Tema 1

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.1 Si $\neg$ ***q*** es falsa, entonces $(\neg p) \vee q$ es:

a) Verdadera.

b) Falsa.

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de ***p***.

Solución: La respuesta correcta es la ***a***.

p	q	¬p	¬q	(¬p) ∨ q
V	V	F	F	V
V	F	F	V	F
F	V	V	F	V
F	F	V	V	V

1.2 Si ***p*** es falsa, entonces $(\neg p) \wedge q$ es

a) Verdadera.

b) Falsa.

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de q.

Solución: La respuesta correcta es la ***c***.

p	q	¬p	(¬p) ∧ q
V	V	F	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	F

1.3 Si **¬ *q*** es verdadera, entonces $\neg(p \vee \neg q)$ es

a) Verdadera.

b) Falsa.

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de ***p***.

Solución: La respuesta correcta es la ***b***.

p	q	¬ q	(p ∨¬q)	¬ (p ∨¬q)
V	V	F	V	F
V	F	V	V	F
F	V	F	F	V
F	F	V	V	F

1.4 Si ***p*** es verdadera, entonces $(q \vee \neg p) \wedge (p \vee \neg q)$ es

a) Verdadera.

b) Falsa.

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de q.

Solución: La respuesta correcta es la ***c***.

p	q	¬ p	¬ q	(q ∨¬p)	(p ∨¬q)	(q ∨¬p) ∧ (p ∨¬q)
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V

1.5 La proposición $\neg (p \vee \neg p)$ es:

a) Verdadera.

b) Falsa

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de p.

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$	$\neg (p \vee \neg p)$
V	F	V	F
F	V	V	F

1.6 $p \vee \neg q$ es falsa cuando:

a) p es falsa y q es falsa.

b) p es verdadera y q es falsa.

c) p es falsa y q es verdadera.

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	V

1.7 Si p es verdadera, la proposición $(\neg p) \rightarrow q$ es:

a) Verdadera.

b) Falsa

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de q.

p	q	$\neg p$	$(\neg p) \rightarrow q$
V	V	F	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	F	V	F

1.8 Si p es verdadera, la proposición $p \rightarrow (p \vee q)$ es

a) Verdadera.

b) Falsa

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de q.

p	q	p∨q	p→ (p∨q)
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	F	V

1.9 Si p es falsa, la proposición (p∨q) →(p∧q) es

a) Verdadera.

b) Falsa.

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de q.

Por lo tanto respuesta *c*, ya el valor de verdad depende de *q*.

p	q	p∨q	p∧q	(p∨q) →(p∧q)
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	V	F	F
F	F	F	F	V

1.10 Si p es verdadera, la proposición $(p \vee q) \rightarrow \neg p$ es

a) Verdadera.

b) Falsa

c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de q.

p	q	¬ p	p∨q	(p∨q) →¬ p
V	V	F	V	F
V	F	F	V	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	V

1.11 La proposición $p \rightarrow \neg p$ es

a) Es verdadera si p es falsa.

b) Es verdadera si p es verdadera.

c) Es siempre falsa.

p	¬ p	p →¬ p
V	F	F
F	V	V

1.12 La proposición (p∧q) → (p∨q) es verdadera

a) Sólo cuando p y q son verdaderas.

b) Sólo cuando p y q son falsas.

c) Siempre.

p	q	p∧q	p∨q	(p∧q) → (p∨q)
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	F	V	V
F	F	F	F	V

1.13 Si $p \rightarrow (q \vee \neg p)$ es una proposición falsa, es que:

a) *p* y *q* son verdaderas.

b) *p* es verdadera y *q* es falsa.

c) *p* es falsa y *q* verdadera.

p	q	¬p	$(q \vee \neg p)$	$p \rightarrow (q \vee \neg p)$
V	V	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	V	V

1.14 Si $p \wedge (q \rightarrow p)$ es una proposición verdadera, entonces:

a) *p* y *q* son verdaderas.

b) p es verdadera y q es falsa.

c) p es verdadera.

p	q	$(q \rightarrow p)$	$p \wedge (q \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	F
F	F	V	F

1.15 La proposición $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ es una proposición verdadera:

a) Sólo si *p* y *q* son falsas.

b) Sólo si *p* es falsa y *q* verdadera.

c) Cualquiera que sean p y q.

p	q	$(q \rightarrow p)$	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

1.16 El razonamiento:

$$\begin{array}{ll} & p \\ & \neg p \\ \hline \therefore & q \end{array}$$

a) Es una falacia.
b) Es lógicamente válido.
c) Es lógicamente válido o falaz según el valor de verdad de q.

p	q	¬p	p ∧ ¬p	q	(p ∧ ¬p)→q
V	V	F	F	V	V
V	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V

Como no tenemos ningún valor que nos haga falso este razonamiento se deduce que es verdadero.

		Premisas		Conclusión
p	q	p	$\neg p$	q
V	V	V	F	V
V	F	V	F	F
F	V	F	V	V
F	F	F	V	F

1.17 Si A y B son conjuntos tales que $A \subset B$, es cierto que

a) Si $x \in A$***, entonces*** $x \in B$**.**
b) Si $x \in B$, entonces $x \in A$.
c) Si $x \notin A$, entonces $x \notin B$.

1.18 Si M y N son conjuntos tales que $N \subset M$, es cierto que

a) Si $a \in M$, entonces $a \in N$.
b) Si $a \notin M$ ***, entonces*** $a \notin N$**.**
c) Si $a \notin N$, entonces $a \notin M$.

1.19 Para cualquier conjunto A se verifica

a) $\emptyset \in A$.
b) $\emptyset \subset A$**.**
c) $A \in A$.

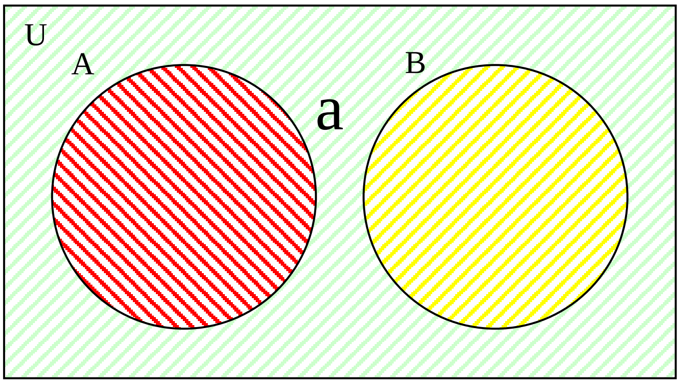
1.20 Si un conjunto A tiene 6 elementos, el número de subconjuntos de A es

a) 6.
b) 16.
c) 64.

