: 3 azules y 3 rojas, para la primera extracción puedo elegir entre 6 bolas distintas y para la segunda entre 5 ya que es sin devolver la primera a la urna, total 6·5 = 30.
- Urna 3: 2 azules y 3 rojas, para la primera extracción puedo elegir entre 5 bolas distintas y para la segunda entre 4 ya que es sin devolver la primera a la urna, total 5·4 = 20.

Segundo, calculamos La probabilidad de obtener dos bolas azules de cada una:

Lo que hay que hacer es numerarlas, como hago aquí:

- Urna 1: 12345
- Urna 2: 123456
- Urna 3: 12345

Y ahora combinamos para hallar la probabilidad de obtener dos bolas azules

Urna 1:	12, 13 21, 23 31, 32		Urna 2:	12, 13 21, 23 31, 32		Urna 3:	12 21

Probabilidad de cada Urna	Obtener dos bolas azules Urna 1, 2 ,3
$P(U_1)=\frac{1}{3}$	$\frac{6}{20}$
$P(U_2)=\frac{1}{3}$	$\frac{6}{30}$
$P(U_3)=\frac{1}{3}$	$\frac{2}{20}$

Sumamos todo, $\frac{6}{20}+\frac{6}{30}+\frac{2}{20}=\frac{2}{10}$

5.38 Si $P(A)=0,4$, $P(B)=0,5$ y $P(A|B)=0,2$, la probabilidad condicionada $P(B|A)$ es igual a:

a) 0,5.
b) 0,25.
c) 0,15.

Si A y B son dos sucesos, la probabilidad de que A haya ocurrido, suponiendo que B ha ocurrido, se puede calcular mediante la ***regla de Bayes***.

$$P(A|B)=P(A)\frac{P(B|A)}{P(B)}$$

$$0,2=0,4\cdot\frac{P(B|A)}{0,5}$$

$$P(B|A)=\frac{0,10}{0,4}=0,25$$

5.39 Las monedas M_1 y M_2 son idénticas salvo que M_1 tiene probabilidad 0,2 de salir cara, mientras que la probabilidad de salir cara al lanzar M_2 es 0,4. Elegimos una de las monedas al azar y la lanzamos, ha salido cara, la probabilidad de que se trate de la moneda M_2 es:

a) 0,6.
b) 0,5.
c) 2/3.

Si A y B son dos sucesos, la probabilidad de que A haya ocurrido, suponiendo que B ha ocurrido, se puede calcular mediante la ***regla de Bayes***.

$$P(A|B) = P(A)\frac{P(B|A)}{P(B)}$$

Los datos son las probabilidades condicionadas de obtener cara en cada moneda

$$P(C|M_1) = 0,2 \qquad P(C|M_2) = 0,4$$

Y las probabilidades previas de elegir cada una de las monedas $P(M_1) = 0,5$, $P(M_2) = 0,5$. La probabilidad de obtener cara al lanzar la moneda elegida al azar entre M_1 y M_2 es

$$P(C) = 0,5 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,3$$

La probabilidad posterior de que se trate de la moneda M_2 es:

$$P(M_2|C) = \frac{P(M_2) \cdot P(C|M_2)}{P(C)} = \frac{0,5 \cdot 0,4}{0,3} = \frac{2}{3}$$

5.40 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas se extraen dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. Si la segunda bola ha sido roja, la probabilidad de que la primera bola haya sido azul es:

a) 1/2.
b) 5/8.
c) 5/9.

La probabilidad de que la primera bola sea azul es $P(A_1) = \frac{4}{9}$.

La probabilidad de que la segunda bola sea roja es si la primera fue azul es $P(R_2|A_1) = \frac{5}{8}$.

La probabilidad de que la primera bola sea roja es $P(R_1) = \frac{5}{9}$.

La probabilidad de que la segunda bola sea roja si la primera fue roja es $P(R_2|R_1) = \frac{4}{8}$.

