Tema 2

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

2.1 ¿De las siguientes operaciones, cuál no permite operar cualquier par de números naturales para obtener un resultado natural?

a) La suma.

b) La resta.

c) La multiplicación.

2.2 ¿De las siguientes operaciones, cuál permite operar cualquier par de números naturales para obtener un resultado natural?

a) La división.

b) La multiplicación.

c) La resta.

2.3 ¿Cuánto vale la potencia de base 3 y exponente 4?

a) 64.
b) 81.
c) 12.

Solución: $3^4 = 81$

2.4 En el sistema de numeración decimal, el símbolo 372 significa:

a) $3^7 + 7^2$.
b) $3^{100} + 7^{10} + 2$.
c) $3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 2$

Solución: $3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 2$.

2.5 En el sistema de numeración decimal, el símbolo 60008 significa:

a) $6 \cdot 1000 + 8$.
b) $6 \cdot 10000 + 8$.
c) $6 \cdot 10^5 + 8$.

Solución: $6 \cdot 10000 + 8$.

2.6 En el sistema de numeración decimal, el símbolo 20501 significa:

a) $2\cdot 10^4+5\cdot 10^2+1$.
b) $2\cdot 10^5+5\cdot 10^3+1$.
c) $2\cdot 10^3+5\cdot 10^2+1$.

Solución: $2\cdot 10^4+5\cdot 10^2+1$.

2.7 ¿Existe un sistema de numeración en base 21?

a) No, porque 21 no es un número primo.
b) No, porque $21=2\cdot 10+1$.
c) Sí, aunque precisa de 21 dígitos distintos.

Solución: Sí, aunque precisa de 21 dígitos distintos.

2.8 En el sistema de numeración en base 6, $(504)_6$ significa:

a) $5\cdot 36+4$.
b) $5\cdot 18+4$.
c) $504\div 6$.

Solución: $5\cdot 36+4$.

2.9 En el sistema de numeración en base 4, $(243)_4$ significa:

a) $2\cdot 4^2+4\cdot 4+3$.
b) $2\cdot 4^2+43$.
c) Nada.

Solución: En el sistema de numeración en base 4 tenemos los siguientes dígitos 0, 1, 2, 3.

2.10 En el sistema de numeración binario, $(1001)_2$ representa el número decimal:

a) 9.
b) 11.
c) 7.

Solución: $(1001)_2=1\cdot 2^3+0\cdot 2^2+0\cdot 2^1+1\cdot 2^0=9$.

	1	0	0	1
2		2	4	8
	1	2	4	9

2.11 En el sistema de numeración binario, $(10100)_2$ representa el número decimal:

a) 20.
b) 17.
c) 18.

Solución: $(10100)_2 = 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 20$.

	1	0	1	0	0
2		2	4	10	20
	1	2	5	10	20

2.12 En el sistema de numeración ternario, $(102)_3$ representa el número decimal:

a) 9.
b) 11.
c) 8.

Solución: $(102)_3 = 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 11$.

	1	0	2
3		3	9
	1	3	11

2.13 En base 3, $(1021)_3$ representa el número decimal:

a) 34.
b) 29.
c) 26.

Solución: $(1021)_3 = 1 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^0 = 34$.

	1	0	2	1
3		3	9	33
	1	3	11	34

2.14 En base 16, $(190)_{16}$ representa el número decimal:

a) 612.
b) 476.
c) 400.

Solución: $(190)_{16} = 1 \cdot 16^2 + 9 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 400$.

	1	9	0
16		16	400
	1	25	400

2.15 En el sistema hexadecimal, si A es el símbolo para la cifra 10, A20 es el número decimal:

a) 2592.
b) 4016.
c) No tiene sentido.

Solución: $(A20)_{16} = 10 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 = 2592$.

	A	2	0
16		160	2592
	10	162	2592

2.16 En el sistema de numeración binario, el número decimal 311 se expresa:

a) $(10100011)_2$.
b) $(100110111)_2$.
c) $(110001101)_2$.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $(100110111)_2$

2.17 En base 2, ¿con cuántos dígitos se escribe el número decimal 107?:

a) 7.
b) 8.
c) 9.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $107 = (1101011)_2$, 7 dígitos.

2.18 El número de dígitos de la expresión binaria del número decimal 56 es:

a) 5.
b) 6.
c) 8.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $56=(111000)_2$, 6 dígitos.

