Tema 3

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

3.1 Cualquier punto que se encuentre sobre el eje de abscisas tiene

a) La primera coordenada igual a 0.
b) La segunda coordenada igual a 0.
c) La primera coordenada distinta de 0.

Los puntos del eje de abscisas tienen por coordenadas $(x,0)$.

La segunda coordenada siempre es 0 y la primera puede ser 0 o distinta de 0.

Solución: Respuesta correcta b.

3.2 Si un punto de coordenadas (x,y) verifica $x \cdot y < 0$, no puede pertenecer:

a) Al primer cuadrante.
b) Al segundo cuadrante.
c) Al cuarto cuadrante.

Solución: Respuesta correcta a.

3.3 La distancia entre los puntos $(-1/2,1)$ y $(1/2,-1)$ es:

a) 1.
b) $\sqrt{2}$.
c) $\sqrt{5}$.

Distancia entre dos puntos (x,y) y (x',y'). $h=\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2}$

$$h=\sqrt{(1/2+1/2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{5}$$

3.4 A distancia 5 del punto $(1,-2)$ se encuentra el punto:

a) $(4,-1)$.
b) $(5,-5)$.
c) $(4,1)$.

a) $h=\sqrt{(4-1)^2+(-1-(-2))^2}=\sqrt{10}$
b) $h=\sqrt{(5-1)^2+(-5-(-2))^2}=5$
c) $h=\sqrt{(4-1)^2+(1-(-2))^2}=3\sqrt{2}$

3.5 El punto $(3,2)$ se encuentra a igual distancia de $(1,1)$ que del punto:

a) $(3,3)$.
b) $(1,2)$.
c) $(5,1)$.

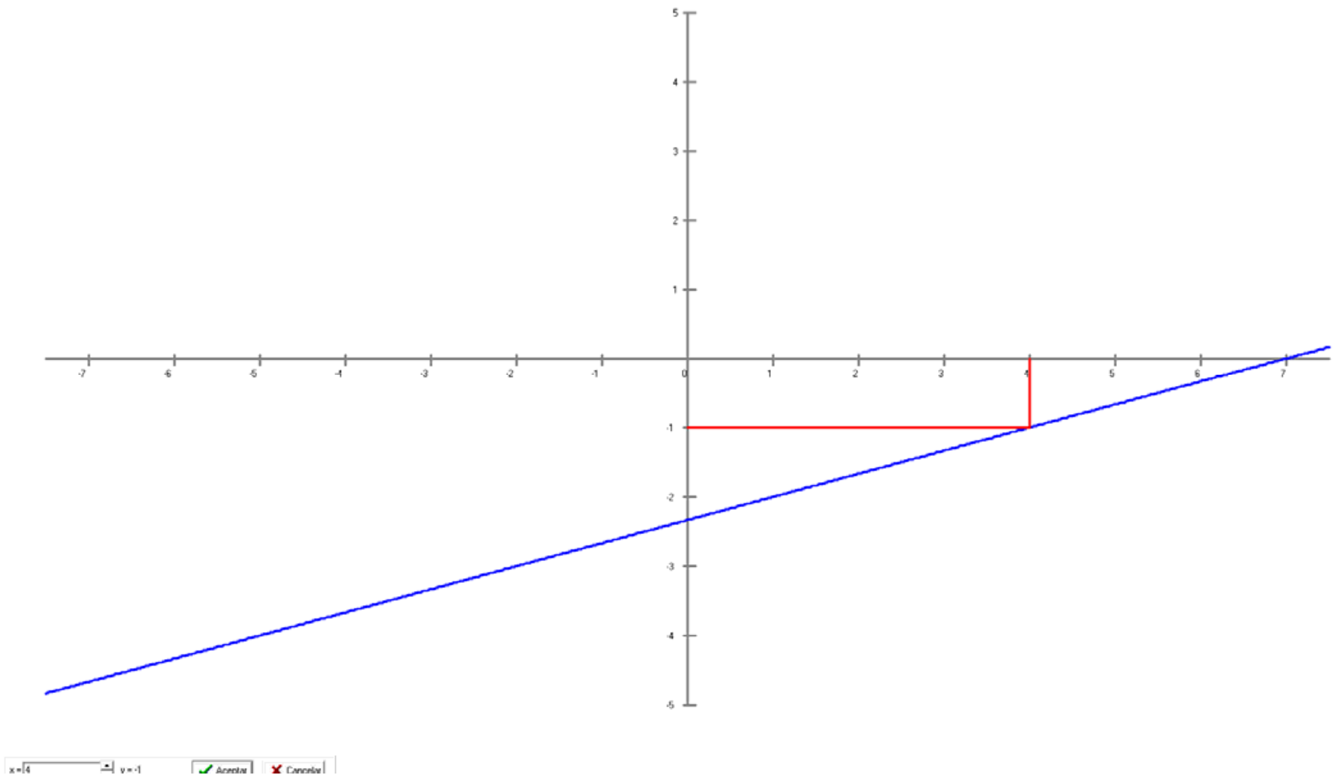
Distancia del punto $(3,2)$ al $(1,1)$: $h=\sqrt{(1-3)^2+(1-2)^2}=\sqrt{5}$

a) $h=\sqrt{(3-3)^2+(3-2)^2}=1$
b) $h=\sqrt{(1-3)^2+(2-2)^2}=2$
c) $h=\sqrt{(5-3)^2+(1-2)^2}=\sqrt{5}$

3.6 El punto $(4,-1)$ pertenece a la recta:

a) $x+3y-8=0$.
b) $y+3x+4=0$.
c) $-x+3y+7=0$.

a) $x+3y-8=0 \rightarrow 4+3(-1)-8\neq 0$
b) $y+3x+4=0 \rightarrow (-1)+3\cdot(4)+4\neq 0$
c) $-x+3y+7=0 \rightarrow -(4)+3\cdot(-1)+7=0$



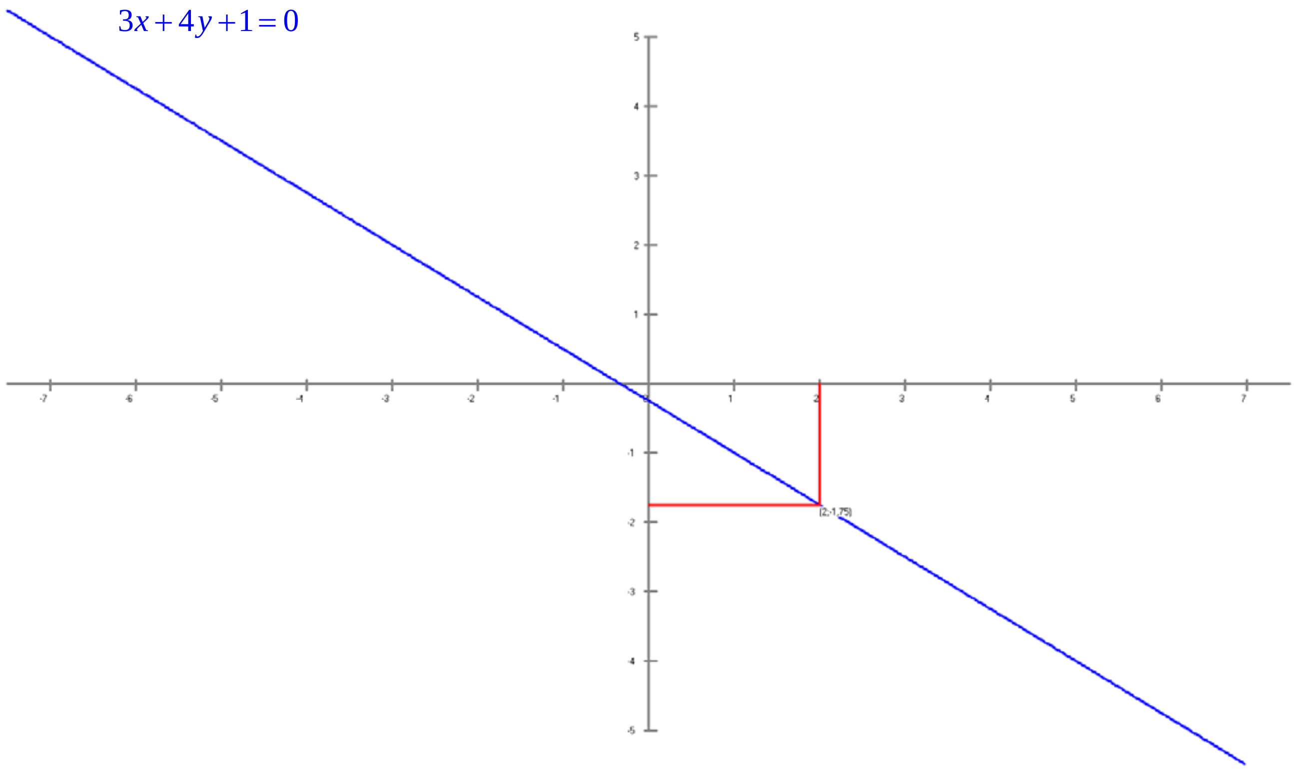
3.7 El punto $(2,-1)$:

a) No pertenece a la recta $x+2y=0$.
b) Pertenece a la recta $2x-y-2=0$.
c) No pertenece a la recta $3x+4y+1=0$.

a) $x+2y=0 \rightarrow 2+2\cdot(-1)=0$

b) $2x-y-2=0 \rightarrow 2\cdot(2)-(-1)-2\neq 0$

c) $3x+4y+1=0 \rightarrow 3\cdot(2)+4\cdot(-1)+1\neq 0$



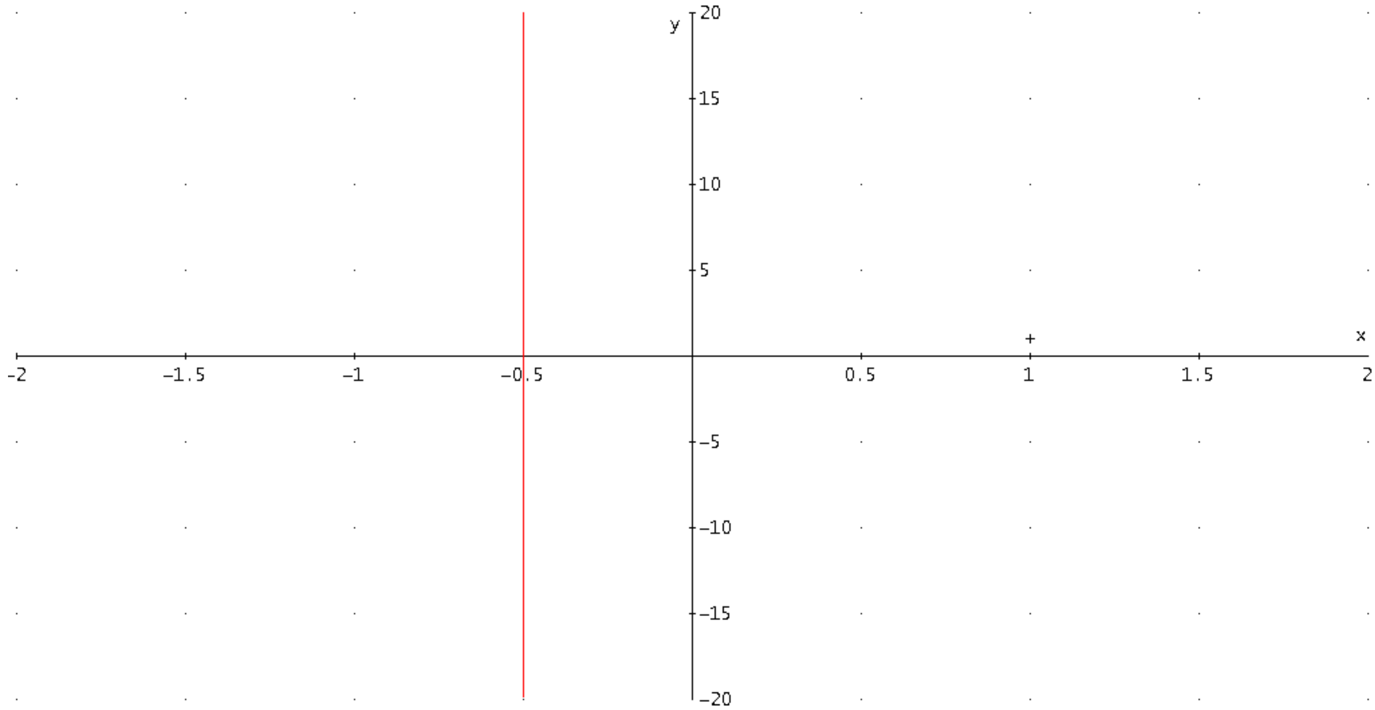
3.8 La ecuación $2x = -1$

a) Representa una recta paralela al eje de ordenadas.
b) Representa una recta paralela al eje de abscisas.
c) No es la ecuación de una recta.

Ecuación General de la Recta $Ax + By + C = 0$

Como $A = 2$, $B = 0$, $C = 1$ tenemos que $x = -\frac{C}{A}$.

Y representa una recta paralela al eje de ordenadas. $x = -\frac{1}{2}$



3.9 La ecuación explícita de la recta que tiene como ecuación $4x+2y-6=0$ es:

a) $y=2x-3$.
b) $y=-2x-3$.
c) $y=-2x+3$.

Despejamos la variable ***y*** de la ecuación $4x+2y-6=0$

$$2y=-4x+6$$
$$y=\frac{-4x+6}{2}$$
$$y=-2x+3$$

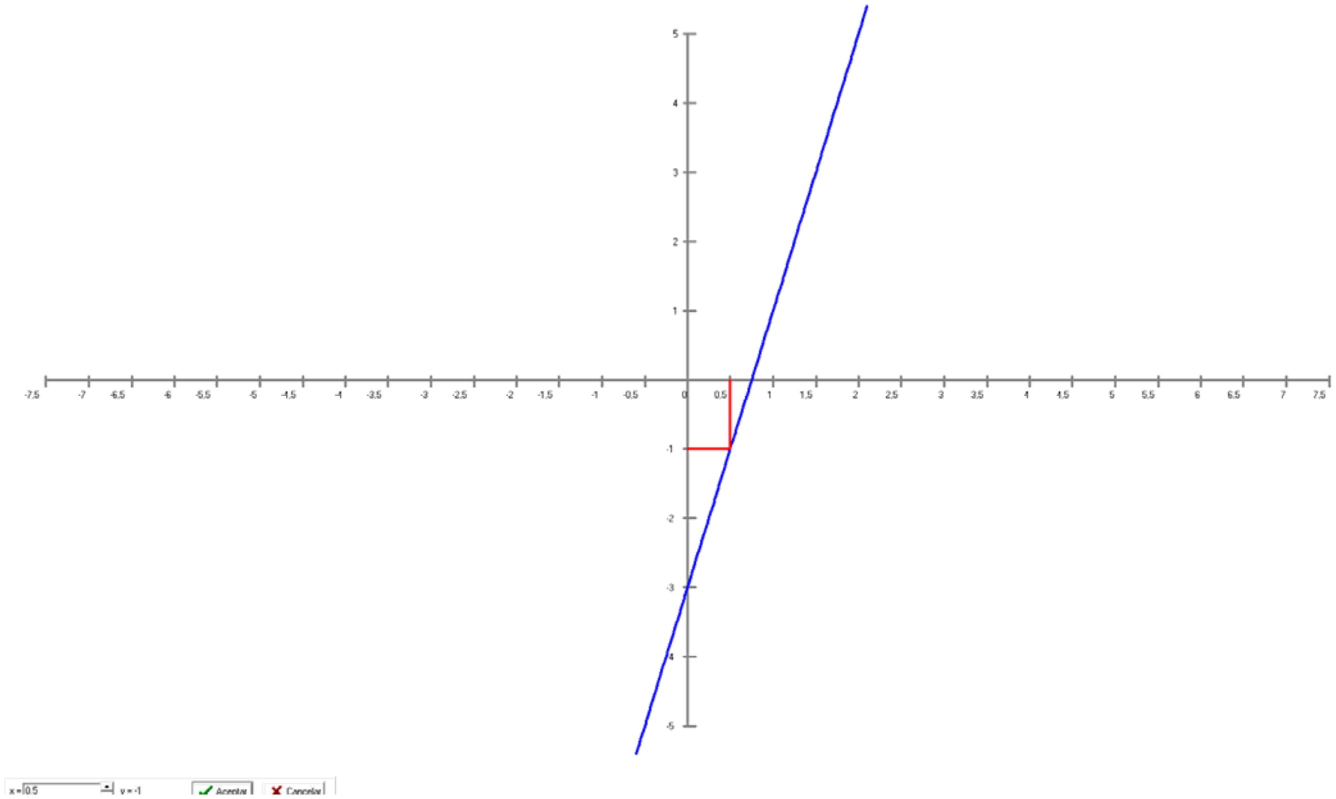
3.10 El punto situado en la recta de ecuación $y=4x-3$ que tiene de abscisa igual a $1/2$ es:

a) $(1/2,-5)$.
b) $(1/2,-1)$.
c) $(1/2,1)$.