La probabilidad de que la segunda bola sea roja es:

$$P(R_2) = P(A_1)\cdot P(R_2|A_1) + P(A_1)\cdot P(R_2|A_1) = \frac{5}{9}$$

$$P(A_1|R_2) = P(A_1)\frac{P(R_2|A_1)}{P(R_2)} = \frac{4/9 \cdot 5/8}{5/9} = \frac{1}{2}$$

Otra forma de resolverlo:

Si sabemos que la segunda bola ha sido roja nos quedan en la urna 4 bolas azules y 4 rojas en total. Y como casos favorables tenemos 4 bolas azules:

$$P(1^{a}\, sea\ azul) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Otra forma de resolverlo, aplicando la regla de Laplace:

5.40 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas se extraen dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. Si la segunda bola ha sido roja, la probabilidad de que la primera bola haya sido azul es:

a) 1/2.
b) 5/8.
c) 5/9.

Si la segunda bola ha sido roja, tenemos:

1 5	2 5	3 5	4 5	6 5	7 5	8 5	9 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	7 6	8 6	9 6
1 7	2 7	3 7	4 7	5 7	6 7	8 7	9 7
1 8	2 8	3 8	4 8	5 8	6 8	7 8	9 8
1 9	2 9	3 9	4 9	5 9	6 9	7 9	8 9

Que son los casos totales, 40.

Ahora nos queda averiguar los casos favorables.

La probabilidad de que la primera bola sea azul es:

1 5	2 5	3 5	4 5
1 6	2 6	3 6	4 6
1 7	2 7	3 7	4 7
1 8	2 8	3 8	4 8
1 9	2 9	3 9	4 9

Resultan 20 casos favorables.

$$P\left(1^{a}\, sea\ azul\right) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

5.41 Tenemos tres urnas, la primera contiene 2 bolas azules, la segunda 1 bola azul y una roja, la tercera 2 bolas rojas. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola. Si la bola extraída es roja, la probabilidad de que la tercera urna haya sido elegida es:

a) 1/2.
b) 2/3.
c) 3/4.

Pongamos que U_i = "*la urna i es elegida*", para $i = 1,2,3$ y B = "la bola es roja". Se trata de calcular $P(U_3|B)$. Por la fórmula de Bayes, se tiene

$$P(U_3|B) = \frac{P(U_3) \cdot P(B|U_3)}{P(B)}$$

Puesto que las urnas se eligen al azar, se tiene

$$P(U_1) = P(U_2) = P(U_3) = \frac{1}{3}$$

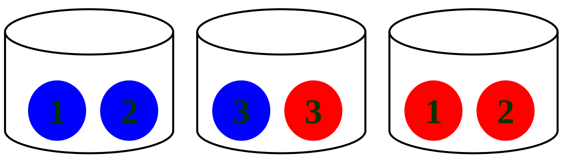
Ahora, la urna U_1 no contiene bolas rojas, luego $P(B|U_1) = 0$; de manera similar, obtenemos $P(B|U_2) = \frac{1}{2}$ y $P(B|U_3) = 1$. De la fórmula de la probabilidad total resulta:

$$P(B) = P(U_1)P(B|U_1) + P(U_2)P(B|U_2) + P(U_3)P(B|U_3)$$

Si reemplazamos en la fórmula de Bayes obtenemos:

$$P(U_3|B) = \frac{P(U_3) \cdot P(B|U_3)}{P(B)} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3}$$

Este resultado se puede razonar directamente, las bolas de las urnas están numeradas de la siguiente manera:



Si sabemos que la bola elegida es roja, no sabemos exactamente cual es, pero hay 3 casos posibles, que tienen la misma probabilidad:

De los 3 casos 2 son favorables a que la urna elegida sea la tercera y uno a que sea la segunda, por lo tanto la probabilidad es:

$$\frac{2}{3}$$

5.42 Si $P(A)=0,2$ y $P(A|B)=0,2$ se cumple:

d) Los sucesos A y B son independiente.
e) $P(A|B)=P(B|A)$.
f) No pueden ser iguales esas probabilidades.