2.19 En base 3, el número decimal 108 tiene

a) 6 cifras.
b) 4 cifras.
c) 5 cifras.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $108=(11000)_3$, 5 dígitos.

2.20 La expresión en base 7, el número decimal 192

a) Contiene la cifra 6.
b) Contiene la cifra 4.
c) Contiene la cifra 2.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $192=(363)_7$, contiene la cifra 6.

2.21 La expresión en base 30, el número decimal 511 tiene

a) 2 cifras.
b) 3 cifras.
c) 4 cifras.

Solución: Aplicamos el algoritmo de la división y obtenemos: $511=([17]1)_{30}$, 2 cifras.

2.22 ¿Cuál es la expresión en base 7 del número hexadecimal $(18)_{16}$?

a) $(41)_7$.
b) $(36)_7$.
c) $(33)_7$.

Solución: Pasamos: $(18)_{16}=24_{10}$, y dividiendo $24_{10}=(33)_7$

	1	8
16		16
	1	24

2.23 Si *a, b y c* son números naturales y $c = a \cdot b$, es incorrecto decir que

a) *a* divide a *c*.
b) *c* es múltiplo de *b*.
c) *a* es múltiplo de *c*.

Solución: *a* es múltiplo de *c*.

2.24 121 es un número

a) primo.
b) compuesto.
c) Múltiplo de 7.

Solución: $121 = 11 \cdot 11$, es un número compuesto.

2.25 131 es un número

a) primo.
b) compuesto.
c) Divisible por 7.

Solución: es un número primo.

2.26 Un número es divisible por 2

a) Si la suma de sus cifras es par.
b) Si la última cifra es par.
c) Si tiene alguna cifra par.

Solución: Si la última cifra es par.

2.27 Un número es divisible por 3

a) Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
b) Si la última cifra es múltiplo de 3.
c) Si tiene alguna cifra es múltiplo de 3.

Solución: Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.

2.28 El número de factores primos de 154 es

a) 2.
b) 3.
c) 4.

Solución: la descomposición en factores primos es $154 = 2 \cdot 7 \cdot 11$,

2.29 Los factores primos de 105 suman

a) 15.
b) 18.
c) 21.

Solución: la descomposición en factores primos es $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$, $3+5+7=15$

2.30 El número de factores primos diferentes de 117 es

a) 1.
b) 2.
c) 3.

Solución: la descomposición en factores primos es $117 = 3 \cdot 3 \cdot 13$, diferentes son 3 y 13.

2.31 La descomposición en factores primos de 2548

a) Tiene 3 factores distintos.
b) Tiene 3 factores iguales.
c) Tiene, en total, 4 factores.

Solución: la descomposición en factores primos es $2548 = 2^2 \cdot 7^2 \cdot 13$, diferentes son 2, 7 y 13.

2.32 Si el producto de dos números es divisible por 6

a) Algunos de ellos es divisible por 6.
b) Ambos son divisibles por 6.
c) Alguno de ellos es par.

Solución: Alguno de ellos es par.

$4 \cdot 9 = 36$ que es divisible entre 6, pero ni 4 ni 9 se pueden dividir entre 6.

2.33 Si $a \cdot b$ es divisible por 5

a) *a* es divisible por 5 o *b* es divisible por 5.
b) *a* y *b* son ambos divisibles por 5.
c) $a+b$ es divisible por 5.

Solución: *a* es divisible por 5 o *b* es divisible por 5.

$3 \cdot 5 = 15$, 15 es divisible entre 5, pero 3 no es ni $3+5=8$ se pueden dividir entre 5.

2.34 El número de divisores comunes de 18 y 27 es

a) 3.
b) 2.
c) 1.

Solución: $18 = 2 \cdot 3^2$; $27 = 3^3$. Los divisores comunes son el 1, 3 y 9.

2.35 Los divisores de 28

a) Son 3.
b) Suman 56.
c) Son todos pares, salvo el 1.

Solución: Los factores son $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; Los divisores comunes son el 1, 2, 4, 7, 14 y 28. Los divisores suman 56.

2.36 El máximo común divisor de 60 y 90

a) Es primo.
b) Tiene dos factores primos.
c) Tiene tres factores primos.

Solución: $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$**;** $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$ y $mcd\left(60, 90\right) = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

2.37 El máximo común divisor de 156 y 204

a) Es mayor que 15.
b) Es menor que 10.
c) Es menor que 18.