Si el conjunto A tiene *n* elementos, el conjunto de las partes de A tiene 2^n elementos.

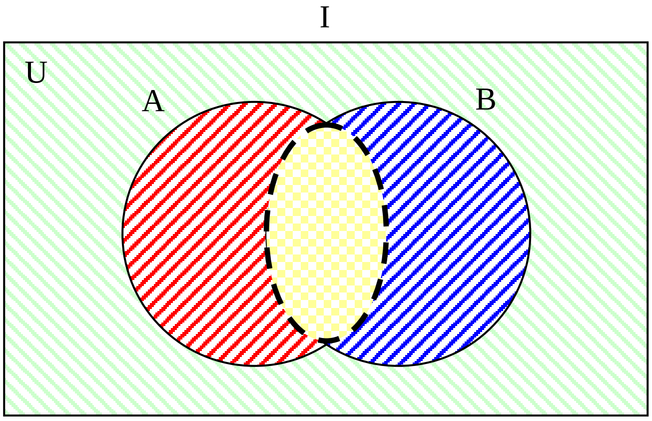
1.21 Si A y B son dos conjuntos disjuntos, no es correcto afirmar que

a) Si $a \in A$, entonces $a \notin B$.
b) Si $a \in B$, entonces $a \in A^C$.
c) Si $a \notin A$, entonces $a \in B$.



1.22 Dados dos conjuntos A y B, NO es correcto afirmar que:

a) si $x \in A \cup B$, entonces $x \in A \cap B^C$ o $x \in A^C \cap B$.
b) si $x \notin A \cup B$, entonces $x \notin A$ o $x \notin B$.
c) si $x \in A \cup B$ y $x \notin A$, entonces $x \in B$.



1.23 Si dos conjuntos A y B verifican $A^C \cap B^C = \varnothing$, es que

a) $A \subset B$.
b) $A \cup B = U$.
c) $\left(A^C \cap B\right) \cup \left(A \cap B^C\right) = U$

Aplicando las leyes de Morgan obtenemos:

$$A^C \cap B^C = \varnothing$$
$$\left(A^C \cap B^C = \varnothing\right)^C$$
$$\left(A^C \cap B^C\right)^C = \varnothing^C$$
$$A \cup B = U$$

$A = \{1,2\}$ $\quad$ $A^C = \{3\}$

$B = \{2,3\}$ $\quad$ $B^C = \{1\}$

$U = \{1,2,3\}$

$A^C \cap B^C = \varnothing$ $\quad$ $A \cup B = U$

$\{3\} \cap \{1\} = \varnothing$ $\quad$ $\{1,2\} \cup \{2,3\} = U$

1.24 Si dos conjuntos A y B cumplen $A \subset B$, entonces

a) $A \cup B^C = U$.
b) $B - A = \emptyset$.
c) $B^C \subset A^C$.

La respuesta correcta es la *c*, como se puede ver B^C, que es la zona verde, está incluido dentro de A^C que es la zona verde más la zona amarilla.

La respuesta *b* no es correcta ya que B – A no tiene porque ser necesariamente el conjunto vacío.

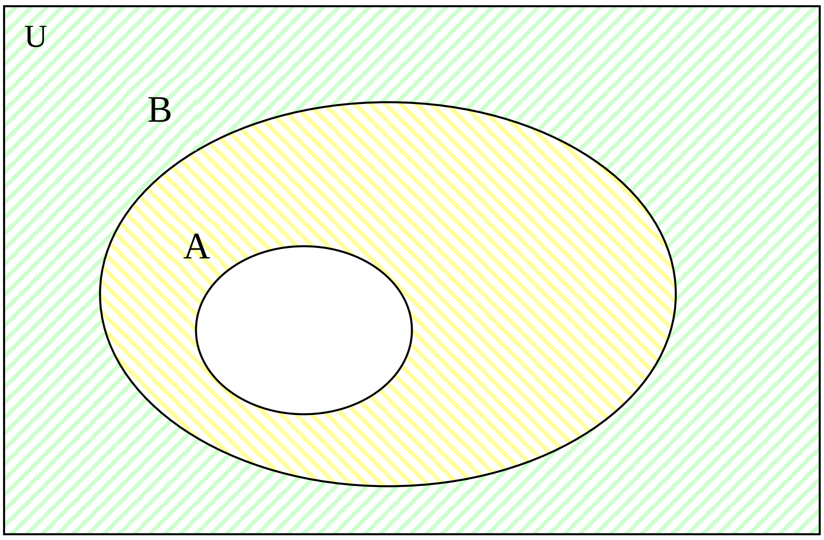
La respuesta *a* no es correcta porque $A \cup B^C$ no es igual al universo ya que nos queda la zona amarilla sin incluir y puede darse el caso que hubiese al menos un elemento ahí.

$A = \{1,2\}$ $\quad\quad$ $A^C = \{3,4,5\}$

$B = \{1,2,3\}$ $\quad\quad$ $B^C = \{4,5\}$

$U = \{1,2,3,4,5\}$

Se cumple	NO se cumple	NO se cumple
$B^C \subset A^C$	$A \cup B^C = U$	$B - A = \emptyset$
$\{4,5\} \cap \{3,4,5\}$	$\{1,2\} \cup \{4,5\} = \{1,2,4,5\}$	$\{1,2,3\} - \{1,2\} = \{3\}$



1.25 Si dos conjuntos A y B cumplen $A \subset B^C$, no es correcto afirmar que

a) $A \cap B = \varnothing$.
b) $A \cup B = U$.
c) $B \subset A^C$.