Sustituimos en la ecuación $y=4x-3$ la ***x*** por el valor de la abscisa igual a $1/2$,

$$y=4\cdot\frac{1}{2}-3=-1 \rightarrow y=-1$$

Solución $(1/2,-1)$



3.11 ¿Por cuál de los siguientes puntos pasa la recta $y = -x - 2$?

a) $(-1, -1)$.

b) $(2, -3)$.

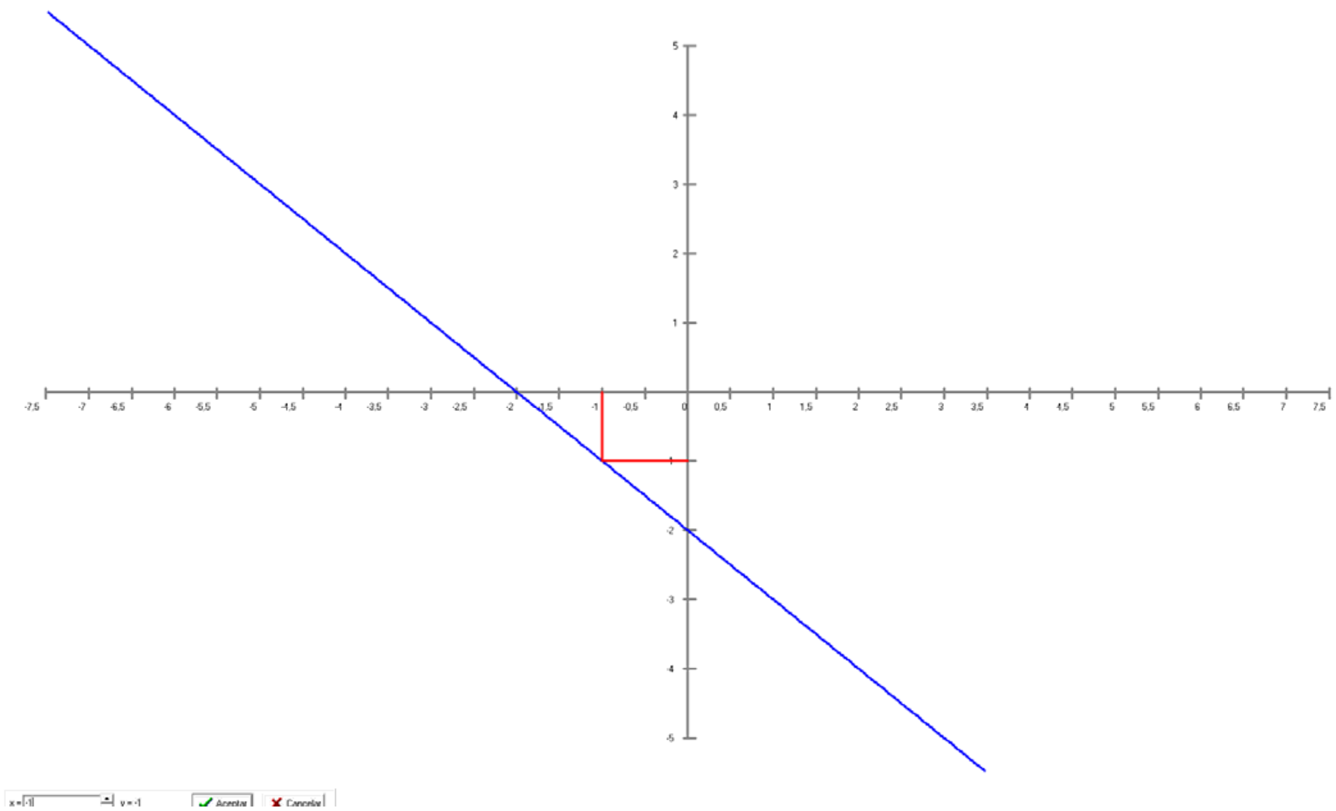
c) $(0, 2)$.

Sustituimos en la ecuación $y = -x - 2$ por los respectivos valores

a) $-1 = -(-1) - 2$.

b) $-3 \neq -2 - 2$.

c) $2 \neq 0 - 2$.

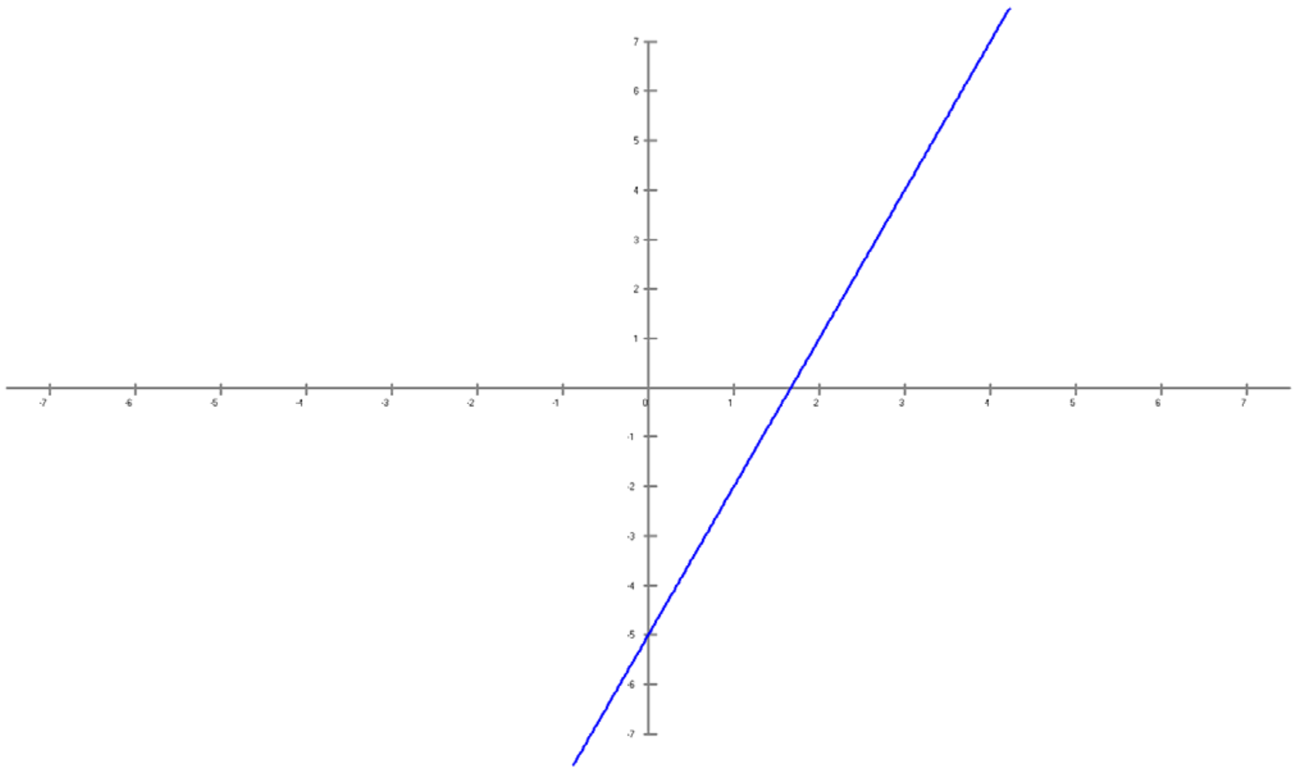


3.12 La pendiente de la recta $y = 3x - 5$ es igual a:

a) 3.
b) -5.
c) $-3/5$.

Ecuación explicita de la recta: $y = ax + b$

- Pendiente: *a*, indica la inclinación.
- Ordenada en el origen: *b*, nivel de la recta donde corta al eje de ordenadas.



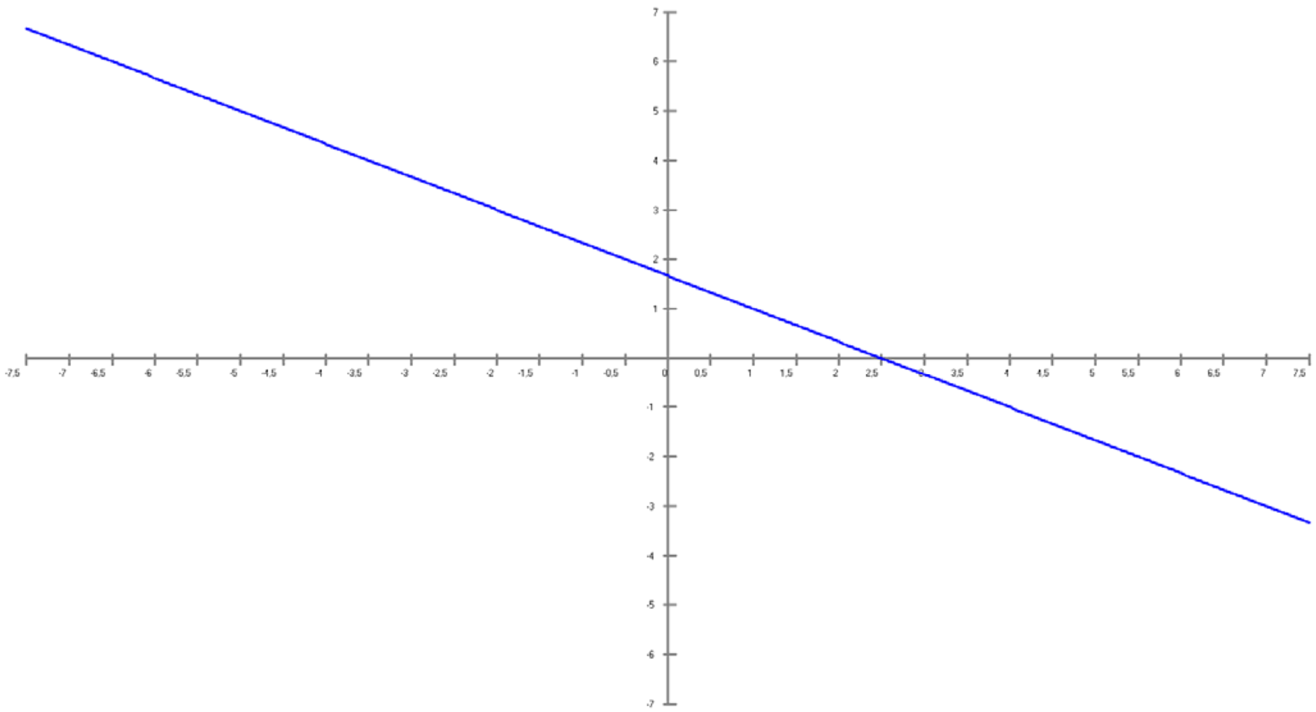
3.13 La pendiente de la recta $2x+3y-5=0$ es igual a:

a) $2/3$.
b) $-3/2$.
c) $-2/3$.

Ecuación explicita de la recta: $y = ax + b$

- Pendiente: *a*, indica la inclinación.
- Ordenada en el origen: *b*, nivel de la recta donde corta al eje de ordenadas.

Despejamos la *y* de la ecuación $2x+3y-5=0 \rightarrow y = \dfrac{-2x+5}{3}$, por lo tanto la pendiente es $-2/3$.



3.14 La recta de ecuación explícita $y = 3x - 1$ tiene:

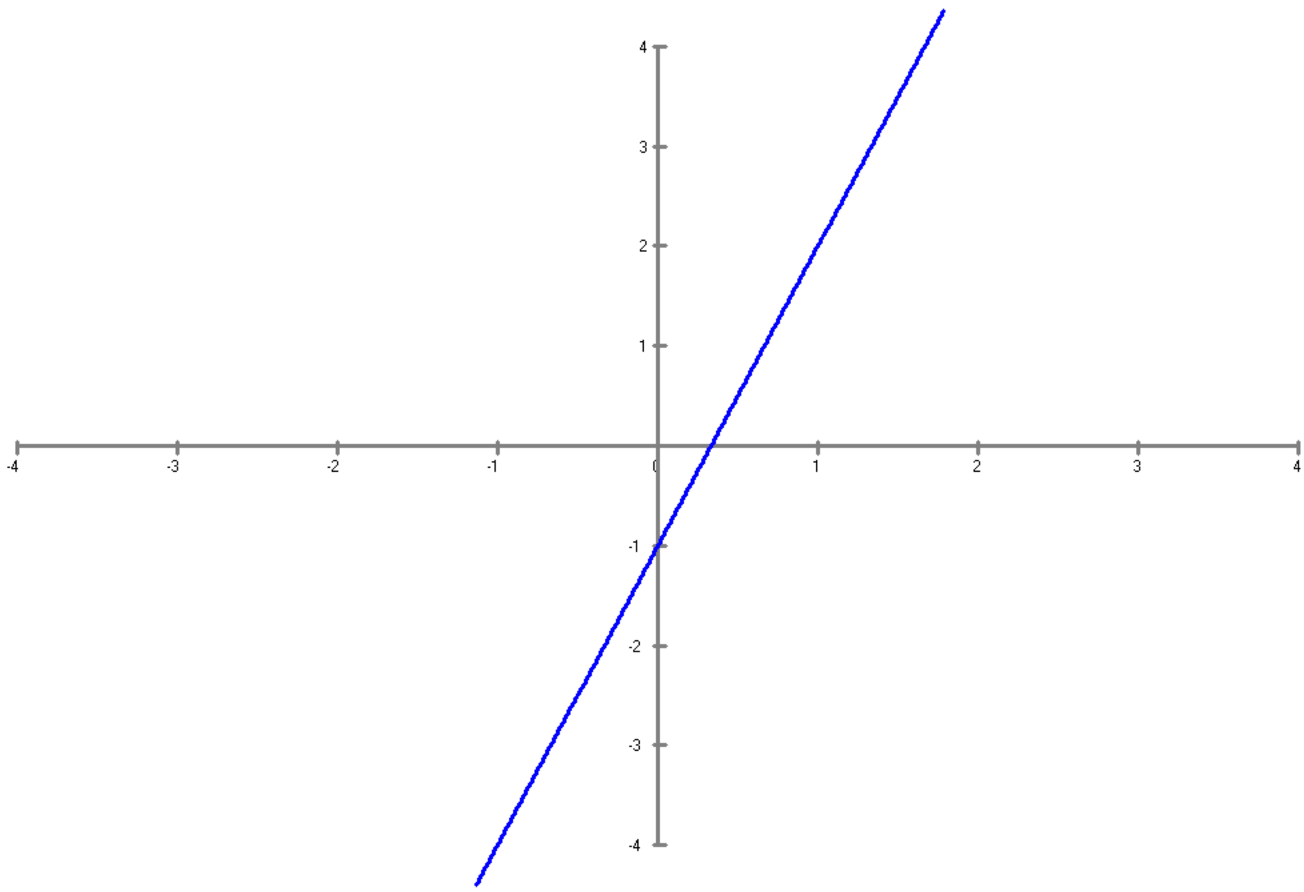
a) Pendiente igual a $1/3$.
b) Ordenada en el origen igual a $-1/3$.
c) Ordenada en el origen igual a -1.

Ecuación explicita de la recta: $y = ax + b$

- Pendiente: *a*, indica la inclinación.
- Ordenada en el origen: *b*, nivel de la recta donde corta al eje de ordenadas.

La pendiente es igual a 3

La ordenada en el origen es -1



3.15 La recta de ecuación $2x-3y-1$ tiene:

a) Pendiente igual a $3/2$.
b) Ordenada en el origen igual a $-1/3$.
c) Ordenada en el origen igual a $-1/2$.