Solución: $156 = 2^2 \cdot 3 \cdot 13$**;** $204 = 2^2 \cdot 3 \cdot 17$ y $mcd\left(156, 204\right) = 2^2 \cdot 3 = 12$, es menor que 18.

2.38 El mínimo común múltiplo de 465 y 558

a) Es mayor que 3000.
b) Es menor que 3200.
c) Tiene 6 factores primos.

Solución: $465 = 3 \cdot 5 \cdot 31$ **;** $558 = 2 \cdot 3^2 \cdot 31$ y $mcm(465,558) = 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 31 = 2790$, es menor que 3200.

2.39 Dos números naturales son primos entre sí cuando

a) No tienen factores primos comunes.
b) Su *mcd* es mayor que 1.
c) Alguno es primo.

Solución: No tienen factores primos comunes, el *mcd* es 1.

2.40 El producto de dos números es 486 y su *mcd* es 9, su *mcm* será

a) 54.
b) 48.
c) 28.

Solución: Utilizamos la expresión $a \cdot b = mcm(a,b) \cdot mcd(a,b)$; $486 = mcm(a,b) \cdot 9$; $mcd(a,b) = \dfrac{486}{9} = 54$

2.41 El producto del *mcd* y el *mcm* de los números 18 y 62 es igual

a) Al mínimo común múltiplo.
b) Al doble del mínimo común múltiplo.
c) Al triple del mínimo común múltiplo.

Solución: $18 = 2 \cdot 3^2$; $62 = 2 \cdot 31$; $mcd(18,62) = 2$; $mcm(18,62) = 2 \cdot 3^2 \cdot 31 = 558$

$558 \cdot 2 = 1116$ que es el doble del mínimo común múltiplo.

2.42 Si el producto de dos números enteros es positivo,

a) Son ambos positivos.
b) Son ambos negativos.
c) Son ambos positivos o ambos negativos.

Solución: Son ambos positivos o ambos negativos, $4 \cdot 7 = 28, (-4) \cdot (-7) = 28$.

2.43 Si el producto de dos números enteros es negativo,

a) Son ambos negativos.
b) Son números opuestos.
c) Alguno es positivo.

Solución: Para que la respuesta ***b*** fuese correcta tendría que ser siempre cierta la afirmación siguiente:

"Si el producto de dos números enteros ***a*** y ***b*** es negativo entonces ***a*** es igual al opuesto de ***b***"

Claramente esta afirmación no es cierta en general: El producto de ***a*** y ***b*** puede ser negativo y no tiene por qué ser necesariamente al opuesto de ***b***.

Por ejemplo si ***a = 2*** y ***b = -5*** su producto ***a·b = -10*** y ***a*** no es el opuesto de ***b***.

Otra cosa diferente es la afirmación en el otro sentido:

"El producto de un número por su opuesto es siempre negativo".

Esta afirmación sí es cierta siempre, pero esto no es lo que dice la pregunta.

De las tres alternativas de la pregunta la única que es cierta, en general, es decir sean cuales sean los números a y b, es la alternativa c). En efecto, si el producto de a y b es negativo de lo único que podemos estar seguros es que uno de ellos, bien sea a o bien sea b ha de ser positivo. ¿Por qué? Muy sencillo: las otras posibles alternativas que pueden darse con respecto al signo de a y b son: que ambos sean positivos o que ambos sean negativos. En cualquiera de los dos casos el producto sería positivo por lo que no se cumpliría el enunciado de la pregunta.

2.44 Si la diferencia de dos números enteros, $a-b$, es negativa,

a) No puede ser *a* positivo y *b* negativo.
b) No pueden ser ambos negativos.
c) No pueden ser ambos positivos.

Solución: No puede ser *a* positivo y *b* negativo.

Pueden ser ambos positivos: $3-5=-2$

Pueden ser ambos negativos: $(-7)-(-4)=-3$

Puede ser *a* negativo y *b* positivo: $(-8)-(2)=-10$

Lo que no puede ocurrir es que a sea positivo y b negativo: $1-(-2)=3$

2.45 El producto de los opuestos de dos números enteros es igual,

a) Al opuesto del producto de ambos.
b) Al producto de sus valores absolutos.
c) Al producto de ambos.

Solución: Al producto de ambos.