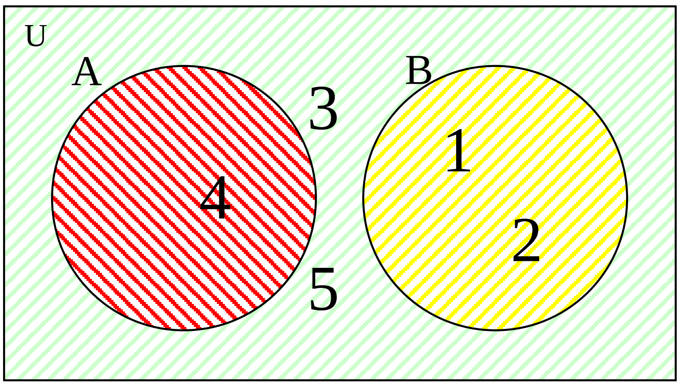
Si $A \subset B^C$ o $B \subset A^C$ quiere decir que son conjuntos disjuntos $A \cap B = \varnothing$, en el diagrama de Venn vemos que A, la zona roja está dentro de B^C que es la zona roja más la zona verde.

$A = \{4\}$ $\quad$ $A^C = \{1,2,3,5\}$

$B = \{1,2\}$ $\quad$ $B^C = \{3,4,5\}$

$U = \{1,2,3,4,5\}$

Se cumple	NO se cumple	Se cumple
$A \cap B = \varnothing$	$A \cup B = U$	$B \subset A^C = \varnothing$
$\{1,2\} \cap \{4\} = \varnothing$	$\{4\} \cup \{1,2\} = \{1,2,4\}$	$\{1,2\} \subset \{1,2,3,5\} = \{3\}$



1.26 Si A y B son dos conjuntos tales que $A \cup B = B$, se cumple

a) $A \subset B$.
b) $B \cup A = A$.
c) $A^C \cap B^C = \varnothing$.

Resultado 1.21, página 35

Si $A \subset B$ entonces $A \cup B = B$, Si A es un subconjunto de B, todos los elementos de A están en B, por esto la unión de los dos es B.

$A \cup B = B$

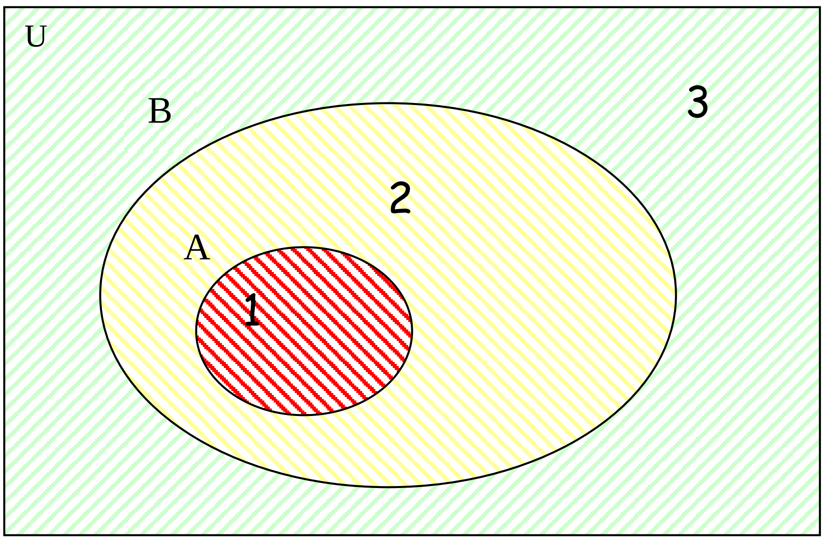
$\{1\} \cup \{1,2\} = \{1,2\}$

$A = \{1\}$ $\quad A^C = \{2,3\}$

$B = \{1,2\}$ $\quad B^C = \{3\}$

$U = \{1,2,3\}$

Se cumple	NO se cumple	NO se cumple
$A \subset B$	$B \cup A = A$	$A^C \cap B^C = \varnothing$
$\{1\} \subset \{1,2\}$	$\{1,2\} \cup \{1\} = \{1,2\}$	$\{2,3\} \cap \{3\} = \{3\}$



1.27 Si A y B son dos conjuntos, $(A-B)^C$ es igual a

a) $A^C - B^C$.
b) $A^C \cup B$.
c) $B - A$.

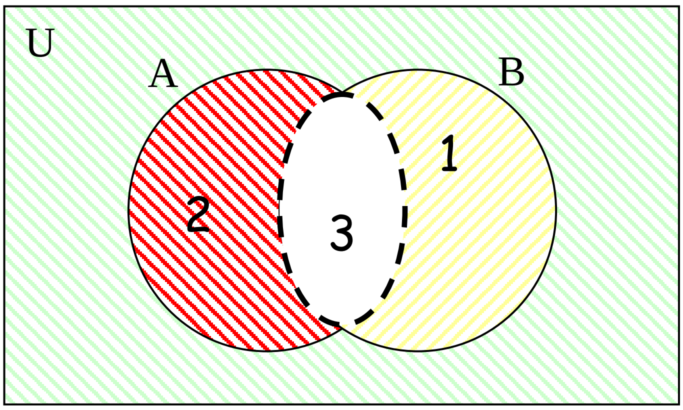
Aplicando las leyes de Morgan obtenemos:

$(A-B)^C$

$(A \cap B^C)^C$

$A^C \cup B$

$(A-B)$	Es la zona roja.
$(A-B)^C$	Es la zona amarilla más la zona blanca más la zona verde, que es igual a $A^C \cup B$.
A^C	Es la zona amarilla más la zona verde.
B	Es la zona amarilla más la zona blanca.
$A^C \cup B$	Es la zona amarilla más la zona blanca más la zona verde, que es igual a $(A-B)^C$



$A = \{2,3\}$ $\quad A^C = \{1\}$ $\quad (A-B)^C = \{1,3\}$

$B = \{1,3\}$ $\quad B^C = \{2\}$ $\quad A^C \cup B = \{1,3\}$

$U = \{1,2,3\}$

1.28 Si A y B son dos conjuntos que ***cumplen*** $A \cup B^C = B$ entonces:

a) $A = B = U$.

b) $A \subset B^C$.

c) $B \subset A^C$

Resultado 1.20, página 34. La unión de dos conjuntos contiene a cualquiera de los dos conjuntos que se unen:

El enunciado dice $A \cup B^C = B$

Por lo tanto tenemos que $B^C \subset A \cup B^C$ y $A \subset A \cup B^C$

Tenemos $B^C \subset A \cup B^C = B$ y para que esta igualdad se cumpla $B^C = \varnothing$ o bien $B = U$.

Resultado 1.22 $\varnothing^C = U$ El complementario del conjunto vacío es el conjunto universal. Como el conjunto vacío no tiene elementos, ningún elemento del conjunto universal puede pertenecer al conjunto vacío.