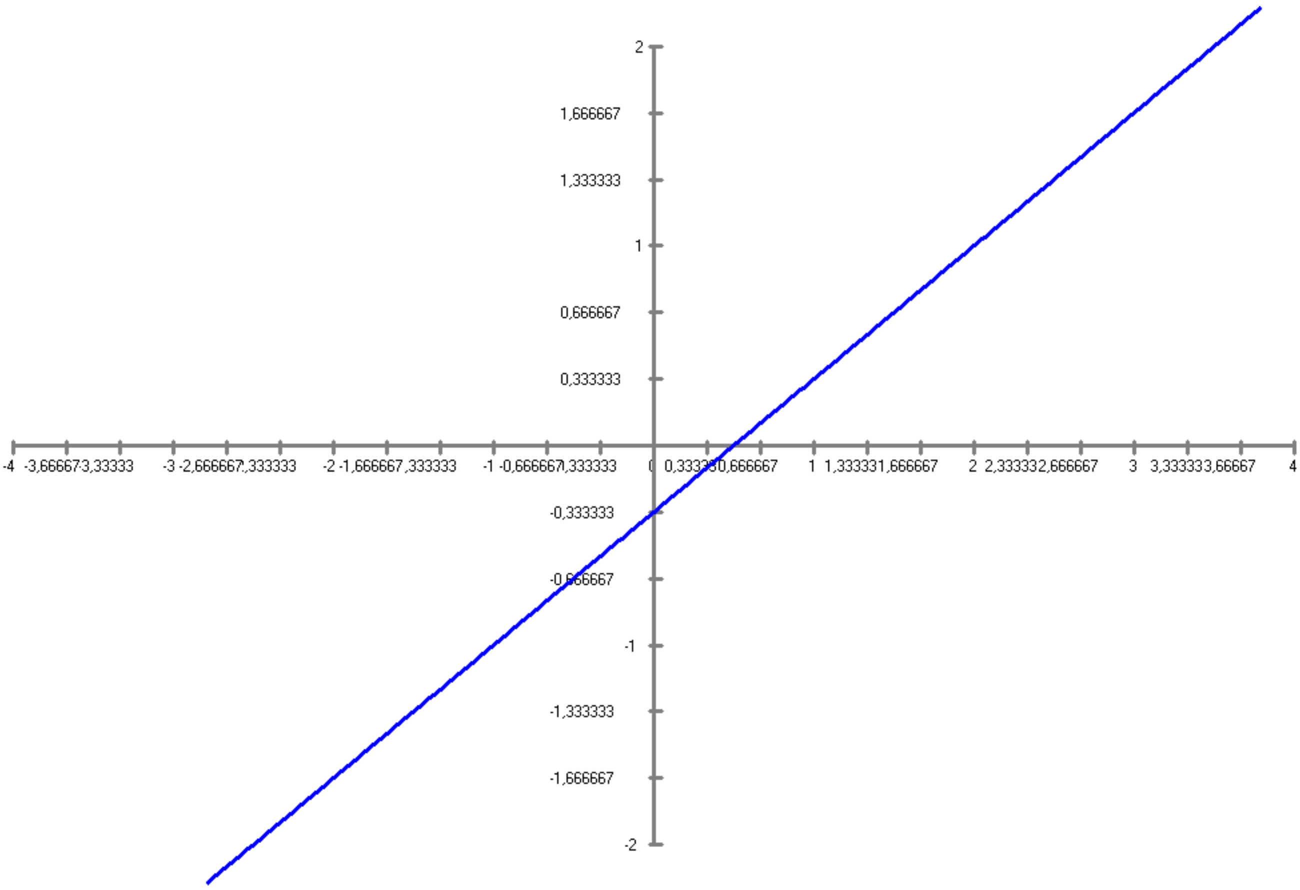
Ecuación explicita de la recta: $y=ax+b$

- Pendiente: *a*, indica la inclinación.
- Ordenada en el origen: *b*, nivel de la recta donde corta al eje de ordenadas.

Despejamos la ecuación $2x-3y-1 \rightarrow y=\frac{2x}{3}-\frac{1}{3}$

La pendiente es igual a $\frac{2}{3}$

La ordenada en el origen es $-\frac{1}{3}$



3.16 ¿Cuál de las rectas siguientes tiene menor ordenada en el origen?

a) $x + y - 1 = 0$.
b) $x - y + 1 = 0$.
c) $x - y - 1 = 0$.

Ecuación explicita de la recta: $y = ax + b$

- Pendiente: *a*, indica la inclinación.
- Ordenada en el origen: *b*, nivel de la recta donde corta al eje de ordenadas.

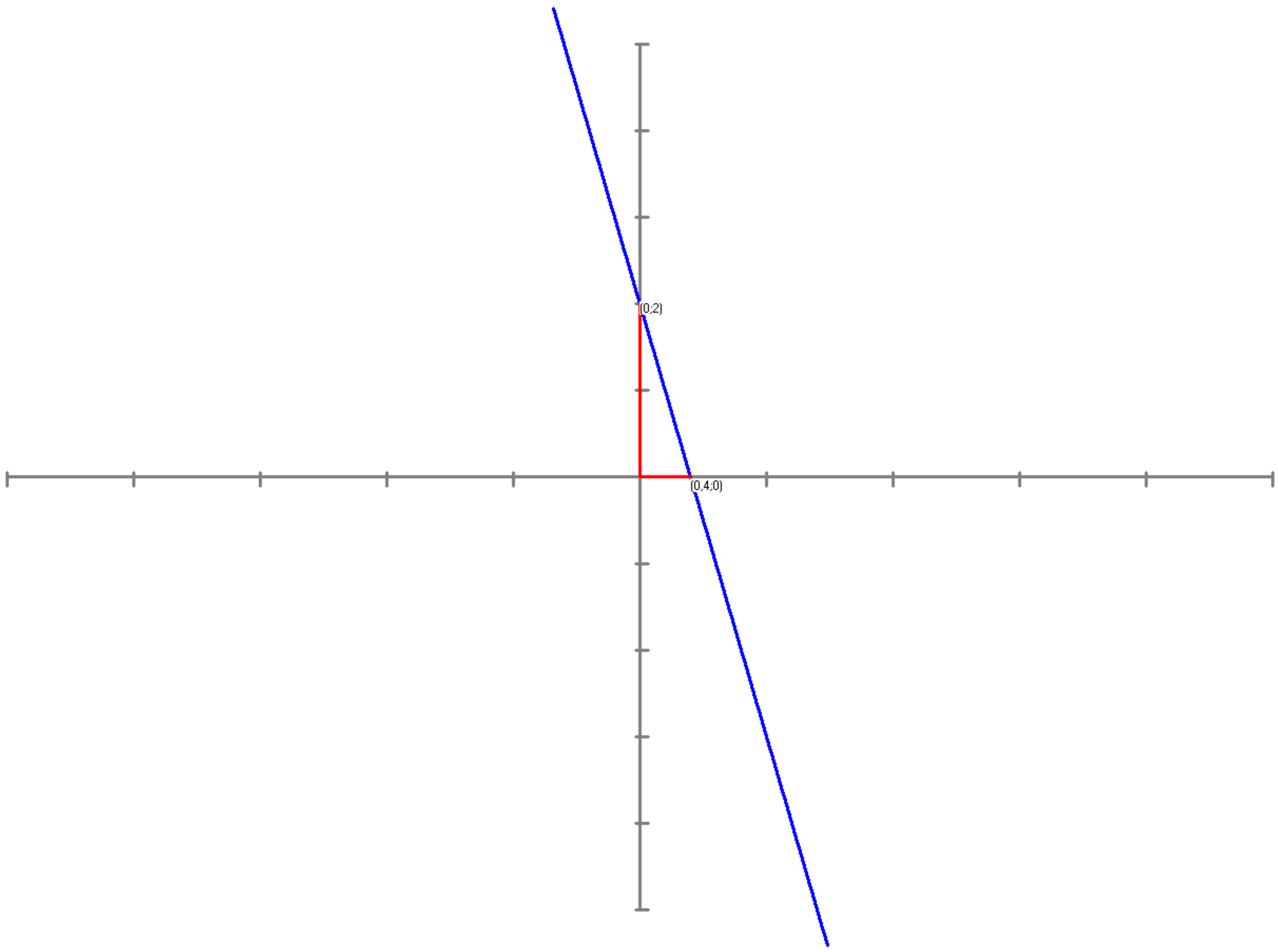
Despejamos las ecuaciones

a) $x + y - 1 = 0 . \rightarrow y = -x + 1$
b) $x - y + 1 = 0 . \rightarrow y = x + 1$
c) $x - y - 1 = 0 . \rightarrow y = x - 1$

La respuesta "c" tiene por ordenada en el origen -1

3.17 La ecuación de la recta de pendiente -5 y ordenada en el origen 2 es:

a) $y = 2x - 5$
b) $y = -5x + 2$
c) $y = -5x - 2$



3.18 ¿Cuál de las rectas siguientes tiene mayor ordenada en el origen?

a) $y = 1$.
b) $y = x - 4$.
c) $2x - 3y + 6 = 0$.

Ecuación explicita de la recta: $y = ax + b$

- Pendiente: *a*, indica la inclinación.
- Ordenada en el origen: *b*, nivel de la recta donde corta al eje de ordenadas.

Despejamos la ecuación $2x - 3y + 6 = 0 \rightarrow y = \frac{2}{3}x + 2$

La respuesta "c" tiene por ordenada en el origen 2 que es la mayor.

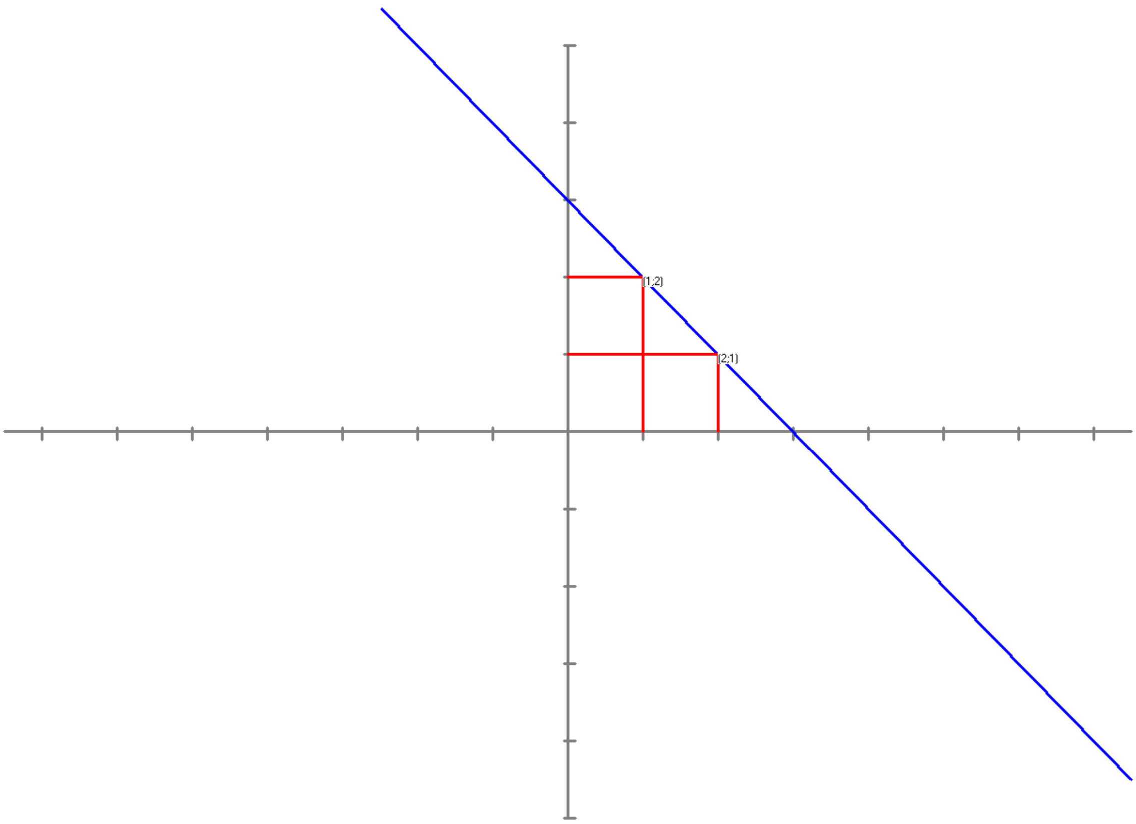
3.19 La ecuación de la recta que pasa por los puntos (2,1) y (1,2) es:

a) $y = -x + 3$
b) $y = x - 3$
c) $y = -x - 2$

Si dos puntos tienen abscisas distintas $x_1 \neq x_2$ la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Si dos puntos tienen abscisas iguales $x_1 = x_2$ la ecuación es $x = x_1$

$$y = \frac{1}{-1}(x - 2) + 1 = -x + 3$$



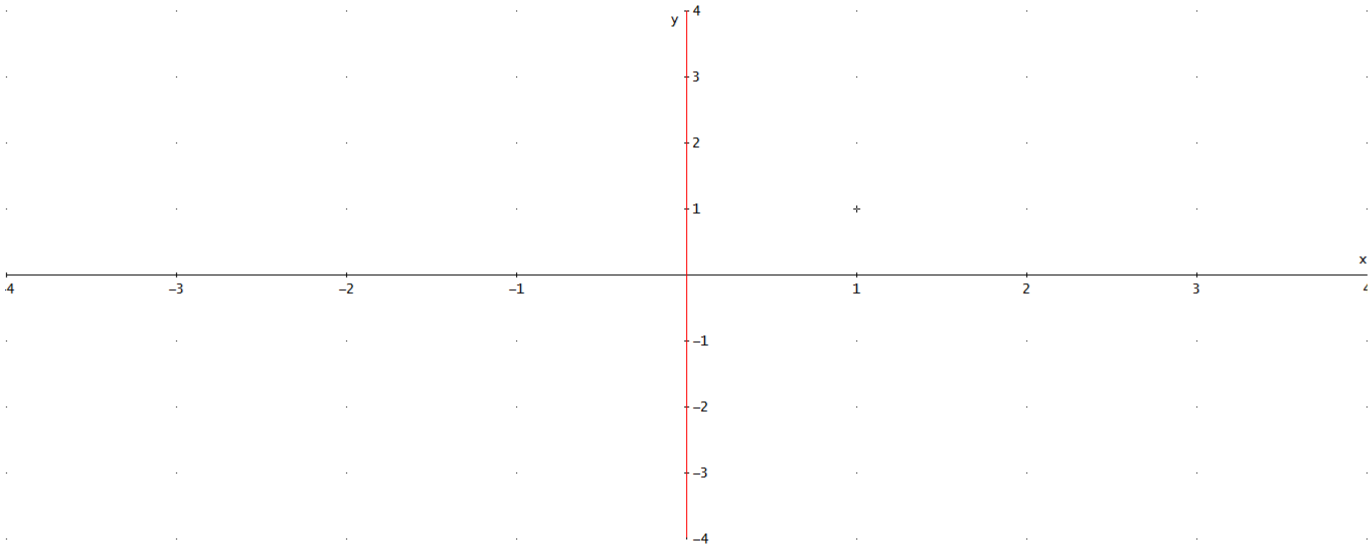
3.20 La ecuación de la recta que pasa por los puntos (0,1) y (0,4) es:

a) $y = x - 2$.
b) $x = 0$.
c) $y = 3 - x$.

Si dos puntos tienen abscisas distintas $x_1 \neq x_2$ la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Si dos puntos tienen abscisas iguales $x_1 = x_2$ la ecuación es $x = x_1$

Como $x_1 = x_2 = 0$ la ecuación es $x = 0$



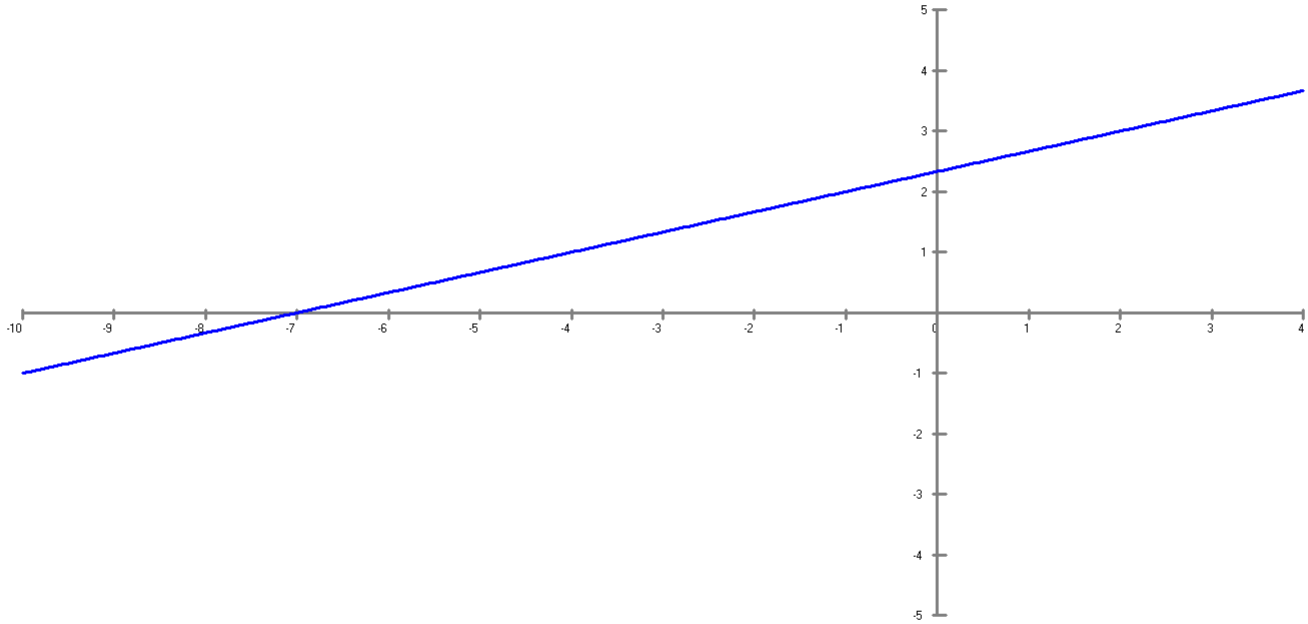
3.21 La recta que pasa por los puntos (-1,2) y (2,3) tiene pendiente igual a:

a) $1/3$.
b) 1.
c) $7/3$.