En un fenómeno aleatorio determinado diremos que el suceso B es independiente del suceso A si se cumple $P(B|A)=P(B)$

Dos sucesos A y B son independientes si se cumple $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

5.43 Si $P(A)=P(A|B)=0,2$ se cumple:

a) $P(B)=0,2$.
b) $P(B)=P(B|A)$.
c) No pueden ser iguales esas probabilidades.

Como sabemos que B ha ocurrido no altera la probabilidad de que A ocurra, los sucesos A y B son independientes y por ello tenemos que $P(B)=P(B|A)$.

Sin embargo, no hay ninguna razón para que $P(B)=0,2$

5.44 Si A y B son sucesos independientes, con probabilidades respectivas $P(A)=0,2$ y $P(B)=0,3$ la probabilidad condicionada $P(A\cap B)$ es igual a:

a) 2/3.
b) 0,06.
c) 0,5.

Por definición de la independencia de sucesos, tenemos dos sucesos A y B son independientes si se cumple $P(A\cap B)=P(A)P(B)$.

$P(A\cap B)=0,2\cdot 0,3=0,06$

5.45 Si A y B son sucesos independientes, con probabilidades respectivas $P(A)=0,2$ y $P(B)=0,3$ la probabilidad condicionada $P\left(A|B^{C}\right)$ es igual a:

a) 0,2.
b) 0,06.
c) 0,14.

Por definición de la independencia de sucesos, tenemos dos sucesos A y B son independientes si se cumple

$$P\left(A|B^{C}\right)=\frac{P\left(A\cap B^{C}\right)}{P\left(B^{C}\right)}$$

Tenemos que $P\left(B^{C}\right)=1-P(B)=0,7$

Por otro lado tenemos $P\left(A\cap B^{C}\right)=P(A)-P(A\cap B)$ y como los sucesos son independientes se cumple que

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=0,06$$

$$P\left(A\cap B^{C}\right)=0,2-0,06=0,14$$

$$P\left(A|B^{C}\right)=\frac{0,14}{0,7}=0,2$$

Hay que tener en cuenta que $P\left(A|B^{C}\right)=P(A)$ que nos indica que A también es independiente de B^{C}.

5.46 La moneda M_1 está cargada de manera que al lanzarla sale cara con probabilidad 0,4; la moneda M_2 está cargada de manera que al lanzarla sale cara con probabilidad 0,6. Escogemos al azar una de las monedas y la lanzamos dos veces. La probabilidad de que salgan dos caras es:

a) 0,26.
b) 0,25.
c) 0,36.

Es una aplicación de la probabilidad total y de la independencia de los sucesivos resultados de lanzar la moneda.

Si la moneda elegida es M_1, la probabilidad de obtener dos caras es:

$P(☺☺|M_1) = 0{,}4 \cdot 0{,}4 = 0{,}16$

Si la moneda elegida es M_2, la probabilidad de obtener dos caras es:

$P(☺☺|M_2) = 0{,}6 \cdot 0{,}6 = 0{,}36$

Cada moneda puede ser elegida con igual probabilidad, resumiendo tenemos:

$$P(☺☺) = P(M_1) \cdot P(☺☺|M_1) + P(M_2) \cdot P(☺☺|M_2) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}16 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}36 = 0{,}26$$

5.47 Sobre cuál de las siguientes características tiene sentido realizar un estudio estadístico:

a) El número de patas de las hormigas.
b) El grupo sanguíneo de los habitantes de Londres.
c) El tamaño de los planetas del sistema solar.

El número de patas de las hormigas es 6 y el tamaño de los planetas es permanente y sabemos cual es.
En cambio, los habitantes de Londres se cuentan por millones y el grupo sanguíneo varía de unos a otros.

5.48 Sobre cuál de las siguientes características NO tiene sentido realizar un estudio estadístico:

a) El nivel de renta de los hogares españoles.
b) La fertilidad de los delfines.
c) El número de átomos de las moléculas de agua.

5.49 Si para realizar un estudio estadístico se examinan un cierto número de individuos de una población, los individuos observados:

a) Constituyen una muestra de la población.
b) Dan lugar a un censo de la población.
c) Han de ser elegidos con cuidadosa precisión.