Resultado 1.23 $U^C = \varnothing$ El complementario del conjunto universal es el conjunto vacío. Como todos los elementos pertenecen al conjunto universal, ningún elemento no pertenece al universal.

Si sustituimos en la igualdad $B^C \subset A \cup B^C = B$ a $B^C = \varnothing$ tenemos:

$\varnothing \subset A \cup \varnothing = B$

$\varnothing \subset A = B$

$\varnothing \subset A = U$

Si sustituimos en la igualdad $B^C \subset A \cup B^C = B$ a $B^C = U$ llegamos a una contradicción, ya que el conjunto universal no puede ser igual al conjunto vacío.

$U \subset A \cup U = \varnothing$

$U \subset A = \varnothing$

$U \subset U = \varnothing$

$A = \{1,2\}$	$A^C = \varnothing$	$A \cup B^C = B$
$B = \{1,2\}$	$B^C = \varnothing$	$\{1,2\} \cup \varnothing = \{1,2\}$
$U = \{1,2\}$		

1.29 Si A y B son dos conjuntos que cumplen $(A-B)^C = B$ entonces:

a) $A \cap B = \varnothing$
b) $B^C \subset A$
c) $A = B^C$

$$(A-B)^C = B$$
$$(A-B) = B^C$$
$$A \cap B^C = B^C$$
$$B^C \subset A$$

Resultado 1.13 página 33.

Si $B^C \subset A$, entonces $A \cap B^C = B^C$. Si B^C es un subconjunto de A todos los elementos de B^C y sólo estos son comunes a A y B^C.

Resultado 1.20, página 34.

La unión de dos conjuntos contiene a cualquiera de los dos conjuntos que se unen:

$$A \subset A \cup B \qquad B \subset A \cup B$$

$$(A-B)^C = B$$
$$\left(A \cap B^C\right)^C = B$$
$$A^C \cup B = B$$
$$A^C \subset B = A^C \cup B$$
$$A^C \subset B$$

$A = \{1,2\}$	$A^C = \{3\}$	$(A-B)^C = B$
$B = \{2,3\}$	$B^C = \{1\}$	$\{2,3\} = \{2,3\}$
$U = \{1,2,3\}$	$(A-B)^C = \{2,3\}$	

1.30 Si A y B son dos conjuntos tales que $(A \cup B)^C = A$, se cumple

a) $B \subset A$.
b) $A = U$.
c) $A = \varnothing$ y $B = U$.

Resultado 1.13 página 33.

La intersección de dos conjuntos está contenida en cualquiera de los conjuntos que se intersectan.

$A \cap B \subset A \qquad A \cap B \subset B$

$(A \cup B)^C = A$ Aplicamos las leyes de Morgan:

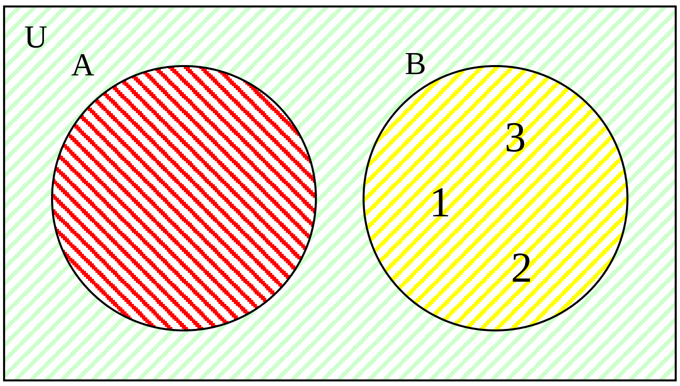
$A^C \cap B^C = A$

Por lo tanto tenemos que $A^C \cap B^C \subset A^C$ y $A^C \cap B^C \subset B^C$

Continuamos $A^C \cap B^C = A \subset A^C$

Y como $A \subset A^C$ necesariamente $A = \varnothing$

$A = \varnothing$	$A^C = \{1,2,3\}$	$(A \cup B)^C = A$
$B = \{1,2,3\}$	$B^C = \varnothing$	$\varnothing = \varnothing$
$U = \{1,2,3\}$		



1.31 Si dos conjuntos A y B son dos conjuntos tales que $(A \cap B)^C \subset B$, se cumple

a) $A = B = U$.
b) $B = U$.
c) $A \cap B = \varnothing$.

Resultado 1.13 página 33.

La intersección de dos conjuntos está contenida en cualquiera de los conjuntos que se intersectan

$A \cap B \subset A \qquad A \cap B \subset B$

$(A \cap B)^C \subset B$ que es equivalente a:

$B^C \subset A \cap B$

$B^C \subset A \cap B \subset B$

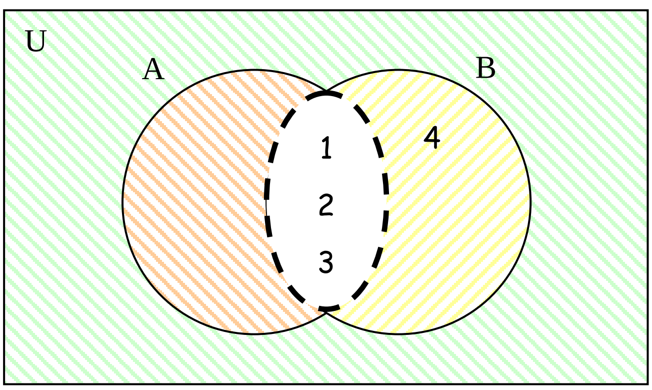
$B^C \subset B$

Y como $B^C \subset B$ necesariamente $B^C = \varnothing$

$A = \{1,2,3\} \qquad A^C = \{3,4\} \qquad (A \cap B)^C \subset B$

$B = \{1,2,3,4\} \quad B^C = \{4\} \qquad \{4\} \subset B$

$U = \{1,2,3,4\}$



1.32 Si A y B son dos conjuntos, el conjunto $\left(A^C - B^C\right)^C$ es igual a

a) $A \cup B^C$.
b) $A^C \cup B$.
c) $A - B$.