Si dos puntos tienen abscisas distintas $x_1 \neq x_2$ la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Si dos puntos tienen abscisas iguales $x_1 = x_2$ la ecuación es $x = x_1$

$$y = \frac{1}{3}(x+1) + 2 = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$$



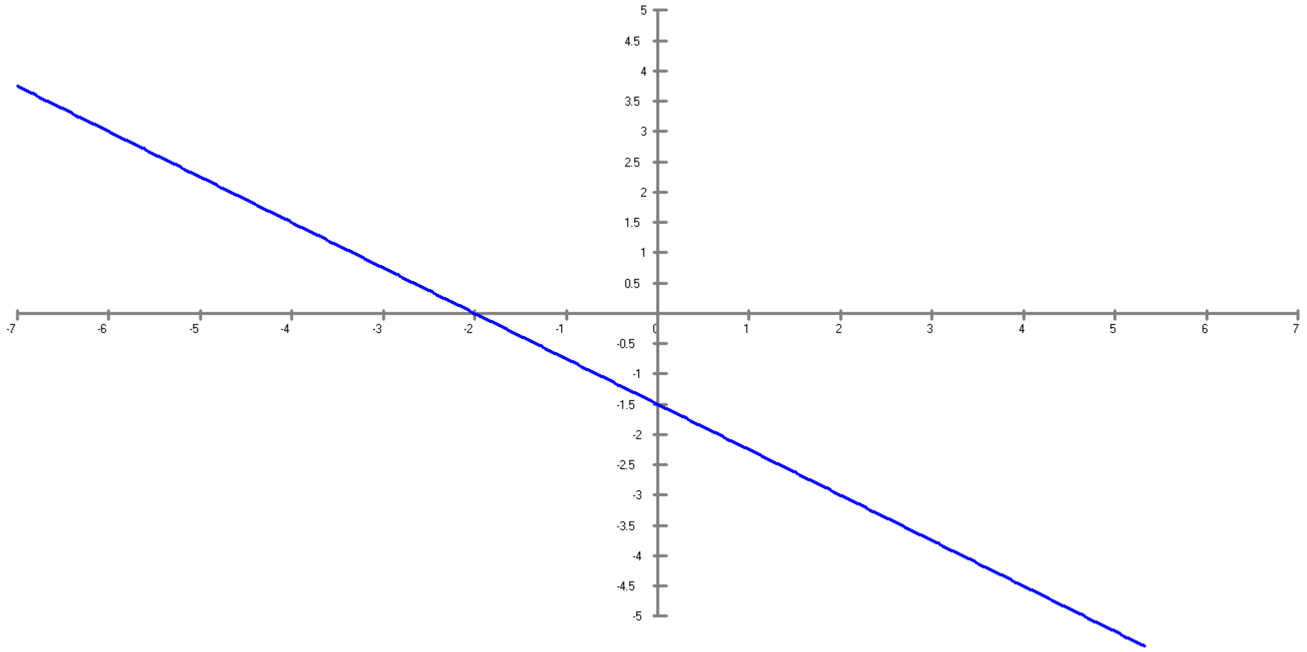
3.22 La recta que pasa por los puntos (2,-3) y (-2,0) tiene ordenada en el origen igual a:

a) $-3/4$.
b) $-3/2$.
c) -1.

Si dos puntos tienen abscisas distintas $x_1 \neq x_2$ la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Si dos puntos tienen abscisas iguales $x_1 = x_2$ la ecuación es $x = x_1$

$$y = \frac{3}{-4}(x-2) - 3 = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$$



3.23 ¿Cuál de los siguientes puntos está alineado con los puntos de coordenadas $(0,2)\, y\, (-3,1)$?

a) $(-2,-1)$.
b) $(6,4)$.
c) $(-4,0)$.

Tres puntos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) y (x_3, y_3) están alineados si $\frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ o bien $x_1 = x_2 = x_3$.

a) $\frac{-1-2}{-2-0} = \frac{1-2}{-3-0} \rightarrow \frac{-3}{-2} = \frac{-1}{-3}$
b) $\frac{4-2}{6-0} = \frac{1-2}{-3-0} \rightarrow \frac{2}{6} = \frac{-1}{-3}$
c) $\frac{0-2}{-4-0} = \frac{1-2}{-3-0} \rightarrow \frac{-2}{-4} = \frac{-1}{-3}$

3.24 ¿Cuál de los siguientes puntos NO está alineado con los puntos de coordenadas $(2,-1)\, y\, (1,2)$?

a) $(-1,8)$.
b) $(3,-4)$.
c) $(-2,5)$.

a) $\frac{8+1}{-1-2} = \frac{2+1}{1-2} \rightarrow \frac{9}{-3} = \frac{3}{-1}$
b) $\frac{-4+1}{3-2} = \frac{2+1}{1-2} \rightarrow \frac{-3}{1} = \frac{3}{-1}$
c) $\frac{5+1}{-2-2} = \frac{2+1}{1-2} \rightarrow \frac{6}{-4} = \frac{3}{-1}$

3.25 El punto que tiene abscisa -1 y está alineado con los puntos $(-3,1)\, y\, (0,-2)$ tiene ordenada:

a) -1.
b) 2.
c) 1.

La recta que pasa por los puntos $(-3,1)\, y\, (0,-2)$, la deducimos por $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

$$y = \frac{-3}{3}(x+3)+1 = -x-2$$

Si ahora sustituimos en la recta el punto de abscisa $x = 1$ tenemos $y = -(-1)-2 = -1$

3.26 El punto de coordenadas $(1,1)$ está alineado con los puntos:

a) $(3,1)\,y\,(0,-2)$.

b) $(2,1)\,y\,(-1,-1)$.

c) $(3,0)\,y\,(5,-1)$.

La recta que pasa por los puntos $(3,0)\,y\,(5,-1)$, la deducimos por $y=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)+y_1$

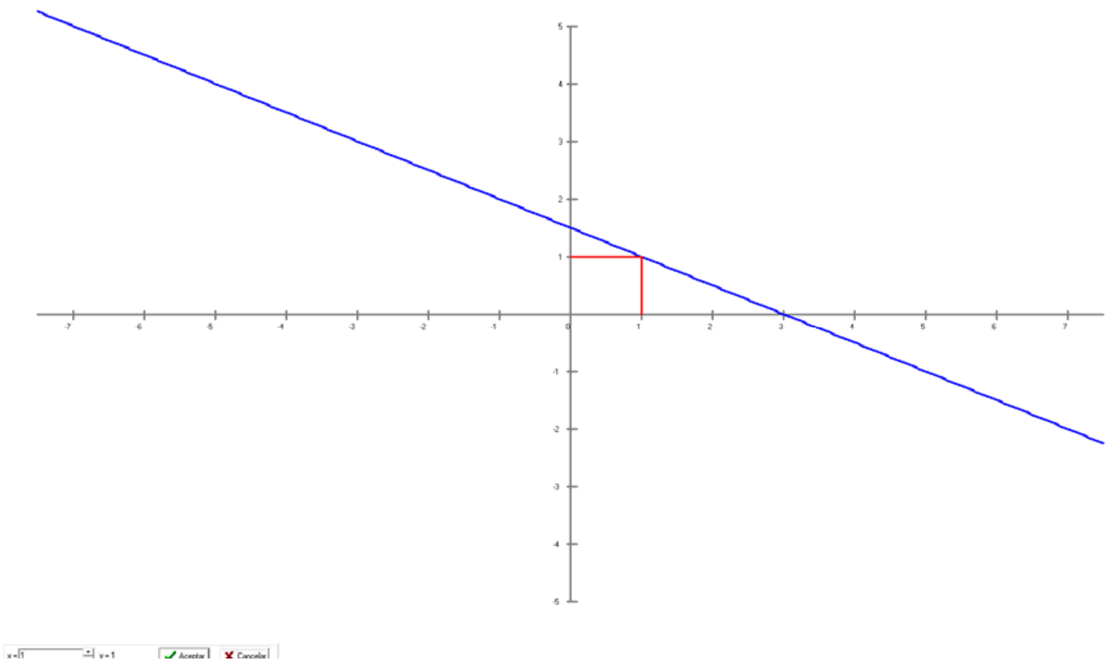
$$y=\frac{-1}{2}(x-3)+0=\frac{-1}{2}x+\frac{3}{2}$$

Si ahora sustituimos en la recta el punto $(1,1)$ tenemos

$$y=\frac{-1}{2}x+\frac{3}{2}$$

$$1=\left(\frac{-1}{2}\cdot 1\right)+\frac{3}{2}$$

$$1=1$$



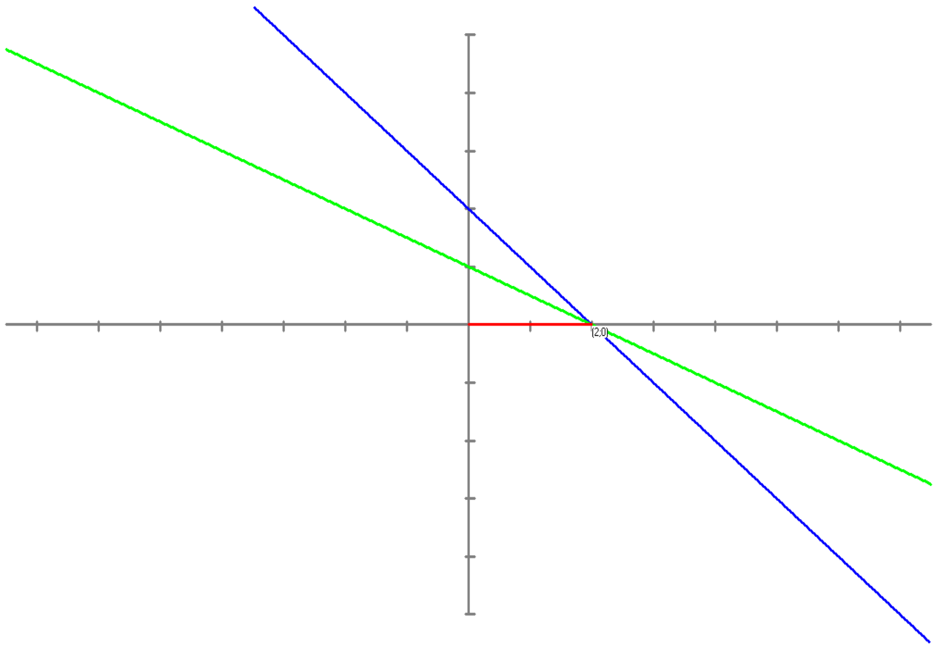
3.27 Las rectas de ecuaciones $x+y=2$ y $x+2y=2$ se cortan en un punto de

a) Abscisa igual a 0.
b) Abscisa igual a 2.
c) Ordenada igual a 2.

$$\left.\begin{array}{r} x+y=2 \\ x+2y=2 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{r} x+y=2 \\ x+2y=2 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} x+0=2 \\ x=2 \end{array}$$

$$\overline{\qquad y=0 \qquad}$$

Punto de corte $(2,0)$



3.28 Las rectas de ecuaciones $x+2y=1$ e $2x+4y=2$ son:

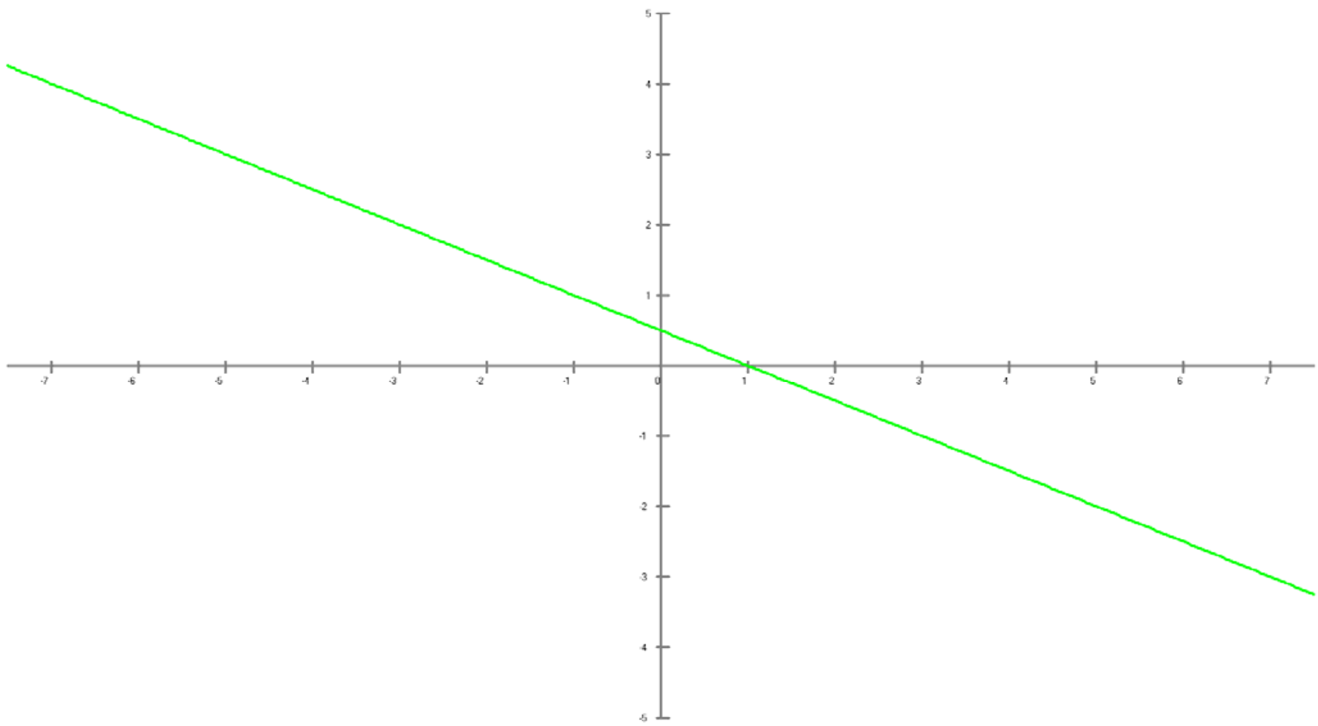
a) Coincidentes.
b) Paralelas y distintas.
c) Tienen un único punto de intersección.