Por la regla de los signos tenemos que $(-a)\cdot(-b)=a\cdot b$

Por ejemplo: $a=-3$ y $b=5$

$(-a)\cdot(-b)=3\cdot(-5)=-15$

$a\cdot b=(-3)\cdot 5=-15$

$|a|\cdot|b|=3\cdot 5=15$

2.46 Si a es un número negativo, $-a^2$ es,

a) Positivo.
b) Negativo.
c) Positivo o negativo según sea el signo de a.

Solución: Negativo. a^2 es positivo y $-a^2$ es negativo.

2.47 Si a y b son números enteros, a^2b-ab^2 es igual,

a) $ab\cdot(a-b)$.
b) $(a^2-b^2)\cdot(b-a)$.
c) $(a-b)\cdot(a+b)$.

Solución: $ab\cdot(a-b)=a^2\cdot b-a\cdot b^2$.

2.48 Dos fracciones $\frac{x}{y}$ y $\frac{m}{n}$ son equivalentes si

a) $\frac{x \cdot m}{y \cdot n} = -1$.
b) $\frac{x \cdot n}{y \cdot m} = 1$.
c) $\frac{x \cdot m}{y \cdot n} = 1$.

Solución: $\frac{x \cdot n}{y \cdot m} = 1$

2.49 La fracción $78/91$ es equivalente a

a) $6/7$.
b) $4/7$.
c) $7/9$.

Solución: $\frac{78 \cdot 7}{91 \cdot 6} = \frac{546}{546} = 1$

2.50 La fracción $17/9$ no es equivalente a

a) $119/63$.
b) $238/135$.
c) $323/171$.

Solución: $\frac{17 \cdot 135}{9 \cdot 238} = \frac{2295}{2142} = 1{,}0714$

2.51 La suma de las fracciones $5/14$ y $8/21$ vale

a) $20/28$.
b) $40/54$.
c) $31/42$.

Solución: $mcm(14,21) = 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$ **;** $\frac{5}{14} + \frac{8}{21} = \frac{15+16}{42} = \frac{31}{42}$

2.52 La diferencia de las fracciones 8/35 y 11/42 vale

a) -1/30.
b) -3/84.
c) -7/212.

Solución: Una forma de hacerlo:

$$\frac{8}{35}-\frac{11}{42}=\frac{(8\cdot 42)-(35\cdot 11)}{35\cdot 42}=\frac{336-385}{1470}=\frac{-49}{1470}=\frac{-1}{30}$$

Otra forma:

El *mcm* de 35 y 42 es 210

$$\frac{8}{35}-\frac{11}{42}=\frac{48-55}{210}=\frac{-7}{210}=\frac{-1}{30}$$

2.53 El producto $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)$ es igual a

a) $9/24$.
b) $13/36$.
c) $0,361$.

Solución: $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)=\left(\frac{13}{15}\right)\cdot\left(\frac{5}{12}\right)=\frac{65}{180}=\frac{13}{36}=0,36\widehat{1}$.

2.54 El cociente $\left(\frac{11}{6}-\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\right)$ es igual a

a) $1,367$.
b) $43/24$.
c) $41/30$.

Solución: $\left(\frac{11}{6}-\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{7}{4}-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{41}{24}\right)\div\left(\frac{5}{4}\right)=\frac{164}{120}=\frac{41}{30}=1,3\widehat{6}$.

2.55 La expresión decimal de la fracción 11/81

a) Tiene un período compuesto por 9 cifras.
b) Tiene un período compuesto por 10 cifras.
c) Tiene un período compuesto por 12 cifras.

Hacemos la división: $\frac{11}{81} = 0,\overset{\frown}{135802469}$

2.56 El número 2,051051051... es la expresión decimal de una fracción con numerador

a) 321.
b) 683.
c) 911.

$$\frac{2051-2}{999} = \frac{2049}{999} = \frac{683}{333}$$

2.57 El número 3,5233233233... es la expresión decimal de una fracción con denominador

a) 1645.
b) 2325.
c) 4995.

$$\frac{35233-35}{9990} = \frac{35198}{9990} = \frac{17599}{4995}$$

2.58 El precio de cierto producto subió un 4% durante el verano y un 6% más durante el otoño. La subida total en ambas estaciones ha sido del

a) 10%.
b) 10,24%.
c) 4,6%.