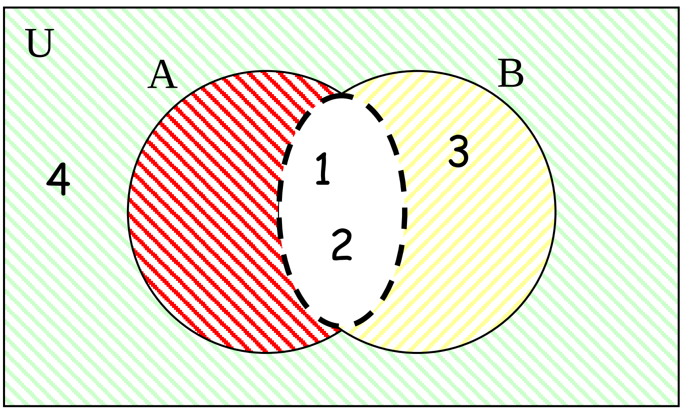
Tenemos la igualdad:

$$\left(A^C - B^C\right)^C$$
$$\left(A^C \cap \left(B^C\right)^C\right)^C$$
$$\left(A^C \cap B\right)^C$$
$$A \cup B^C$$

$A = \{1, 2\}$ $\quad A^C = \{3, 4\}$ $\quad A^C - B^C = \{3\}$

$B = \{1, 2, 3\}$ $\quad B^C = \{4\}$ $\quad \left(A^C - B^C\right)^C = \{1, 2, 4\}$

$U = \{1, 2, 3, 4\}$ $\quad A \cup B^C = \{1, 2, 4\}$



1.33 Si A y B son dos conjuntos, el conjunto $A \cap \left(B \cup A^{C}\right)$ es igual a

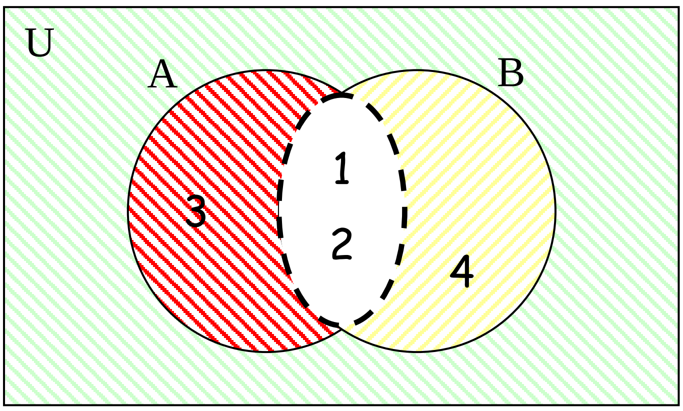
a) $B - A$.
b) $A \cap B$.
c) B.

Tenemos la igualdad:

$$A \cap \left(B \cup A^{C}\right)$$
$$(A \cap B) \cup \left(A \cap A^{C}\right)$$
$$(A \cap B) \cup \varnothing$$
$$(A \cap B)$$

$A = \{1,2,3\}$ $\quad A^{C} = \{4\}$
$B = \{1,2,4\}$ $\quad B^{C} = \{3\}$
$U = \{1,2,3,4\}$

$\left(B \cup A^{C}\right) = \{1,2,4\}$
$A \cap \left(B \cup A^{C}\right) = \{1,2\}$
$A \cap B = \{1,2\}$



1.34 Si A y B son dos conjuntos, el conjunto $\left(A^C \cup B^C\right) \cap A$ es igual a

a) $A^C \cap B$.
b) A.
c) $A - B$.

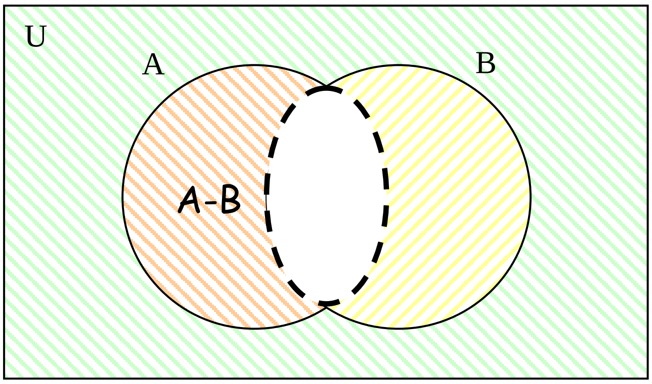
Tenemos la igualdad:

$$\left(A^C \cup B^C\right) \cap A$$
$$\left(A^C \cap A\right) \cup \left(B^C \cap A\right)$$
$$\varnothing \cup \left(B^C \cap A\right)$$
$$\left(B^C \cap A\right)$$
$$A - B$$

Si partimos de la expresión $\left(A^C \cup B^C\right) \cap A$ tenemos que:

A^C es la zona amarilla y la zona verde
B^C es la zona roja y la zona verde

Si ahora estas dos zonas hacemos la intersección con A, el resultado será A – B.



1.35 Si A y B son dos conjuntos el conjunto $A \cup \left(B^C \cap A\right)$ es igual a

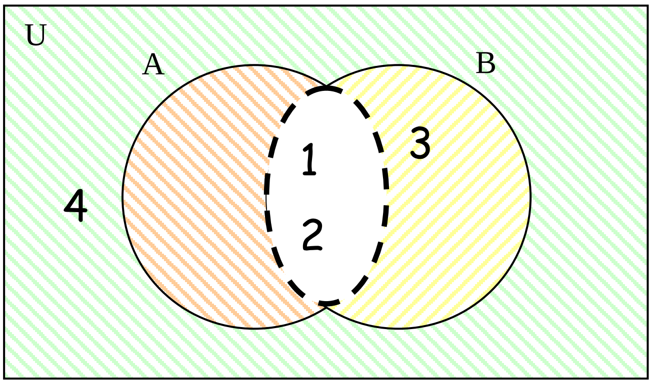
a) A.
b) $A \cup B^C$.
c) $A - B$.

Si partimos de la expresión $A \cup \left(B^C \cap A\right)$ tenemos que:

A es la zona blanca y la zona roja
B^C es la zona roja y la zona verde

$B^C \cap A$ es la zona roja, es decir A – B

Si ahora estas dos zonas hacemos la unión con A, que es la zona blanca más la zona roja, el resultado será A.