	Ecuación explícita $r \equiv y = ax+b$ $s \equiv y = a'x+b'$	Ecuación general $r \equiv Ax+By+C=0$ $s \equiv A'x+B'y+C'=0$
r y s se cortan	$a \neq a'$	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$
r y s son paralelas	$a = a'$ y $b \neq b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
r y s son coincidentes	$a = a'$ y $b = b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

Las ecuaciones en su expresión general son de la forma $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

Las ecuaciones en su expresión implícita son de la forma $a = a'$ y $b = b'$

$$\left.\begin{array}{l} y = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = \frac{-1}{2}x + \frac{1}{2} \end{array}\right\}$$



3.29 Las rectas de ecuaciones $2x-3y=1$ y $-6x+9y=5$ son:

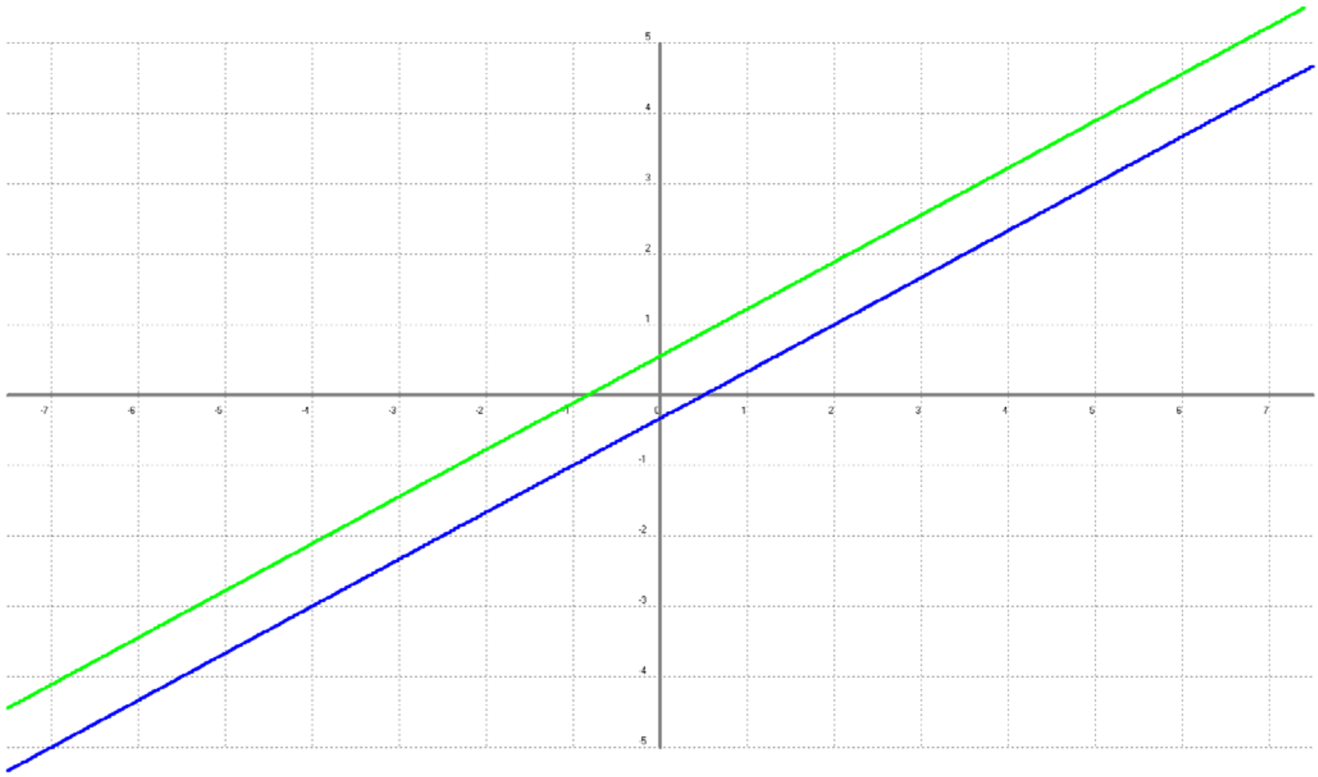
a) Coincidentes.
b) Paralelas y distintas.
c) Tienen un único punto de intersección.

	Ecuación explícita $r \equiv y = ax+b$ $s \equiv y = a'x+b'$	Ecuación general $r \equiv Ax+By+C=0$ $s \equiv A'x+B'y+C'=0$
r y s se cortan	$a \neq a'$	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$
r y s son paralelas	$a = a'$ y $b \neq b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
r y s son coincidentes	$a = a'$ y $b = b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

Las ecuaciones en su expresión general son de la forma $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$

Las ecuaciones en su expresión implícita son de la forma $a = a'$ y $b \neq b'$

$$\left.\begin{aligned} y &= \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} \\ y &= \frac{6}{9}x + \frac{5}{9} \end{aligned}\right\}$$



3.30 La recta que pasa por los puntos (-2,1) y (1,3) y la recta que pasa por los puntos (-1,0) y (2,1):

a) Coincidentes.
b) Paralelas y distintas.
c) Tienen un único punto de intersección.

Si dos puntos tienen abscisas distintas $x_1 \neq x_2$ la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es: $y = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Si dos puntos tienen abscisas iguales $x_1 = x_2$ la ecuación es $x = x_1$

$$y = \frac{2}{3}(x+2)+1 = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$$
$$y = \frac{1}{3}(x+1)+0 = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

Tienen pendientes distintas $a \neq a'$, por lo tanto se cortan

	Ecuación explícita $r \equiv y = ax + b$ $s \equiv y = a'x + b'$	Ecuación general $r \equiv Ax + By + C = 0$ $s \equiv A'x + B'y + C' = 0$
r y s se cortan	$a \neq a'$	$\dfrac{A}{A'} \neq \dfrac{B}{B'}$
r y s son paralelas	$a = a'$ y $b \neq b'$	$\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} \neq \dfrac{C}{C'}$
r y s son coincidentes	$a = a'$ y $b = b'$	$\dfrac{A}{A'} = \dfrac{B}{B'} = \dfrac{C}{C'}$

3.31 La recta que pasa por los puntos (-1,2) y (2,3) y la recta que pasa por los puntos (-2,3) y (1,4):

a) Coincidentes.
b) Paralelas y distintas.
c) Tienen un único punto de intersección.

Si dos puntos tienen abscisas distintas $x_1 \neq x_2$ la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Si dos puntos tienen abscisas iguales $x_1 = x_2$ la ecuación es $x = x_1$

$$y = \frac{1}{3}(x+1) + 2 = \frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$$
$$y = \frac{1}{3}(x+2) + 3 = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$$

Tienen pendientes iguales $a = a'$ y $b \neq b'$, por lo tanto son paralelas

	Ecuación explícita $r \equiv y = ax + b$ $s \equiv y = a'x + b'$	Ecuación general $r \equiv Ax + By + C = 0$ $s \equiv A'x + B'y + C' = 0$
r y s se cortan	$a \neq a'$	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$
r y s son paralelas	$a = a'$ y $b \neq b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
r y s son coincidentes	$a = a'$ y $b = b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

3.32 La paralela a la recta $y=-2x+1$ por el punto (4,-1) tiene por ecuación:

a) $y=-2x+7$.
b) $y=-2x-3$.
c) $2x-y=9$.

La ecuación de la recta ***paralela a la recta*** $y=ax+b$ ***por el punto*** (x_0,y_0) es $y=a(x-x_0)+y_0$.
En el caso de una recta vertical $x=k$, la paralela por (x_0,y_0) es la vertical $x=x_0$.

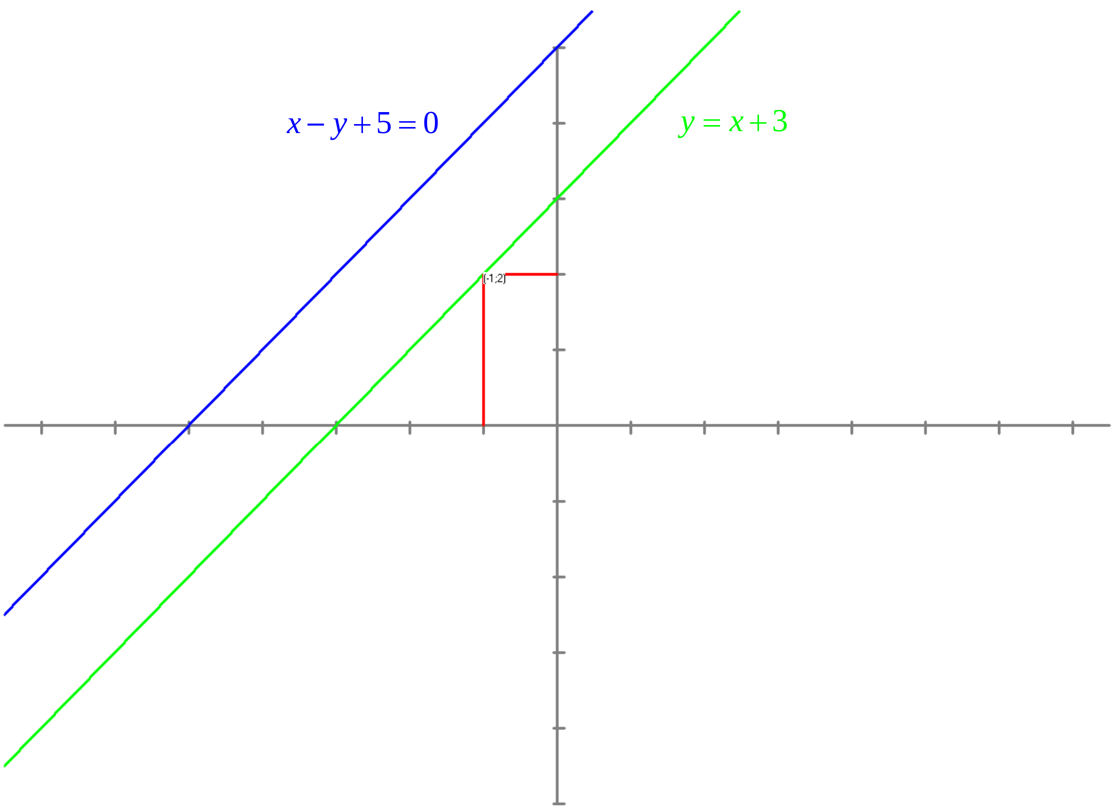
$$\begin{aligned}
y&=a(x-x_0)+y_0\\
y&=-2(x-4)-1\\
y&=-2x+8-1\\
y&=-2x+7
\end{aligned}$$

3.33 La paralela a la recta $x-y+5=0$ por el punto (-2,1) pasa por el punto

a) (-1,2) y su recta es $y=x+3$
b) (-3,-1)
c) (0,-2)

La ecuación de la recta ***paralela a la recta*** $y=ax+b$ ***por el punto*** (x_0,y_0) es $y=a(x-x_0)+y_0$.
En el caso de una recta vertical $x=k$, la paralela por (x_0,y_0) es la vertical $x=x_0$.

$$y=1(x+2)+1=x+3$$

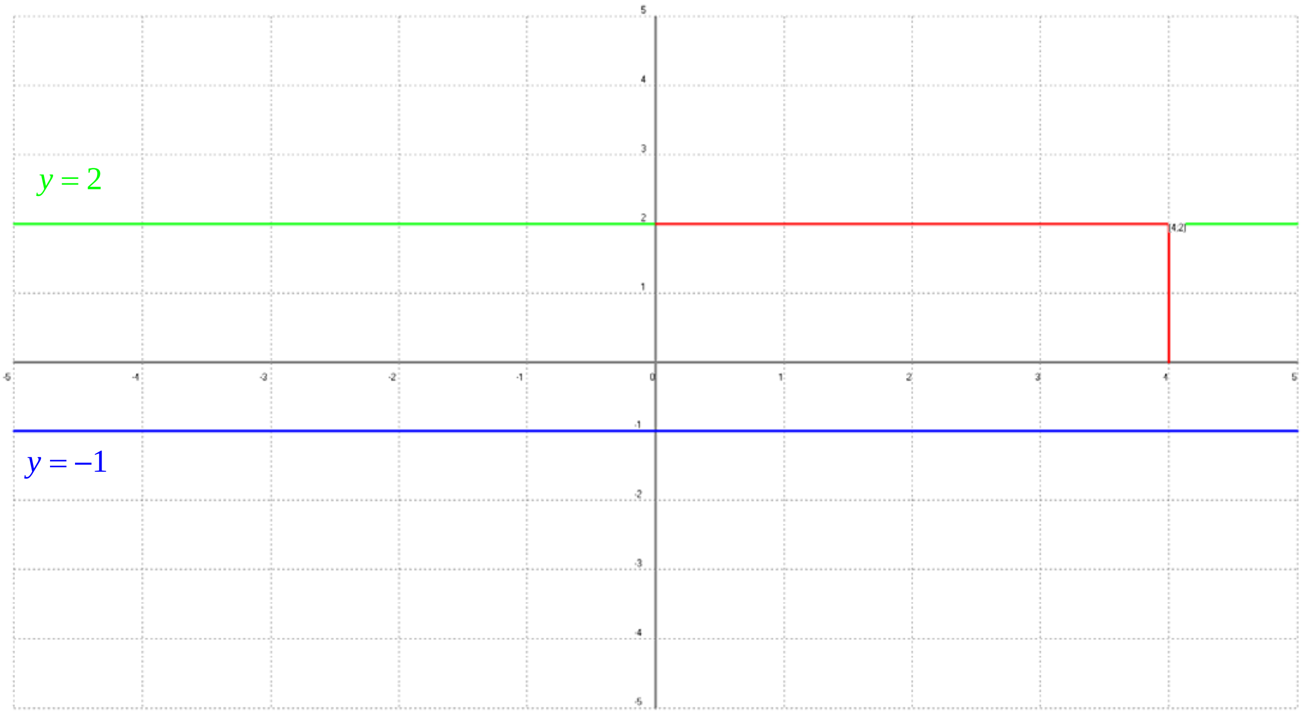


3.34 La paralela a la recta $y=-1$ por el punto (4,2) tiene por ecuación:

a) $y=4$.
b) $y=2$.
c) $y=-2$.

La ecuación de la recta ***paralela a la recta*** $y=ax+b$ ***por el punto*** (x_0,y_0) es $y=a(x-x_0)+y_0$.
En el caso de una recta vertical $x=k$, la paralela por (x_0,y_0) es la vertical $x=x_0$.

$$y=0(x-4)+2$$
$$y=2$$



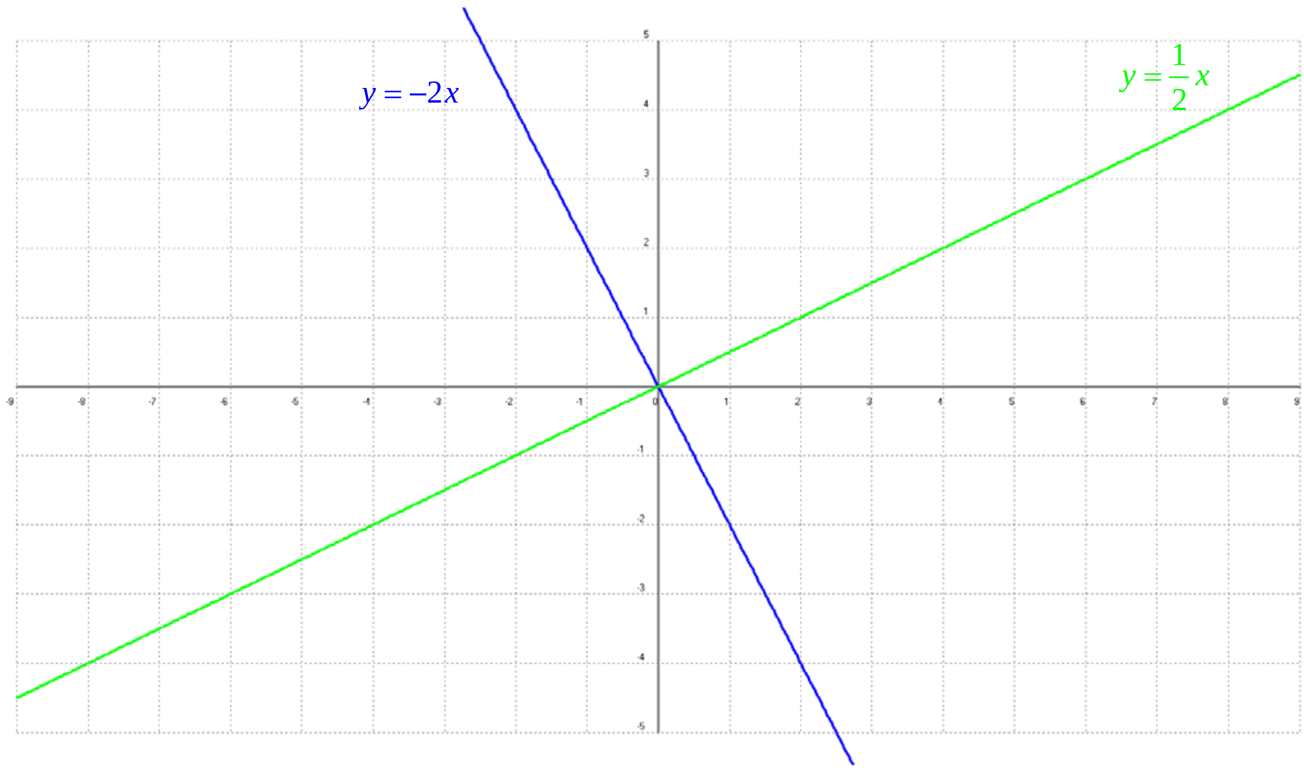
3.35 ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta $y=-2x$?

a) $y=2x$.
b) $x+2y=2$.
c) $y=\frac{1}{2}x$.