Tenemos un primer incremento del 4%, es decir que multiplicamos por 1,04 el producto.

Tenemos un segundo incremento del 6%, es decir que multiplicamos por 1,06 el producto, pero tenemos que tener en cuenta que ya había una subida de 4%, esto quiere decir que estamos aplicando el segundo porcentaje sobre el primero.

$$1,04 \cdot 1,06 = 1,1024$$

La subida total es del 10,24%

2.59 Si un producto costaba 1350 euros hace seis años y ahora cuesta 899 euros, la variación en el precio ha sido del

a) −50,16%.
b) −33,40%.
c) −45,10%.

$$\%variación = \frac{medida\ actual - medida\ anterior}{medida\ anterior} \cdot 100$$

$$\%variación = \frac{899 - 1350}{1350} \cdot 100 = -33,40\%$$

2.60 Cierta cantidad de dinero se reparte en tres sobres. El primero contiene una proporción 16/49, el segundo 21/62 y el tercero el resto. ¿Cuál de los tres sobres contiene una cantidad intermedia entre los otros dos?

a) El primero.
b) El segundo.
c) El tercero.

$$1 - \frac{16}{49} - \frac{21}{62} = \frac{1017}{3038}$$

El primero $\frac{16}{49} = 0,326$

El segundo $\frac{21}{62} = 0,338$

El tercero $\frac{1017}{3038} = 0,334$

2.61 ¿Cuál de los siguientes números es irracional?

a) $\sqrt{3}/\sqrt{48}$
b) $\sqrt{49}/\sqrt{100}$
c) $\sqrt{5}/\sqrt{40}$

Número irracional: es un número decimal infinito no periódico. $\sqrt{2}$, π, etc…

$\sqrt{3}/\sqrt{48} = \dfrac{1}{4} = 0,25$ Es racional.

$\sqrt{49}/\sqrt{100} = \dfrac{7}{10} = 0,7$ Es racional.

$$\sqrt{5}/\sqrt{40} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5\cdot 8}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5\cdot 2^3}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5\cdot 2}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}} = \frac{1}{2\cdot\sqrt{2}}$$

2.62 ¿Cuál de los siguientes números NO es irracional?

a) $\sqrt{8/9}$
b) $\sqrt{16/25}$
c) $\sqrt{8/36}$

Número irracional: es un número decimal infinito no periódico. $\sqrt{2}$, π, etc…

$\sqrt{8/9} = 0,942809041582063365867 7$............

$\sqrt{16/25} = 0,8$

$\sqrt{8/36} = 0,4714045207910316829338 9$.......

2.63 Si *x* e *y* son números reales tales que $x < y$ la desigualdad $3x < 5y$

a) Es cierta.
b) Es falsa.
c) Depende de los valores de *x* e *y*.

Solución:

Con $x = 2$ e $y = 3$, se cumple que:

$3x = 6 < 5y = 15$.

Pero con $x = -5$ e $y = -4$, resulta $3x = -15$ y $5y = -20$ y no es cierto que $3x < 5y$.

2.64 Si x e y son números reales tales que $x < y$, la desigualdad $x - 3/7 < y - 2/5$

a) Es cierta.
b) Es falsa.
c) Depende de los valores de *x* e *y*.

Tenemos como condición que los números reales $x < y$, por otro lado tenemos:

$x - \frac{3}{7} < y - \frac{2}{5}$ Que dividiendo las fracciones es lo mismo que:

$$x - 0,428 < y - 0,4$$

Teniendo en cuenta que $x < y$ hacemos unos ejemplos:

$$\begin{aligned} 2 - 0,428 &< 3 - 0,4 \\ 1,572 &< 2,6 \end{aligned}$$ Vemos que se cumple.

$$\begin{aligned} 3 - 0,428 &< 4 - 0,4 \\ 2,572 &< 3,6 \end{aligned}$$ Vemos que se cumple.

Si seguimos viendo ejemplos, se cumplen para todo, por lo tanto es cierta la desigualdad

2.65 Si x e y son números reales tales que $x < y$, la desigualdad $x - 7/4 < y - 9/5$

a) Es cierta.
b) Es falsa.
c) Depende de los valores de *x* e *y*.