5.50 En un estudio estadístico, la observación de las características de los individuos de una muestra:

a) Da escasos indicios de las características globales del colectivo.
b) Permite establecer conclusiones sobre las propiedades colectivas de los miembros de la población.
c) Es conveniente, aunque sería preferible realizar un censo.

5.51 En un estudio estadístico, las variables estadísticas son:

a) Los atributos o magnitudes que se observan en cada individuo.
b) Principalmente la media y la varianza.
c) Las frecuencias con las que aparece cada observación.

5.52 Una variable estadística que mide atributos cuyas modalidades no son numéricas se llama:

a) Cualitativa.
b) Cuantitava discreta.
c) Cuantitativa continua.

5.53 ¿Qué variables no toman valores numéricos que pueden ser operados conforme a las reglas de la aritmética?

a) Las variables de intervalo.
b) Las variables de razón.
c) Las variables nominales.

5.54 La fecha de caducidad de un producto farmacéutico es una variable:

a) Nominal.
b) Ordinal.
c) Cuantitativa.

5.55 El año de fabricación de un automóvil es una variable estadística:

a) Que se mide en escala de intervalos.
b) De tipo ordinal.
c) Que se mide en escala de razón.

5.56 La latitud y el huso horario de un lugar son variables:

a) Cuantitativa y cualitativa respectivamente.
b) Cuantitativas, continua y discreta respectivamente
c) Cuantitativa y ordinal respectivamente.

5.57 En una distribución de frecuencias relativas de una variable estadística cualitativa, la frecuencia relativa f_i de la modalidad x_i

a) Es siempre mayor que 1.
b) Es siempre menor o igual que 1
c) Puede ser mayor o menor que 1 según las características de la variable estadística considerada.

5.58 En una tabla de frecuencias, el cálculo de las frecuencias acumuladas tiene sentido:

a) En cualquier caso.
b) Si la variable es por lo menos ordinal.
c) Solo si la variable es cuantitativa.

5.59 En una tabla de frecuencia en la que aparecen las frecuencias acumuladas:

a) La suma de dicha frecuencias es 1.
b) La suma de dicha frecuencias es el número total de observaciones.
c) La última de dicha frecuencias es 1.

5.60 En un diagrama de sectores, que representa las frecuencias de distintas modalidades de una variable estadística, son proporcionales a cada frecuencia:

a) Los radios y los ángulos de los sectores.
b) Los ángulos y las áreas de los sectores.
c) Los radios y las áreas de los sectores.

5.61 Para representar la distribución de una variable estadística, en un histograma se representan:

a) Sólo las frecuencias de la variable.
b) Sólo los valores de la variable.
c) Los valores de la variable y sus frecuencias.

5.62 Para una variable estadística cuantitativa continua, la representación gráfica más adecuada de su distribución de frecuencias es:

a) Un diagrama de sectores.
b) Un histograma con valores agrupados en intervalos.
c) Un histograma sin necesidad de agrupar los valores en intervalos.

5.63 La media aritmética de una distribución de frecuencias absolutas de una variable estadística cuantitativa:

a) Coincide siempre con uno de los posibles valores de la variable.
b) Nunca coincide con uno de los posibles valores de la variable.
c) Puede coincidir o no con uno de los posibles valores de la variable

5.64 Los salarios en euros de los 6 trabajadores de un taller son

1850	1650	1980	1590	2090	1780

Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, el salario medio de los trabajadores de la empresa es

a) 290500 pesetas.
b) 295000 pesetas.
c) 305000 pesetas.

Al cambiar la unidad de medida cambia proporcionalmente. En euros, el salario medio es
La media es:

$$\frac{1850+1690+1980+1590+2090+1780}{6}=\frac{10980}{6}=1830\text{ euros}$$

Que son $1830\cdot(1000/6)=305000$ pesetas. Los salarios en pesetas son

308333	281666	330000	265000	348333	296666

Cuya media resulta

$$\frac{308333+281666+330000+265000+348333+296666}{6}=304999,66 \text{ Pesetas.}$$

Con un pequeño error debido al redondeo.