La ecuación de la perpendicular a la recta $y=ax+b$ por el punto (x_0,y_0) es $y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0$

Si $a=0$ la recta es paralela al eje de abscisas y su perpendicular por el punto (x_0,y_0) es la paralela al eje de ordenadas $x=x_0$.

Simétricamente la perpendicular a la recta vertical $x=k$ por (x_0,y_0) es la paralela al eje de abscisas $y=y_0$.



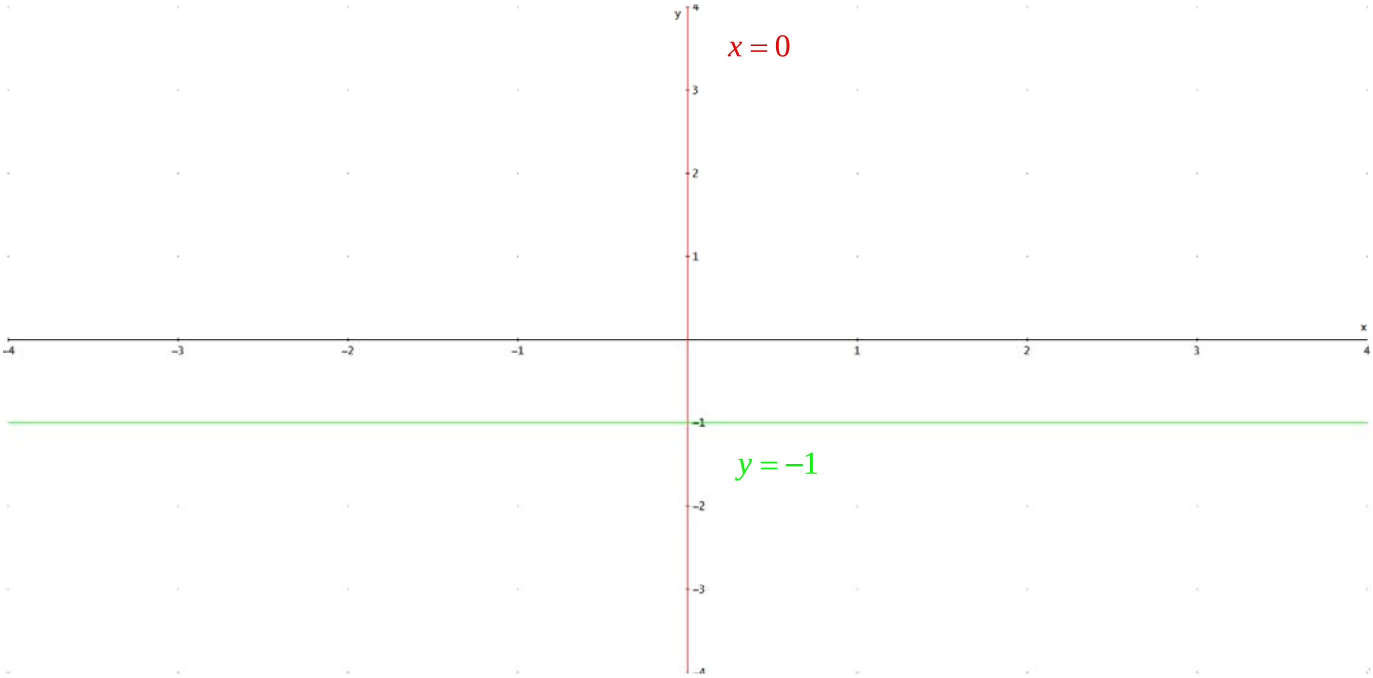
3.36 ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta $y=3$?

a) $y=-1$.
b) $x=0$.
c) $y=\frac{1}{2}x-2$.

La ecuación de la perpendicular a la recta $y=ax+b$ por el punto (x_0,y_0) es $y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0$

Si $a=0$ la recta es paralela al eje de abscisas y su perpendicular por el punto (x_0,y_0) es la paralela al eje de ordenadas $x=x_0$.

Simétricamente la perpendicular a la recta vertical $x=k$ por (x_0,y_0) es la paralela al eje de abscisas $y=y_0$.



3.37 ¿Cuál de las siguientes rectas es perpendicular a la recta $2x-3y=0$?

a) $3x-2y=0$.

b) $y=\frac{1}{2}x+1$.

c) $2y+3x-4=0$.

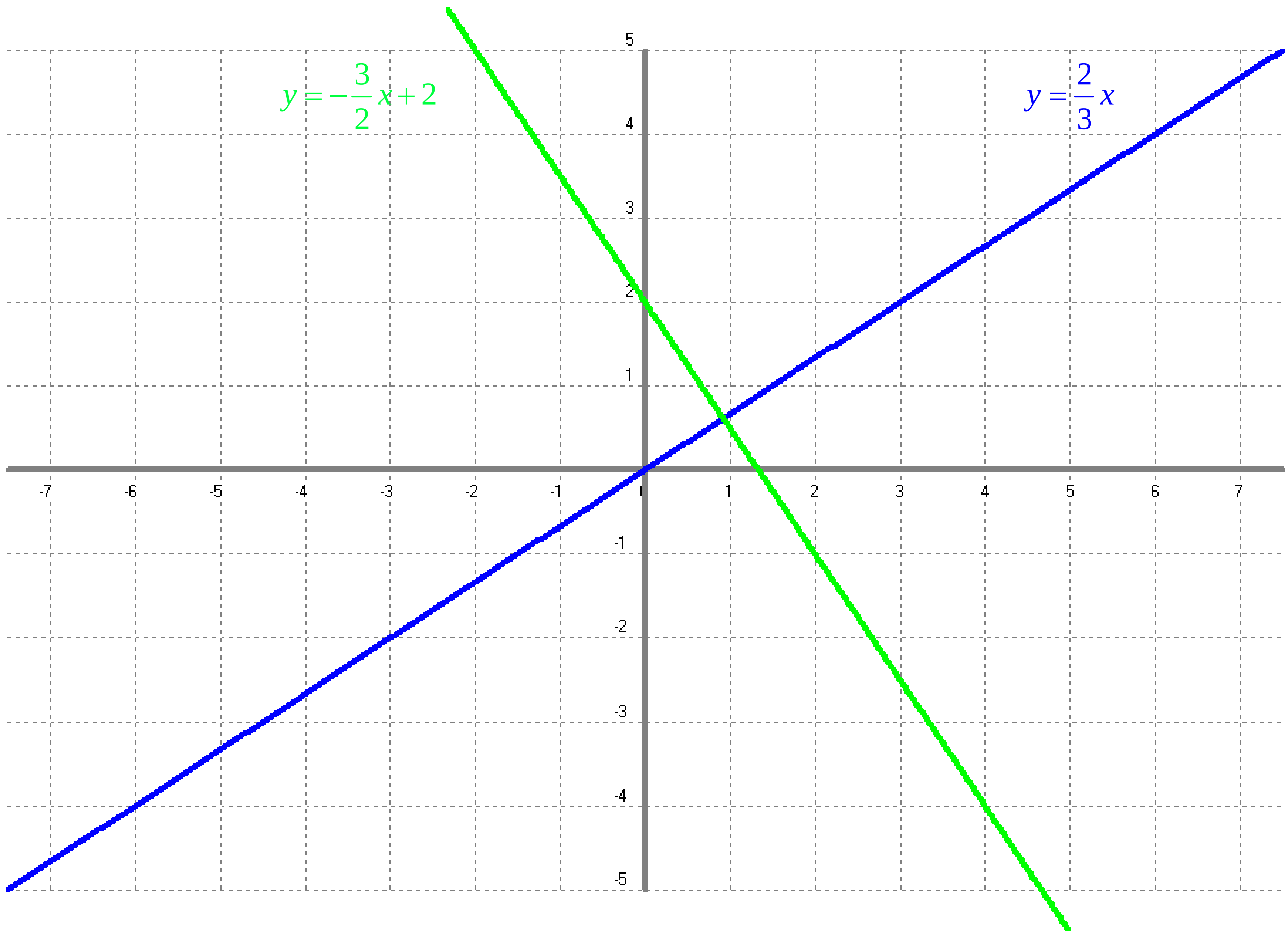
$$2x-3y=0 \rightarrow y=\frac{2}{3}x$$

$$2y+3x-4=0 \rightarrow y=-\frac{3}{2}x+2$$

La ecuación de la perpendicular a la recta $y=ax+b$ por el punto (x_0, y_0) es $y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0$

Si $a=0$ la recta es paralela al eje de abscisas y su perpendicular por el punto (x_0, y_0) es la paralela al eje de ordenadas $x=x_0$.

Simétricamente la perpendicular a la recta vertical $x=k$ por (x_0, y_0) es la paralela al eje de abscisas $y=y_0$.



3.38 Una recta perpendicular a una perpendicular de la recta ***r*** es:

d) Paralela a ***r***.
e) Perpendicular a ***r***.
f) Coincidente con ***r***.

Es paralela a ***r***.

3.39 Una recta paralela a una paralela de la recta ***r*** es:

a) Paralela a ***r***.
b) Perpendicular a ***r***.
c) Coincidente con ***r***.

Es paralela a ***r***.

3.40 La perpendicular a la recta $y=-\frac{3}{4}x+1$ por el punto (-1,-2) tiene por ecuación:

a) $y=\frac{4}{3}x+4$.

b) $y=\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}$.

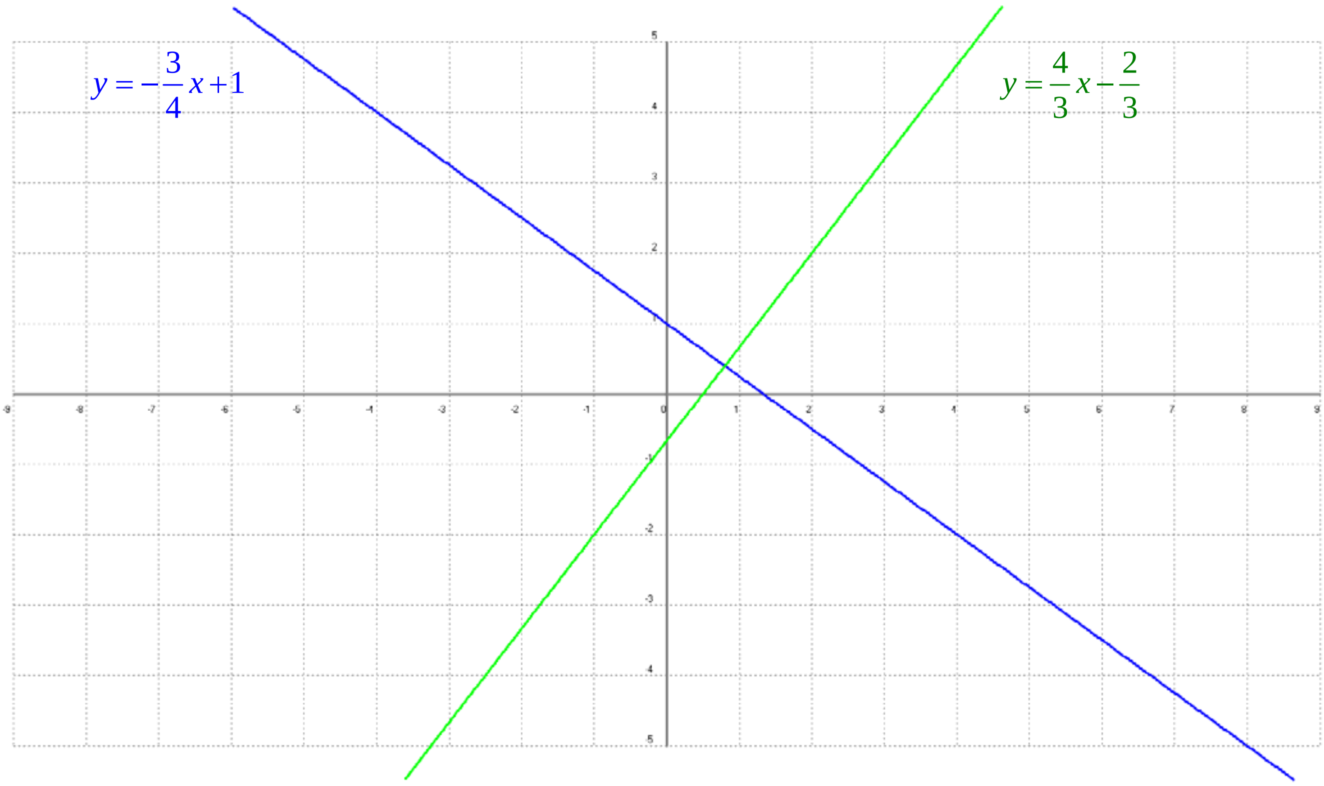
c) $y=-\frac{4}{3}x-\frac{10}{3}$.

La ecuación de la perpendicular a la recta $y=ax+b$ por el punto (x_0,y_0) es $y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0$

Si $a=0$ la recta es paralela al eje de abscisas y su perpendicular por el punto (x_0,y_0) es la paralela al eje de ordenadas $x=x_0$.

Simétricamente la perpendicular a la recta vertical $x=k$ por (x_0,y_0) es la paralela al eje de abscisas $y=y_0$.

$$y=\frac{4}{3}(x+1)-2 \rightarrow y=\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}$$



3.41 Las rectas de ecuaciones $2x = 3y + 1$ y $3y + 2x - 2 = 0$ son:

a) Paralelas.
b) Perpendiculares.
c) No son ni paralelas ni perpendiculares.

$$2x = 3y + 1 \to y = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$
$$3y + 2x - 2 = 0 \to y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

No son paralelas ya que no tienen igual pendiente.

Para que fuesen perpendiculares la segunda ecuación tendría que tener pendiente igual a $-\frac{3}{2}$

3.42 La recta que pasa por los puntos (-2,-1) y (-1,1) y la recta que pasa por los puntos (1,1) y (2,3) son:

a) Perpendiculares.
b) Paralelas.
c) No son ni paralelas ni perpendiculares.

Si dos puntos tienen abscisas distintas $x_1 \neq x_2$ la ecuación de la recta que pasa por dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) es: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1$

Si dos puntos tienen abscisas iguales $x_1 = x_2$ la ecuación es $x = x_1$

$$y = \frac{2}{1}(x+2) - 1 = 2x + 3$$
$$y = \frac{2}{1}(x-1) + 1 = 2x - 1$$

Tienen pendientes iguales $a = a'$ y $b \neq b'$, por lo tanto son paralelas

	Ecuación explícita $r \equiv y = ax + b$ $s \equiv y = a'x + b'$	Ecuación general $r \equiv Ax + By + C = 0$ $s \equiv A'x + B'y + C' = 0$
r y s se cortan	$a \neq a'$	$\frac{A}{A'} \neq \frac{B}{B'}$
r y s son paralelas	$a = a'$ y $b \neq b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} \neq \frac{C}{C'}$
r y s son coincidentes	$a = a'$ y $b = b'$	$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'}$

3.43 La perpendicular a la recta $x-5y-3=0$ por el punto (0,-1) pasa por el punto:

a) $(1,-5)$.

b) $(-1,4)$.

c) $(-2,8)$.