Tenemos como condición que los números reales *x* < *y*, por otro lado tenemos:

$x - \frac{7}{4} < y - \frac{9}{5}$ Que dividiendo las fracciones es lo mismo que:

$x - 1,75 < y - 1,8$

Teniendo en cuenta que *x* < *y* hacemos unos ejemplos:

$$\begin{aligned} 2 - 1,75 &< 4 - 1,8 \\ 0,25 &< 2,2 \end{aligned}$$ Vemos que se cumple.

$$\begin{aligned} 1,76 - 1,75 &< 1,77 - 1,8 \\ 0,01 &\not< -0,03 \end{aligned}$$ Vemos que NO se cumple.

El truco está en que la diferencia entre 1,75 y 1,8 es 0,05 si tomamos valores cuya diferencia sea menor o igual que 0,05 vemos que no se cumple como son los número reales 1,76 para *x*, 1,77 para *y*.

2.66 $2^5 \cdot 5^5$ es igual a

a) 7^5.
b) 10^5.
c) 10^{10}.

Solución: 10^5.

2.67 $\left(5^2\right)^4 \cdot \left(6^4\right)^2$ es igual a

a) 30^6.
b) 30^8.
c) 11^6.

Solución: $5^8 \cdot 6^8 = 30^8$.

2.68 $2^4 \cdot 4^3$ es igual a

a) 2^{10}.
b) 8^7.
c) 6^{12}.

Solución: $2^4 \cdot \left(2^2\right)^3 = 2^4 \cdot 2^6 = 2^{10}$.

2.69 $\left(8^{-2}\right)^{-4} \Big/ \left(4^2\right)^{-2}$ es igual a

a) 2^4.
b) 2^{12}.
c) 2^{32}.

Solución: $\left(8^{-2}\right)^{-4} \Big/ \left(4^2\right)^{-2} = 8^8 / 4^{-4} = \left(2^3\right)^8 \Big/ \left(2^2\right)^{-4} = 2^{24}/2^{-8} = 2^{32}$.

2.70 $3^{2/3} \cdot 9^{1/6}$ es igual a

a) 3.
b) $2^{1/2}$.
c) $2^{3/2}$.

Solución: $3^{2/3} \cdot 9^{1/6} = 3^{2/3} \cdot \left(3^2\right)^{1/6} = 3^{2/3} \cdot 3^{2/6} = 3^{2/3} \cdot 3^{1/3} = 3^1 = 3$.

2.71 $\sqrt{20} + \sqrt{80} - \sqrt{45}$ es igual a

a) $\sqrt{55}$.
b) $\sqrt{45}$.
c) $4\sqrt{5}$.

Solución:

$\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
$\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$
$\sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

Tenemos que $\left(2 + 4 - 3\right)\sqrt{5} = 3\sqrt{5} = \sqrt{45}$

2.72 $24^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$ es igual a

a) $4^{5}\cdot\sqrt{3}$.
b) $4\left(6^{5/2}-6^{3/2}\right)$.
c) $2^{6}\cdot 3$.

Solución:

$24^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$

$(4\cdot 6)^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$

$4^{5/2}\cdot 6^{5/2}\cdot 6^{-3/2}$

$4^{5/2}\cdot 6^{5/2-3/2}$

$4^{5/2}\cdot 6^{2/2}$

$4^{5/2}\cdot 6$

$\left(2^{2}\right)^{5/2}\cdot 6$

$2^{5}\cdot 6$

$2^{5}\cdot(2\cdot 3)$

$2^{6}\cdot 3$

2.73 La solución de la ecuación: $\dfrac{6x-2}{3}=\dfrac{4x+1}{8}$:

a) Es igual a 0,527.
b) Es mayor que 0,52.
c) Es menor que 0,51.

$$\frac{6x-2}{3}=\frac{4x+1}{8}$$

$$\frac{6x-2}{3}-\frac{4x+1}{8}=0$$

$$\frac{48x-16-12x-3}{24}=0$$

$$2x-\frac{2}{3}-\frac{1}{2}x-\frac{1}{8}=0$$

$$\frac{3}{2}x-\frac{19}{24}=0$$

$$\frac{3}{2}x=\frac{19}{24}$$

$$x=\frac{\frac{19}{24}}{\frac{3}{2}}=\frac{38}{72}=0,5277$$

2.74 Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} 4x - y = 5 \\ -2x + 6y = 4 \end{array}\right\}$

a) $x_0/y_0 < 1/2$.
b) $1/2 < x_0/y_0 < 1$.
c) $x_0/y_0 > 1$.