$A = \{1,2\}$ $\quad A^C = \{3,4\}$

$B = \{1,2,3\}$ $\quad B^C = \{4\}$

$U = \{1,2,3,4\}$

$a) A \cup \left(B^C \cap A\right) = \{1,2\} \cup \left(\{4\} \cap \{1,2\}\right) = \{1,2\} \cup \varnothing = \{1,2\} = A$

$b) A \cup B^C = \{1,2,4\}$

$c) A - B = \{1\}$

1.36 Si A y B son dos conjuntos que cumplen $B - A = B$ entonces:

a) $A = \varnothing$
b) $A - B = A$
c) $A \cup B = B$

Cuando tenemos $B - A = B$ o $A - B = A$, quiere decir que son conjuntos disjuntos $A \cap B = \varnothing$.

Tenemos que utilizar el **Resultado 1.14 página 33.**

Si B está contenido en A, entonces la intersección de A y B es igual a B, Si $B \subset A$ entonces $A \cap B = B$.

$B - A = B$

$B \cap A^C = B$

$B \subset A^C$

$B \subset A^C$ es lo mismo que $A \subset B^C$ y es igual a $A \cap B^C = A$ y resulta $A - B = A$

La única respuesta correcta es la que **se deduce lógicamente** del enunciado, es decir, aquella para la que se verifica que el enunciado **implica** dicha respuesta.

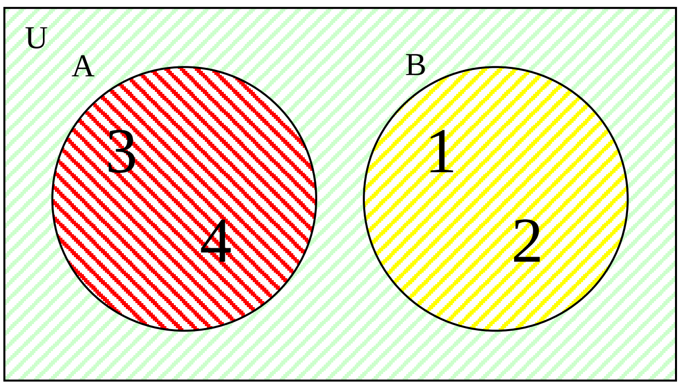
Dicho de otra forma, la proposición condicional **enunciado → respuesta** es una tautología.

$A = \{3,4\}$ $\quad A^C = \{1,2\}$

$B = \{1,2\}$ $\quad B^C = \{3,4\}$

$U = \{1,2,3,4\}$

NO se cumple	Se cumple	NO se cumple
$A = \varnothing$	$A - B = A$	$A \cup B = B$
$\{3,4\} \neq \varnothing$	$\{3,4\} - \{1,2\} = \{3,4\}$	$\{3,4\} \cup \{1,2\} = \{1,2,3,4\}$



1.37 La propiedad de idempotencia de la intersección de conjuntos significa que, para cualquier conjunto A, es

a) $A \cap \varnothing = \varnothing$.
b) $A \cap U = A$.
c) $A \cap A = A$.

La propiedad de idempotencia de la intersección es: $A \cap A = A$

1.38 La propiedad de asociativa de la intersección de conjuntos afirma que

a) $A \cap B = B \cap A$.
b) $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.
c) $A \cap B \subset B$.

La propiedad de asociativa de la intersección es: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

1.39 La propiedad de conmutativa de la unión de conjuntos garantiza que

a) $A \cup B = B \cup A$.
b) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.
c) $A \cup A = A$.

La propiedad de conmutativa de la unión es: $A \cup B = B \cup A$.

1.40 La propiedad de distributiva de la unión respecto de la intersección expresa que

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
c) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

La propiedad de distributiva de la unión respecto de la intersección es: $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

1.41 Entre tres conjuntos A, B, C, si se cumple $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

a) A y $B \cap C$ son disjuntos.
b) $B \cap C \subset A \subset B \cup C$.
c) $A \subset B \cup C$ y $A \cap (B \cap C) = 0$.

Resultado 1.13 página 33. La intersección de dos conjuntos está contenida en cualquiera de los conjuntos que se intersectan. $A \cap B \subset A$, $A \cap B \subset B$.

Resultado 1.20, página 34. La unión de dos conjuntos contiene a cualquiera de los dos conjuntos que se unen. $A \subset A \cup B$, $B \subset A \cup B$.

El enunciado dice que: $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Si miramos el lado derecho vemos que: $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$, de aquí deducimos que:

$A \cap (B \cup C) = A \cup (B \cap C)$ de aquí deducimos según el resultado 1.13 del libro que:

$A \cap (B \cup C) \subset A$ y como $A \cap (B \cup C) = A \cup (B \cap C)$ entonces $A \cup (B \cap C) \subset A$, por lo tanto $(B \cap C) \subset A$

Por otro lado según el resultado 1.13 del libro también tenemos que: $A \cap (B \cup C) \subset (B \cup C)$ y como $A \cap (B \cup C) = A \cup (B \cap C)$ de aquí deducimos que $A \cup (B \cap C) \subset (B \cup C)$, según el resultado 1.20 tenemos $A \subset (B \cup C)$

1.42 Las leyes de Morgan no garantizan que

a) $(A\cup B)^C = A^C \cap B^C$.
b) $(A\cap B)^C = A^C \cap B^C$.
c) $(A\cap B)^C = A^C \cup B^C$.

Las leyes de Morgan no garantizan $(A\cap B)^C = A^C \cap B^C$.

1.43 Si dos conjuntos A y B verifican $(A\cap B)^C = A^C \cap B^C$ se cumple

a) $A = B$.
b) $A\cup B = U$.
c) $A = B = U$.

Tenemos la igualdad:

$$(A\cap B)^C = \left(A^C \cap B^C\right)$$
$$\left(A^C \cup B^C\right) = \left(A^C \cap B^C\right)$$
$$A = B$$

$$\begin{array}{lll} A=\{1,2\} & A^C=\{3\} & a)\left(A\cap B\right)^C=\left(A^C\cap B^C\right)\rightarrow\left(\{1,2\}\right)^C=\{3\}\rightarrow\{3\}=\{3\} \\ B=\{1,2\} & B^C=\{3\} & b)A\cup B=\{1,2\}\neq U \\ U=\{1,2,3\} & & c)A=B=U,\ NO\ se\ cumple \end{array}$$

1.44 Si A y B son dos conjuntos se verifica

a) $A-(A\cap B)^{C}=A\cup B$.

b) $A-B=(B-A)^{C}$.