La ecuación de la perpendicular a la recta $y=ax+b$ por el punto (x_0,y_0) es $y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0$

$$x-5y-3=0 \rightarrow y=\frac{1}{5}x-\frac{3}{5}$$

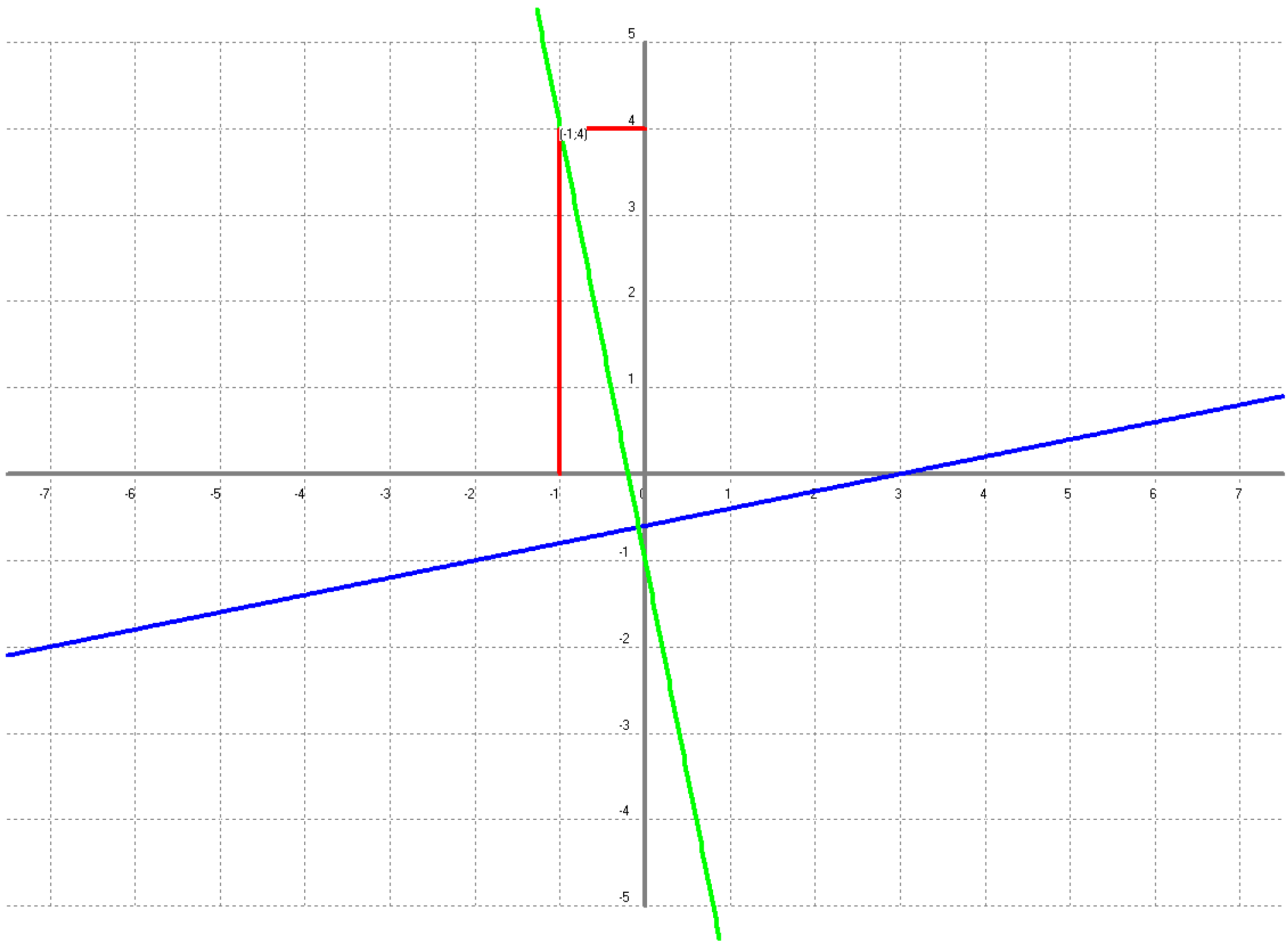
$$y=-5(x-0)-1=-5x-1$$

Pasa por el punto $(-1,4)$

$y=-5x-1$

$4=-5\cdot(-1)-1$

$4=4$



3.44 La recta $2y+x-1=0$ y su perpendicular por el punto (-1,2) se cortan en un punto de ordenada igual a:

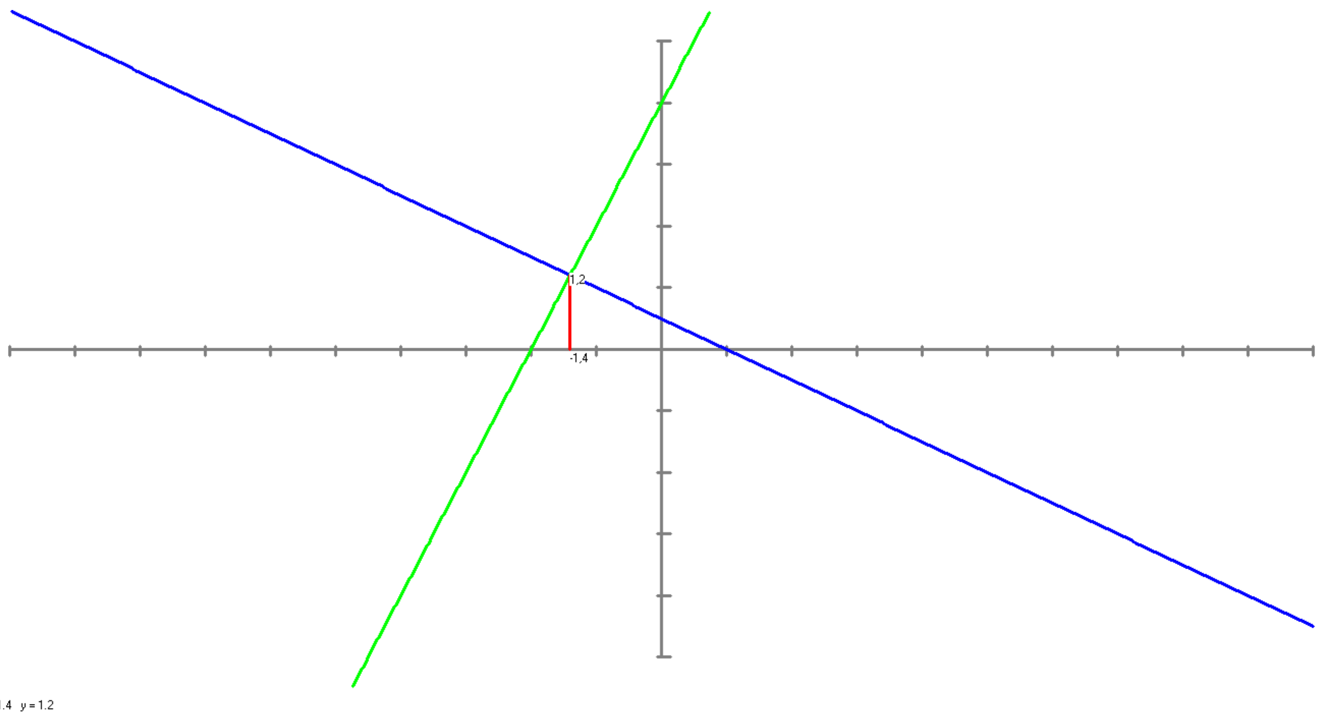
a) $7/5$.
b) $6/5$.
c) $-7/5$.

$$2y-x-1=0 \rightarrow y=-\frac{x}{2}+\frac{1}{2}$$

La ecuación de la perpendicular a la recta $y=ax+b$ por el punto (x_0, y_0) es $y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0$

$$y=2(x+1)+2=2x+4$$

$$\left.\begin{array}{l} y=-\frac{x}{2}+\frac{1}{2} \\ y=2x+4 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} x= -\frac{7}{5} \\ y=\frac{6}{5} \end{array}$$



3.45 La perpendicular al eje de ordenadas por el punto (1,3) corta a la recta $2x+3y-1=0$ en el punto:

a) $(-2,1)$.

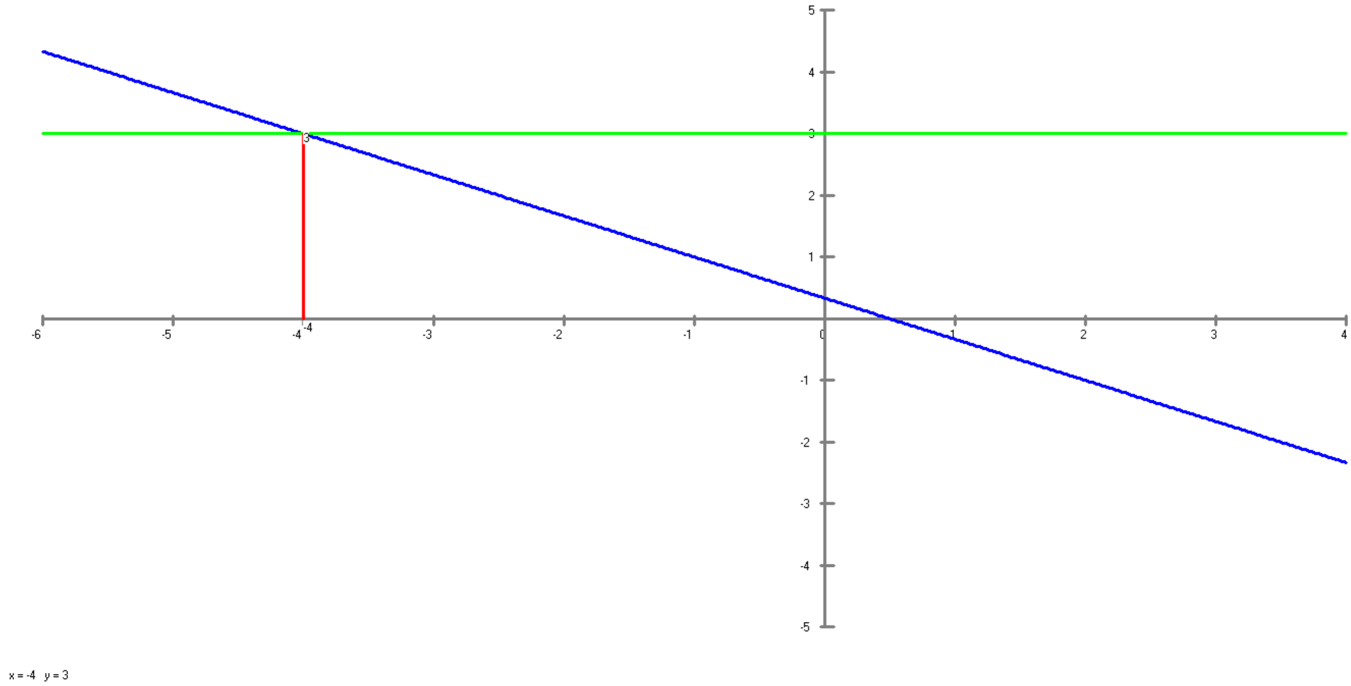
b) $(1,-1/3)$.

c) $(-4,3)$.

Una perpendicular al eje de ordenadas es paralela al eje de abscisas, la coordenada de la y vale 3 tenemos la recta $y=3$.

Si planteamos un sistema de ecuaciones con la recta del enunciado y con $y=3$ obtenemos el punto de corte de las dos rectas.

$$\begin{cases} 2x+3y-1=0 \\ y=3 \end{cases} \qquad \begin{matrix} 2x+3\cdot 3-1=0 \\ 2x+8=0 \end{matrix} \qquad \begin{cases} x=-4 \\ y=3 \end{cases}$$



3.46 El perímetro de un polígono es:

a) El número de lados que lo componen.
b) La suma de las longitudes de los lados que lo componen.
c) La longitud del lado mayor.

3.47 El perímetro del cuadrilátero formado por los puntos $A(0,3)$, $B(4,0)$, $C(0,-3)$, $D(-4,0)$, es:

a) $6\sqrt{3}$.
b) $8\sqrt{2}$.
c) 20.

Al ser un cuadrilátero la longitud de cada lado es la misma, así calculando la distancia de un lado y multiplicándola por cuatro obtenemos el resultado.

Distancia entre dos puntos (x,y) y (x',y'). $h=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5 \rightarrow 5\cdot 4=20$

3.48 El área de un paralelogramo es igual al producto de:

a) Su base por su altura.
b) Su base por su altura dividida entre dos.
c) Las longitudes de dos lados paralelos.

3.49 El área de un triángulo es igual al producto de:

a) Su base por su altura.
b) Su base por su altura dividida entre dos.
c) Las longitudes de dos lados paralelos.

3.50 El área de un rectángulo es igual al producto de:

a) Las longitudes de sus lados.
b) Las longitudes de dos lados perpendiculares.
c) Las longitudes de dos lados paralelos.

3.51 La altura del triángulo de vértices $A(0,-1), B(-1,6)$ y $C(-3,1)$ perpendicular por A al lado BC, tiene por ecuación:

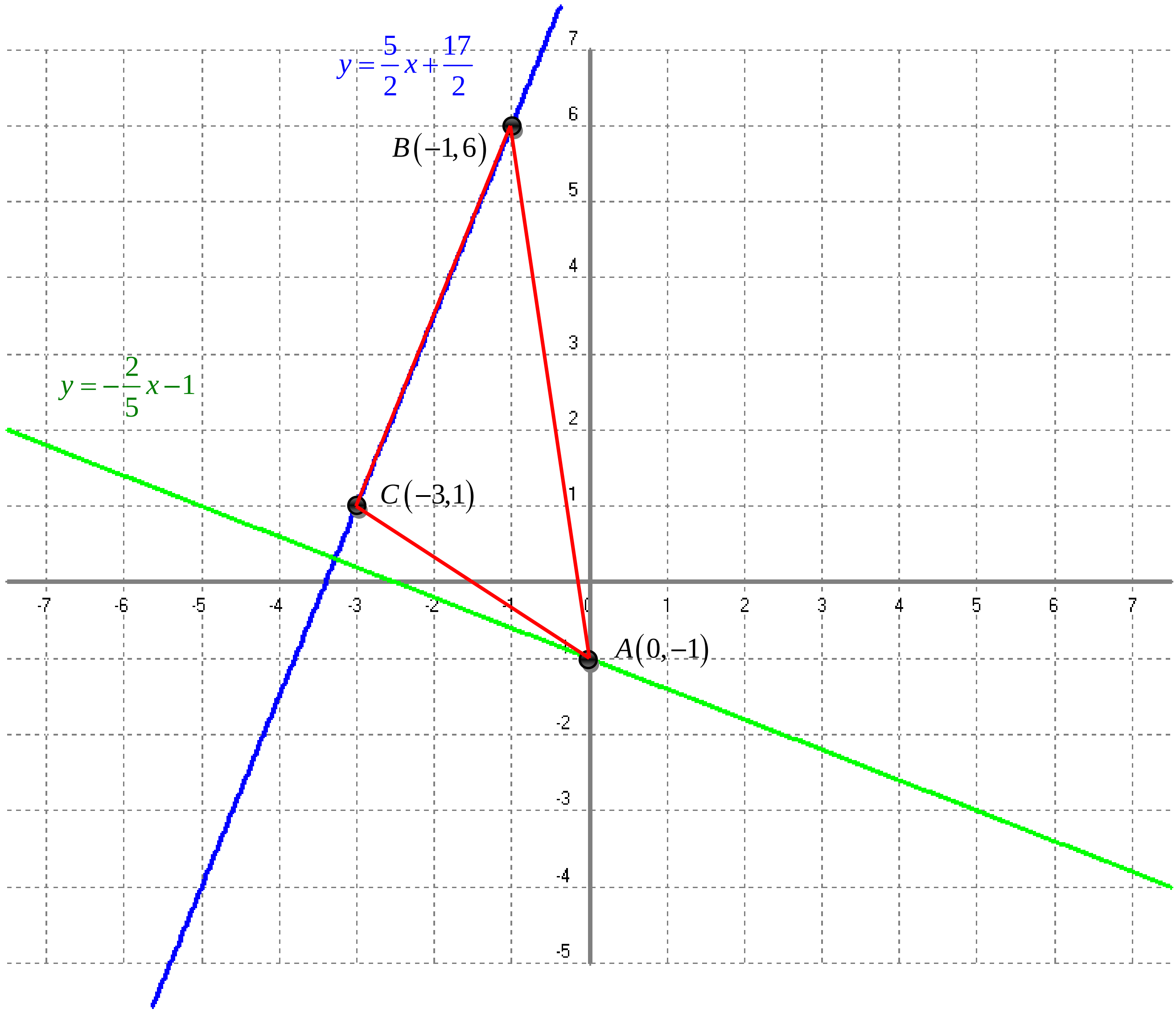
a) $2y-3x-12=0$.
b) $2y-5x+4=0$.
c) $5y+2x+5=0$.

Ecuación del lado **BC** $\rightarrow\ y=\frac{-5}{-2}(x+1)+6=\frac{5}{2}x+\frac{17}{2}$

Recta perpendicular a la ecuación **BC** por el punto $A(0,-1)$**,**

AC $\rightarrow y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0 \rightarrow y=-\frac{2}{5}(x-0)-1=-\frac{2}{5}x-1$

Lo que nos piden es una recta perpendicular a la recta que pasa por los puntos BC $y=\frac{5}{2}x+\frac{17}{2}$ y que además pase por el punto A, $A(0,-1)$. Si en BC la pendiente es 5/2 en la nueva recta será -2/5 y si además tiene que pasar por el punto $A(0,-1)$, aplicamos la fórmula de la recta perpendicular que pasa por un punto $y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0$.



3.52 La longitud de la altura del triángulo de vértices $A(1,2), B(2,-3)$ y $C(4,0)$ perpendicular al lado AB es:

a) $\sqrt{13}/2$.

b) $\sqrt{26}/2$.

c) $\sqrt{15}/2$.