$$\left.\begin{array}{r} 4x - y = 5 \\ -2x + 6y = 4 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} 4x - \quad y = 5 \\ -4x + 12y = 8 \end{array}\right\} \\ \hline 11y = 13 \end{array} \qquad y = \frac{13}{11}$$

$$4x - \frac{13}{11} = 5 \qquad x = \frac{17}{11}$$

Solución $\dfrac{\frac{17}{11}}{\frac{13}{11}} = \dfrac{17}{13} = 1{,}30 = \dfrac{x}{y} > 1$

2.75 Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 5 \\ -3x + y = 6 \end{array}\right\}$

a) $x_0 < 0$ ***e*** $y_0 > 0$**.**
b) $x_0 < 0$ e $y_0 < 0$.
c) $x_0 > 0$ e $y_0 < 0$.

$$\left.\begin{array}{r} x + 2y = 5 \\ -3x + y = 6 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{r} \left.\begin{array}{r} x + 2y = 5 \\ 6x - 2y = -12 \end{array}\right\} \\ \hline 7x = -7 \end{array} \qquad x = \frac{-7}{7} = -1$$

$$-1 + 2y = 5$$
$$2y = 5 + 1$$
$$y = 6/2 = 3$$

2.76 Si (x_0, y_0) es la solución del sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\}$, entonces $x_0 + y_0$ vale

a) $-1/3$.
b) $-5/2$.
c) $-13/6$.

$$\left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{c} \left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -x+2y=-3 \end{array}\right\} \\ \hline 3x=-2 \end{array} \qquad x=\frac{-2}{3}$$

$$\begin{array}{c} \left.\begin{array}{l} 4x-2y=1 \\ -4x+8y=-12 \end{array}\right\} \\ \hline 6y=-11 \end{array} \qquad y=\frac{-11}{6}$$

$$\frac{-2}{3}+\frac{-11}{6}=\frac{-4-11}{6}=\frac{-15}{6}=\frac{-5}{2}$$

2.77 Una fracción vale 1/3 si se suma 5 al numerador y al denominador y da 4/5 si se resta 2 al numerador y al denominador, entonces la fracción vale:

a) 2/3.
b) 3/4.
c) 3/5.

Al numerador lo representamos por ***x***,

Al denominador lo representamos por ***y***,

Lo primero tenemos que una fracción da como resultado 1/3 si al numerador y denominador le sumamos 5, es decir:

$$\frac{(x+5)}{(y+5)}=\frac{1}{3}$$

La segunda parte del problema tenemos que una fracción da como resultado 4/5 si al numerador y denominador le restamos 2, es decir:

$$\frac{(x-2)}{(y-2)}=\frac{4}{5}$$

Ahora hace lo siguiente para formar el sistema de ecuaciones:

$\frac{(x+5)}{(y+5)}=\frac{1}{3}$ El 3 que está dividiendo pasa multiplicando y $(y+5)$ que está dividiendo pasa multiplicando.

$$3\cdot(x+5)=1\cdot(y+5)$$

$$3x+15=y+5$$

$$3x+15-5=y$$

$$3x+10=y$$

$\frac{(x-2)}{(y-2)}=\frac{4}{5}$ Procedemos del mismo modo, llegando a la conclusión $5x-2=4y$

Ya podemos formar el sistema de ecuaciones y resolvemos por cualquiera de los tres métodos:

$\left.\begin{array}{l}3x+10=y\\5x-2=4y\end{array}\right\}$ Multiplico la primera ecuación por 4, y a la segunda ecuación le resto la primera de esta manera eliminamos las *y*.

$$\left.\begin{array}{l}12x+40=4y\\5x-2=4y\end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l}\left.\begin{array}{l}12x+40=4y\\5x-2=4y\end{array}\right\}\\ \hline -7x-42=0\end{array} \qquad x=-\frac{42}{7}=-6 \qquad \begin{array}{l}5\cdot(-6)-2=4y\\-30-2=4y\\-32=4y\\y=-8\end{array}$$

La fracción sería -6/-8 = 3/4.

2.78 Si $\left(x_0, y_0, z_0\right)$ es la solución del sistema de ecuaciones

a) $x_0 < 0$ e $y_0 > 0$.
b) $x_0 < 0$ e $z_0 < 0$.
c) $y_0 < 0$ e $z_0 > 0$.