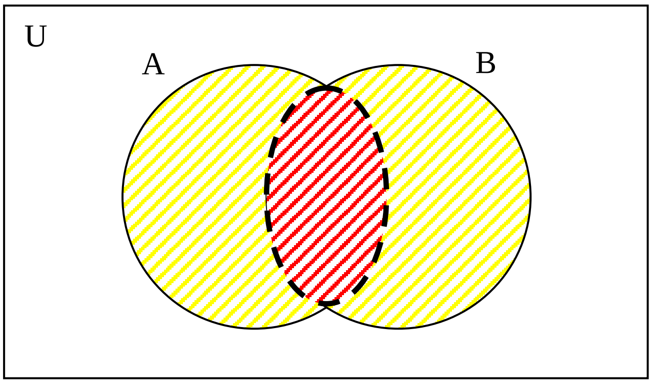
c) $(A\cup B)-(A\cap B)=(A-B)\cup(B-A)$.

La respuesta correcta es la “c”. Vamos a verla representada en un diagrama de Venn

Tenemos la igualdad $(A\cup B)-(A\cap B)=(A-B)\cup(B-A)$.

$(A\cup B)$ Es la zona de color amarillo más la zona de color rojo

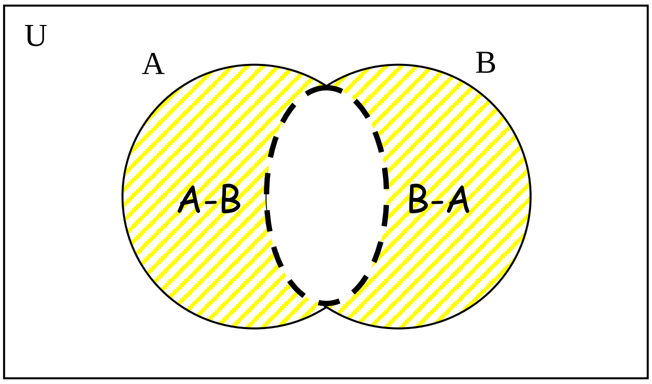
$(A\cap B)$ Es la zona de color rojo



La primera parte de la igualdad es: $(A\cup B)-(A\cap B)$ lo único que hemos hecho es restar la $(A\cap B)$ a la $(A\cup B)$.

A la parte que está pintada de color amarillo y rojo, $(A\cup B)$, le restamos la parte pintada de color rojo, $(A\cap B)$, que se corresponde a la primera parte de la igualdad, es decir $(A\cup B)-(A\cap B)$

Que es igual a la segunda parte de la igualdad $(A-B)\cup(B-A)$



1.45 Si dos conjuntos A y B verifican $A-(A\cap B)^C = A\cup B$, se cumple

a) $A^C \cup B = \varnothing$.
b) $B - A = \varnothing$.
c) $A \cap B = \varnothing$.

La respuesta correcta es la “b”. Vamos a verla representada en un diagrama de Venn

Tenemos la igualdad:

$$A-(A\cap B)^C = (A\cup B)$$

$$A\cap\left((A\cap B)^C\right)^C = (A\cup B)$$

$$A\cap(A\cap B) = (A\cup B)$$

$$(A\cap B) = (A\cup B)$$

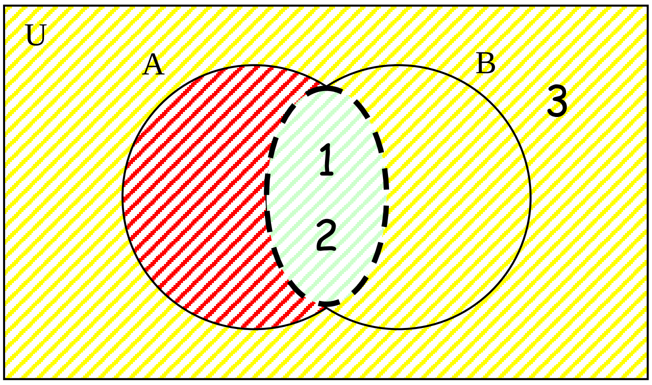
$$A = B$$

A es la zona verde y la zona roja.

$(A\cap B)^C$ Es la zona amarilla y la roja.

Por lo tanto si hacemos $A-(A\cap B)^C$ nos queda la zona verde que nos coincide con la intersección $(A\cap B)$.

Y teniendo en cuenta que si $(A\cap B)=(A\cup B)$ entonces A = B. Y de aquí deducimos que $B-A=\varnothing$.



No hay ninguna respuesta que sea A = B, pero cuando se cumple que A = B, quiere decir que tienen los mismos elementos y de aquí deducimos que $B-A=\varnothing$, haciendo un pequeño ejemplo sería:

$A=\{1,2\}$ $\quad A^C=\{3\}$ $\quad A^C\cup B = U$

$B=\{1,2\}$ $\quad B^C=\{3\}$ $\quad B-A=\varnothing$

$U=\{1,2,3\}$ $\quad A\cap B = A$

Que coincide con la respuesta b.

1.46 Si dos conjuntos A y B verifican $A-B=(B-A)^C$, se cumple

a) $B=A^C$.
b) $B\subset A$.
c) $A\subset B$.

La respuesta correcta es la “a”. Vamos a verla representada en un diagrama de Venn

Tenemos la igualdad:

$$A-B=(B-A)^C$$

$$A\cap B^C=\left(B\cap A^C\right)^C$$

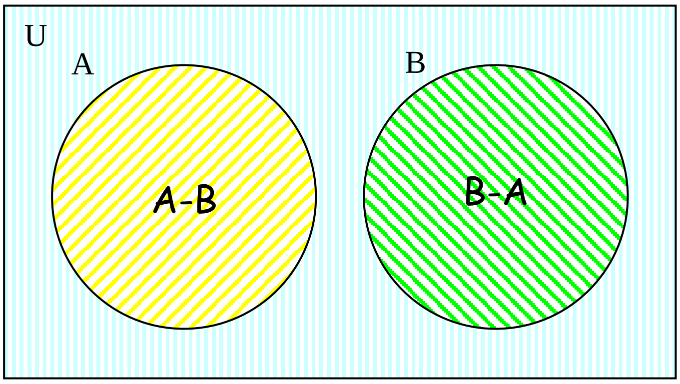
$$A\cap B^C=B^C\cup A$$

$$A=B^C$$

Tenemos como resultado que $A=B^C$ que es lo mismo que $B=A^C$.