5.65 La varianza de los salarios, en euros, de los 6 trabajadores de un taller es $s^2=28366,7\text{ euros}^2$. Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, la varianza de los salarios en pesetas es

a) 787963888,8.
b) 4727783,3.
c) 396345836.

La varianza cambia proporcionalmente al cuadrado de la escala. De modo que la varianza equivale a:

$$28366,7\cdot\left(\frac{1000}{6}\right)^2=787963888,8 \text{ pesetas}^2.$$

Los 6 salarios en euros de la cuestión anterior dan como valor de la varianza $s^2=28366,7\text{ euros}^2$. Los seis salarios, en pesetas, proporcionan una varianza de 787761481 pesetas^2 al calcular

$$\frac{308333^2+281666^2+330000^2+265000^2+348333^2+296666^2}{6}-305000^2$$

5.66 La desviación típica de los salarios, en euros, de los 6 trabajadores de un taller es $s = 168,42$ euros. Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, la desviación típica de los salarios en pesetas es

a) 32600.
b) 28070.
c) 24480.

La desviación típica cambia proporcionalmente al factor escala. Luego la desviación típica en pesetas es

$$168,42 \cdot \left(\frac{1000}{6} \right) = 28070 \text{ Pesetas.}$$

La raíz cuadrada de la varianza de los salarios en pesetas, calculada en la cuestión anterior, da 28067 pesetas.

5.67 El coeficiente de variación de los salarios, en euros, de los 6 trabajadores de un taller es 0.092. Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, el coeficiente de variación de los salarios en pesetas es

a) 15,33.
b) 0,092.
c) 1,533.

5.68 La media aritmética y la varianza de una serie de longitudes de tornillos, medidas en milímetros, son $\overline{x} = 17$ y $s^2 = 3,2$. Si se miden en centímetros, la media y la varianza serán

a) $\overline{x} = 1,7$ ***y*** $s^2 = 0,032$**.**
b) $\overline{x} = 1,7$ y $s^2 = 0,32$.
c) $\overline{x} = 170$ y $s^2 = 32$.

Un centímetro son 10 milímetros, de modo que la escala se divide por 10. Ello supone dividir la media por 10 y la varianza por 100.

5.69 En una población, la temperatura máxima diaria, medida en grados centígrados, durante los últimos 36 días ha tenido un coeficiente de variación de 7,5%. Si la temperatura se hubiese medido en grados Farenheit, relacionados con los grados centígrados por $F = 9/5\,C + 32$, el coeficiente de variación de los 36 datos sería

a) 7,5%.
b) 13,5%.
c) No hay datos suficientes para saberlo.

La relación entre las desviaciones típicas, en grados Farenheit y en grados centígrados es $s_F = 9/5\,s_C$. Por otro lado la media en grados Farenheit se obtiene mediante la expresión:

$\overline{x}_F = 9/5\,\overline{x}_C + 32$

A partir de la media $\overline{x}_C$ en grados centígrados.

El coeficiente de variación en grados Farenheit:

$$\frac{s_F}{\overline{x}_F} = \frac{9/5\,s_C}{9/5\,\overline{x}_C + 32}$$

No queda determinado por el coeficiente de variación en grados centígrados: $s_C / \overline{x}_C$.

5.70 En una población, la temperatura máxima diaria, medida en grados centígrados, durante los últimos 36 días ha tenido una media de 27,6º y un coeficiente de variación de 7,5%. Si la temperatura se hubiese medido en grados Farenheit, relacionados con los grados centígrados por $F = 9/5\,C + 32$, el coeficiente de variación de los 36 datos sería

a) 4,56%.
b) 13,5%.
c) No se puede saber.

En grados centígrados, la desviación típica de las 36 medidas es $s_C = 0,075\overline{x}_C = 2,07^{o}$.

La media de los 36 datos, expresados en grados Farenheit, es $\overline{x}_F = 9/5\,\overline{x}_C + 32 = 81,68$.

Su desviación típica $s_F = 9/5\,s_C = 3,726$

Por lo tanto en grados Farenheit, el coeficiente de variación es: $\frac{s_F}{\overline{x}_F} = \frac{3,726}{81,68} = 0,0456$