Partimos del siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y + z = -3 \\ x + 2y - 2z = 1 \\ 2x + 2y - z = 4 \end{array}\right\}$$

La primera ecuación la multiplico por 2

La tercera ecuación la multiplico por 2

$$\left.\begin{array}{l} 4x - 2y + 2z = -6 \\ x + 2y - 2z = 1 \\ 4x + 4y - 2z = 8 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{l} 4x - 2y + 2z = -6 \\ x + 2y - 2z = 1 \\ 4x + 4y - 2z = 8 \end{array}\right\}$$

A la segunda le sumo la primera.

A la tercera le sumo la primera.

$$\left.\begin{array}{l} 4x - 2y + 2z = -6 \\ 5x \qquad\qquad = -5 \\ 8x + 2y \qquad = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \\ x = -1 \\ -8 + 2y = 2 \rightarrow y = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2x - y + z = -3 \\ -2 - 5 + z = -3 \\ z = 4 \end{array}$$

2.79 Si (x_0, y_0, z_0) es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 3x+2y-z=-1 \\ -2x+y+z=-3 \\ 3x-y-2z=2 \end{array}\right\}$$

a) $y_0 + z_0 = 0$.

b) $x_0 + z_0 = 0$.

c) $x_0 + y_0 = 0$.

A la segunda ecuación le sumo la primera.

A la tercera ecuación le resto el doble de la primera.

$$\left.\begin{array}{r} 3x+2y-z=-1 \\ x+3y \quad\;\; =-4 \\ -3x-5y \quad\;\; =\;\; 4 \end{array}\right\}$$

A la segunda multiplicada por 3 le sumo la tercera.

$$\left.\begin{array}{r} 3x+2y-z=-1 \\ 3x+9y \quad\;\; =-12 \\ -3x-5y \quad\;\; =\;\; 4 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} 3x+2y-z=-1 \\ 4y \quad\;\; =-8 \\ -3x-5y \quad\;\; =\;\; 4 \end{array}\right\}$$

$6-4-z=-1 \rightarrow z=-3$

$y=-2$

$x=2$

2.80 Si (x_0,y_0,z_0) es la solución del sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} 2/x-1/y=4/3 \\ 2/y-1/z=-2/3 \\ -1/x+1/z=5/2 \end{array}\right\}$$

a) $x_0 \cdot y_0 = 2/5$.

b) $y_0 / z_0 = 2$.

c) $x_0 + y_0 = 3/4$.

Lo primero hacemos un cambio de variable:

$x' = 1/x$; $y' = 1/y$; $z' = 1/z$;

El sistema inicial queda así:

$$\left.\begin{array}{l} 2/x-1/y=4/3 \\ 2/y-1/z=-2/3 \\ -1/x+1/z=5/2 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{rcl} 2x'-y' & = & 4/3 \\ 2y'-z' & = & -2/3 \\ -x' \quad +z' & = & 5/2 \end{array}\right\}$$

A la tercera la multiplico por 2.

A la primera le sumo la tercera.

$$\left.\begin{array}{rcl} 2x'-y' & = & 4/3 \\ 2y'-z' & = & -2/3 \\ -2x' \quad +2z' & = & 5 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{rcl} -y'-2z' & = & 19/3 \\ 2y'-z' & = & -2/3 \\ -2x' \quad +2z' & = & 5 \end{array}\right\}$$

A la segunda la multiplico por 2.

A la segunda le sumo la primera.

$$\left.\begin{array}{rcl} -y'-2z' & = & 19/3 \\ 4y'-2z' & = & -4/3 \\ -2x' \quad +2z' & = & 5 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{rcl} -y'-2z' & = & 19/3 \\ 3y' & = & 5 \\ -2x' \quad +2z' & = & 5 \end{array}\right\}$$

$$3y' = 5 \qquad 2\cdot\frac{5}{3}-z' = -\frac{2}{3} \qquad 2x'-\frac{5}{3}=\frac{4}{3}$$

$$y' = \frac{5}{3} \qquad z' = \frac{12}{3} = 4 \qquad x' = \frac{3}{2}$$

$$\left.\begin{array}{l} y' = \dfrac{5}{3} \\ z' = 4 \\ x' = \dfrac{3}{2} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} y = \dfrac{3}{5} \\ z = \dfrac{1}{4} \\ x = \dfrac{2}{3} \end{array}$$