Ecuación del lado **AB** $\rightarrow\ y=\frac{-5}{1}(x-1)+2=-5x+7$

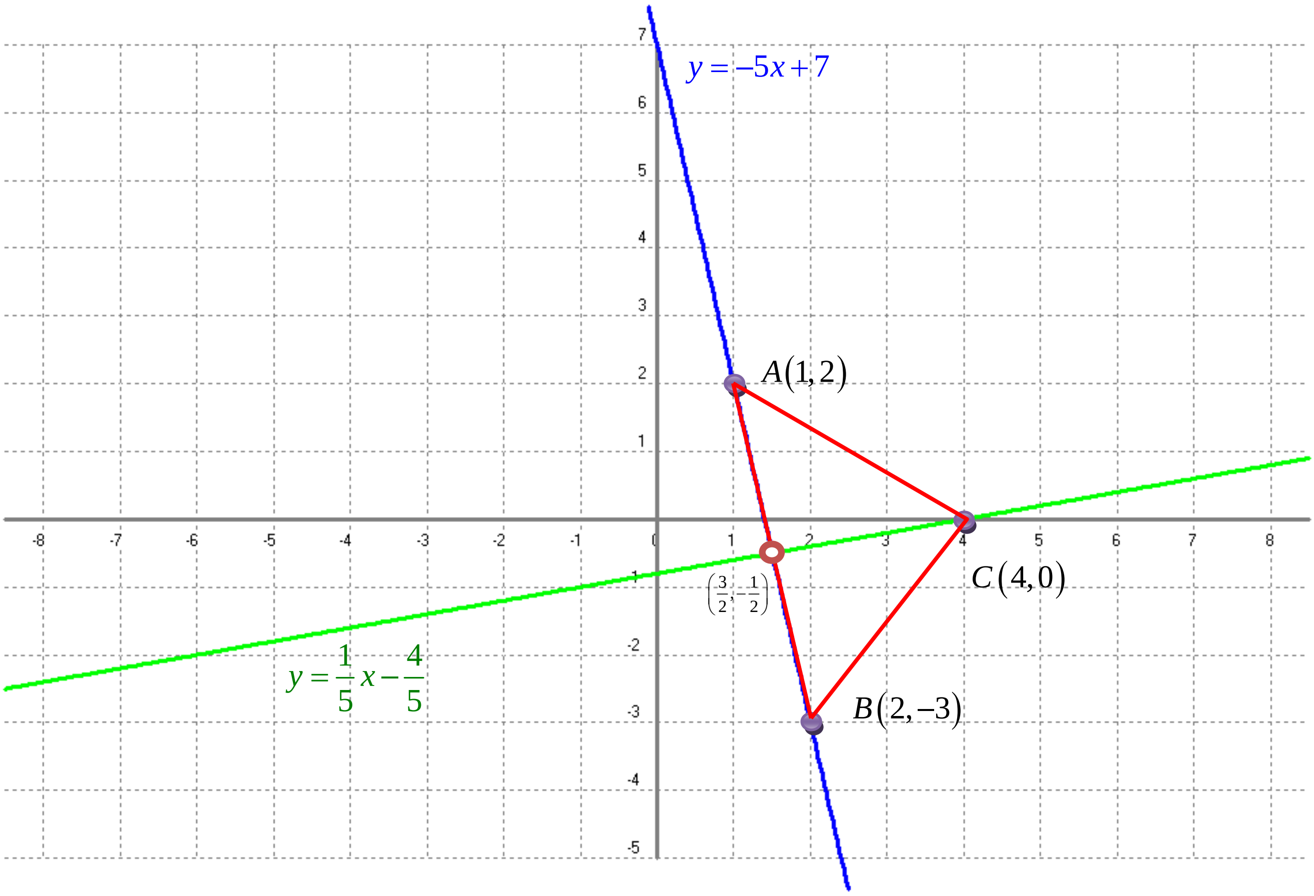
Recta perpendicular a la ecuación **AB** por el punto $C(4,0)$,

AC $\rightarrow\ y=-\frac{1}{a}(x-x_0)+y_0 \rightarrow y=\frac{1}{5}(x-4)+0=\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}$

$$\left.\begin{array}{l} y=-5x+7 \\ y=\frac{1}{5}x-\frac{4}{5} \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} x=3/2 \\ y=-1/2 \end{array}\right\}$$ La recta AB se corta en este punto $(3/2,-1/2)$

Distancia entre dos puntos (x,y) y (x',y'). $h=\sqrt{(x'-x)^2+(y'-y)^2} \rightarrow h=\sqrt{(5/2)^2+(1/2)^2}=\sqrt{26}/2$

$$h=\sqrt{(5/2)^2+(1/2)^2}=\sqrt{\frac{25}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{26}{4}}=\sqrt{\frac{26}{2^2}}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{26}=\sqrt{26}/2$$



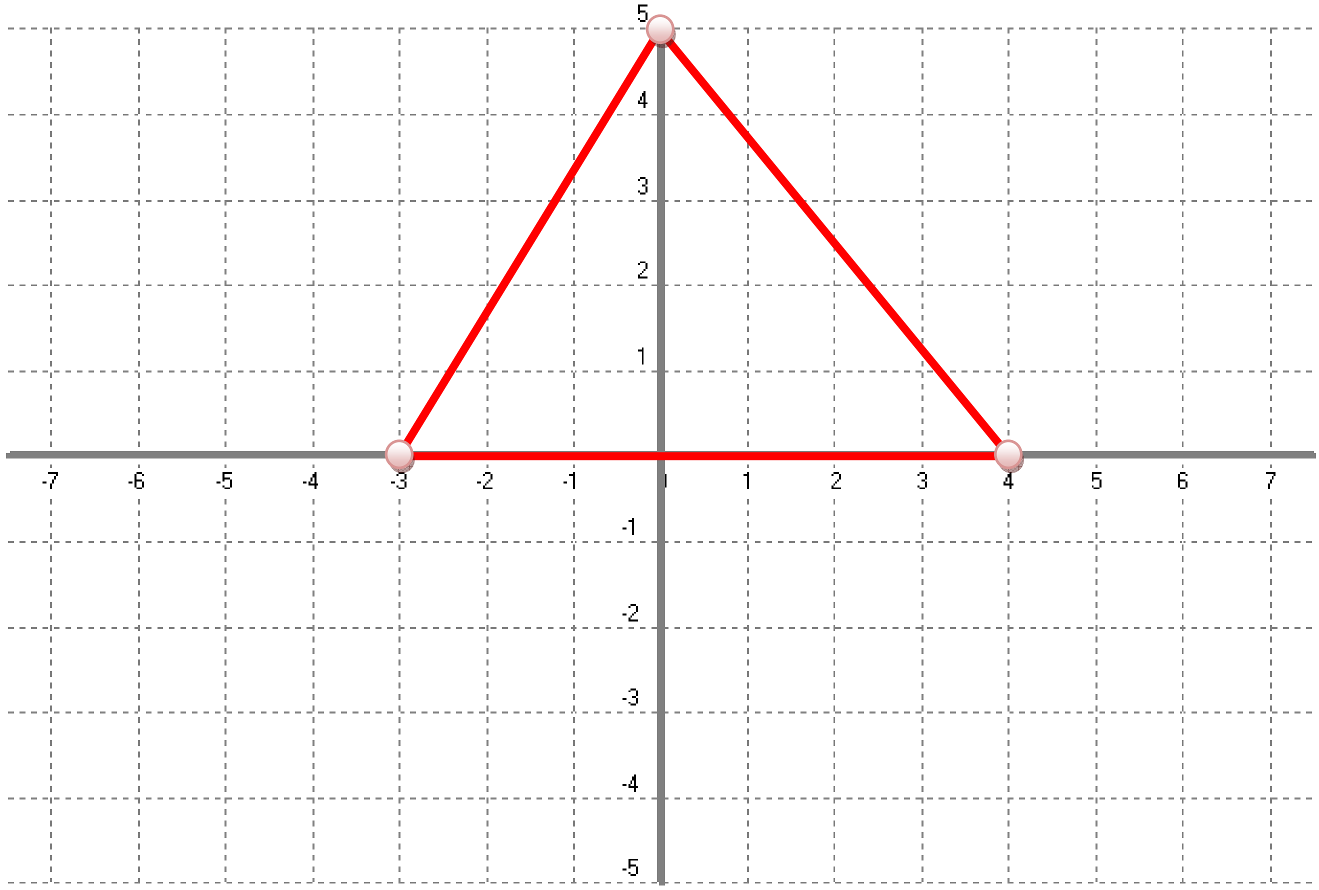
3.53 El triángulo de vértices $\left(-3,0\right),\left(4,0\right)$ y $\left(0,5\right)$ tiene área igual a:

a) 10.
b) 12,5.
c) 17,5.

Tomamos como base el segmento $\left(-3,0\right)$, $\left(4,0\right)$ que está en el eje de abscisas y tiene longitud 7.

La altura desde el vértice $\left(0,5\right)$ hasta la base mide 5, por lo tanto el área es:

$$A=\frac{b\cdot h}{2}=\frac{7\cdot 5}{2}=17,5$$



3.54 El cuadrilátero de vértices $A(2,2)$, $B(5,3)$, $C(2,5)$ y $D(1,4)$ tiene área :

a) 15/2.
b) 6.
c) 15.

La diagonal AC, de ecuación $x=2$, divide el cuadrilátero en dos triángulos cuya base tiene longitud $\overline{AC}=\sqrt{0^2+3^2}=3$.

La perpendicular a AC por B es $y=3$, que corta a AC en $H(2,3)$.

La altura del triángulo ABC es $\overline{BH}=\sqrt{3^2+0^2}=3$.

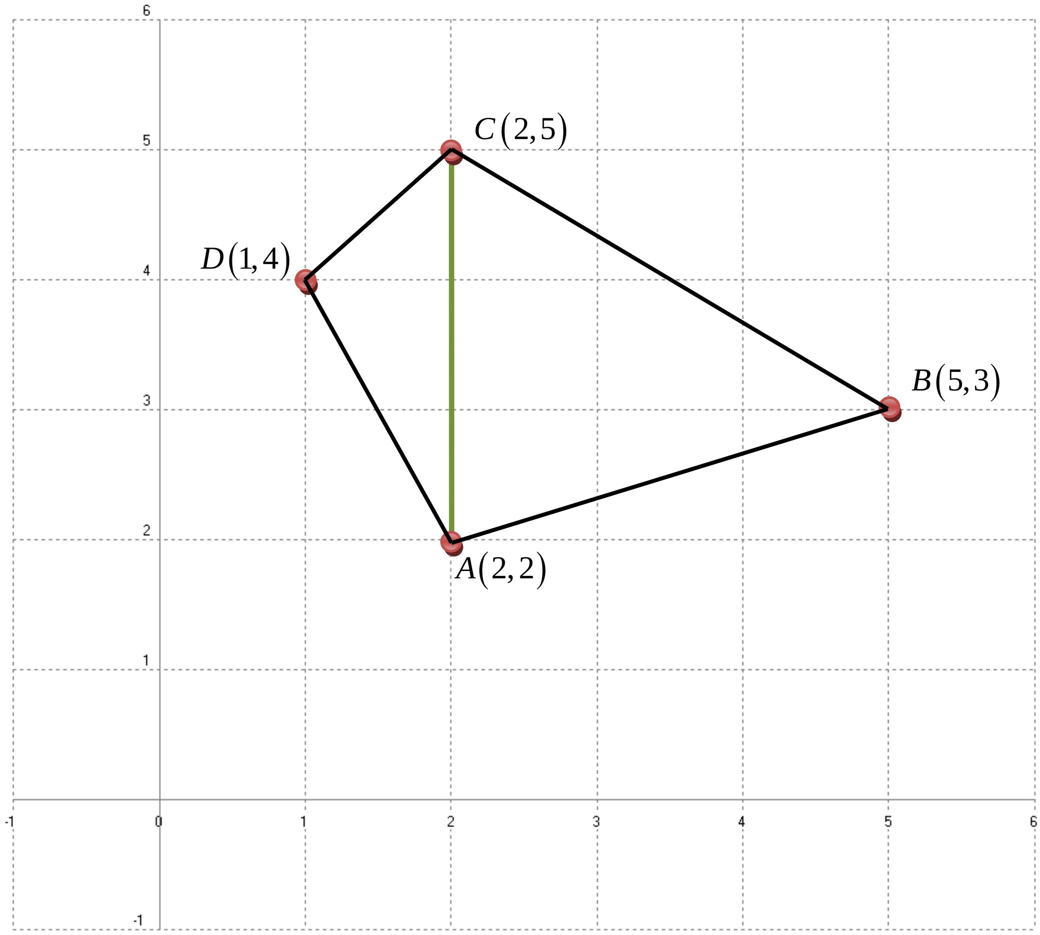
Su área es $\dfrac{3\cdot 3}{2}=\dfrac{9}{2}$.

La perpendicular a AC por D es $y=4$, que corta a AC en $H'(2,4)$.

La altura del triángulo ADC es $\overline{DH'}=\sqrt{(-1)^2+0^2}=1$.

Su área es $\dfrac{1\cdot 3}{2}=\dfrac{3}{2}$.

El área total es $\dfrac{3}{2}+\dfrac{9}{2}=6$.



3.55 La ecuación de la circunferencia de radio 2 y centro $(1,2)$ es:

a) $x^2+y^2-2x-4y+1=0$.
b) $(x-2)^2+(y-1)^2=4$.
c) $(x-1)^2+(y-2)^2=2$.

Ecuación de la circunferencia: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$.

$(x-1)^2+(y-2)^2=2^2 \to x^2+1-2x+y^2+4-4y=4 \to$

$x^2+y^2-2x-4y+1=0$

3.56 La ecuación de la circunferencia de radio $\sqrt{2}$ y centro $(-2,3)$ pasa por el punto:

a) $(-2,4)$.
b) $(-3,4)$.
c) $(-1,3)$.

Ecuación de la circunferencia: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2 \to (x+2)^2+(y-3)^2=2$

a) $(-2+2)^2+(4-3)^2\neq 2$
b) $(-3+2)^2+(4-3)^2=2$
c) $(-1+2)^2+(4-3)^2\neq 2$

3.57 Si *C* es la circunferencia de centro $(-1,2)$ y radio 2, el punto $(0,-1)$ está:

a) Fuera de *C*.
b) Sobre *C*.
c) Dentro de *C*.

Ecuación de la circunferencia: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2 \to (x+1)^2+(y-2)^2=4$

$(0+1)^2+(-1-2)^2=10>4$

La distancia del punto $(0,-1)$ al centro es mayor que el radio, por lo tanto el punto está fuera de la circunferencia.

3.58 La ecuación $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2=3$ corresponde a la circunferencia:

a) De centro $\left(-1,1\right)$ y radio 3.
b) De centro $\left(1,-1\right)$ y radio $\sqrt{3}$.
c) De centro $\left(-1,1\right)$ y radio $\sqrt{3}$.

Ecuación de la circunferencia: $\left(x-x_0\right)^2+\left(y-y_0\right)^2=r^2$

El centro es $\left(-1,1\right)$ y el radio $\sqrt{3}$

3.59 La ecuación $x^2+y^2+4x-2y=0$ representa una circunferencia:

a) De centro $\left(-2,1\right)$ y radio 0.
b) De centro $\left(-2,1\right)$ y radio $\sqrt{5}$.
c) De centro $\left(2,-1\right)$ y radio 2.

La ecuación de la forma $x^2+y^2+ax+by+c=0$ representa una circunferencia con:

- Centro: $c:\left(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2}\right)\rightarrow c:\left(-\frac{4}{2},-\frac{-2}{2}\right)\rightarrow c:\left(-2,1\right)$

- Radio $r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}\rightarrow r=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+\left(-2\right)^2-4\cdot 0}\rightarrow r=\frac{1}{2}\sqrt{16+4}\rightarrow r=\sqrt{20\cdot\frac{1}{4}}=\sqrt{5}$

3.60 La ecuación $x^2+y^2+6x+4y=3$ representa una circunferencia cuyo perímetro aproximado hasta la centésima, es:

a) 12,56.
b) 25,13.
c) 19,73.

La ecuación de la forma $x^2+y^2+ax+by+c=0$ representa una circunferencia con:

- Centro: $c:\left(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2}\right)\rightarrow c:\left(-\frac{6}{2},-\frac{4}{2}\right)\rightarrow c:\left(-3,-2\right)$

- Radio $r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}\rightarrow r=\frac{1}{2}\sqrt{6^2+4^2-4\cdot\left(-3\right)}\rightarrow r=\frac{1}{2}\sqrt{64}\rightarrow r=\frac{1}{2}\cdot 8=4$

Longitud de la circunferencia: $L=2\pi r\rightarrow L=2\pi\cdot 4=25,13$