B que es la zona verde es igual a A^C que es la zona verde más la zona azul.

$(B-A)^C$ Es la zona amarilla más la zona azul



Para la igualdad del enunciado $A-B=(B-A)^C$ vemos que se cumple.

$A=\{1,2\}$ $\quad A^C=\{3\}$

$B=\{3\}$ $\quad B^C=\{1,2\}$

$U=\{1,2,3\}$

$$A-B=(B-A)^C$$

$$\{1,2\}=\{3\}^C$$

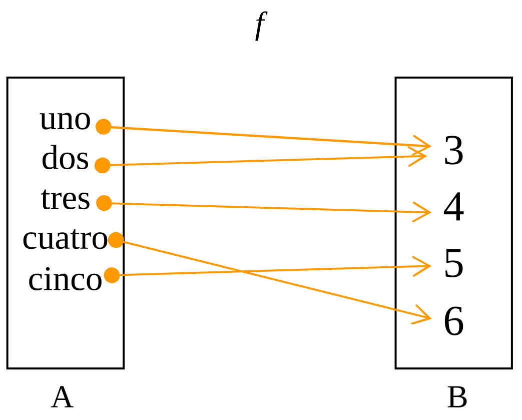
$$\{1,2\}=\{1,2\}$$

1.47 En el conjunto de palabras A = {uno, dos, tres, cuatro, cinco} se define la aplicación *f* que asigna a cada una su número de letras. Entonces

a) $f\left(uno\right)=1$.

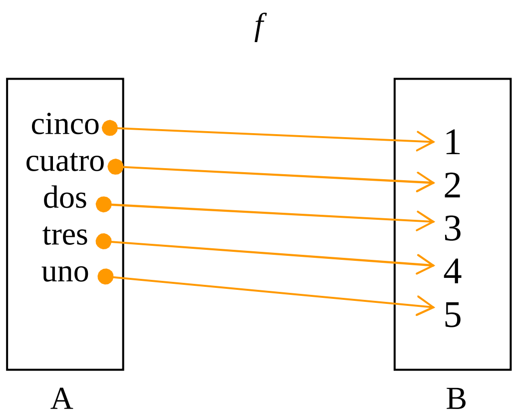
b) $f\left(cinco\right)=5$.

c) $f\left(tres\right)=3$.



1.48 Para ordenar por orden alfabético las palabras del conjunto A = {uno, dos, tres, cuatro, cinco} se asigna a cada una el lugar que ocupa en dicho orden. Entonces

a) La imagen de tres es 4 y la preimagen de 2 es dos.
b) La imagen de uno es 4 y la preimagen de 1 es cinco.
c) La imagen de cuatro es 2 y la preimagen de 1 es cinco.



1.49 Se considera la abreviatura de cada palabra del diccionario, compuesta por sus dos primeras letras seguidas de un punto. Entonces

a) *que*. es la imagen de queso.
b) *fr* es la imagen de fruta.
c) ar. tiene como preimagen arma.

1.50 La abreviatura de las palabras del diccionario, definida por sus dos primeras letras seguidas de un punto, ¿es una aplicación bien definida en el conjunto de palabras del diccionario?

a) Sí.
b) No, porque hay palabras distintas con las misma abreviatura.
c) No, porque las palabras de una sola letra no tienen abreviatura.

Lo que nos están preguntando es si cumplen con la propiedad de aplicación una abreviatura definida de la siguiente manera: sus dos primeras letras seguidas de un punto en el conjunto de todas las palabras del diccionario.

La respuesta ***c*** dice que las palabras de una letra no tienen abreviatura, el enunciado nos pide dos letras y un punto. Por lo tanto habría palabras en el conjunto inicial sin imagen y ya no cumpliría con la condición de aplicación.

Para que sea aplicación, hay que añadir a la definición que:

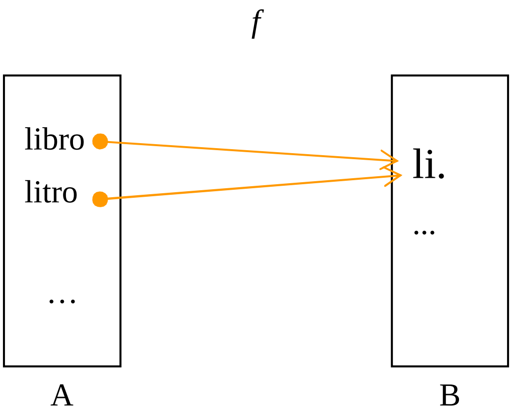
- Las palabras de una letra son su propia abreviatura.
- Tampoco es útil abreviar las palabras de dos letras.

1.51 La abreviatura de las palabras del diccionario de más de dos letras, definida por sus dos primeras letras seguidas de un punto, ¿es una aplicación inyectiva?

a) Sí.
b) No, porque hay palabras distintas con las misma abreviatura.
c) No, porque las abreviaturas *ñr.* o *qt.* no corresponden a ninguna palabra.

Al haber distintas palabras con la misma abreviatura ya no cumple con la condición de ***aplicación inyectiva***, sería correcta la ***b***.

La ***c*** no sería correcta ya que no hay en el diccionario ninguna palabra cuyas dos primeras letras sean ***ñr***. o ***qt***.



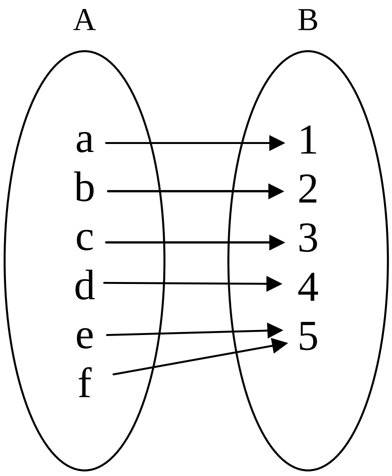
1.52 Dado el conjunto $B = \{1,2,3,4,5\}$, si $f : A \to B$ es una aplicación sobreyectiva, el cardinal de A debe cumplir.

a) $\#(A) \geq 5$.

b) $\#(A) = 5$.

c) $\#(A) \leq 5$.

Una función $f : A \to B$ es, ***sobreyectiva*** cuando cada elemento de "B" es la imagen de como mínimo un elemento de "A".



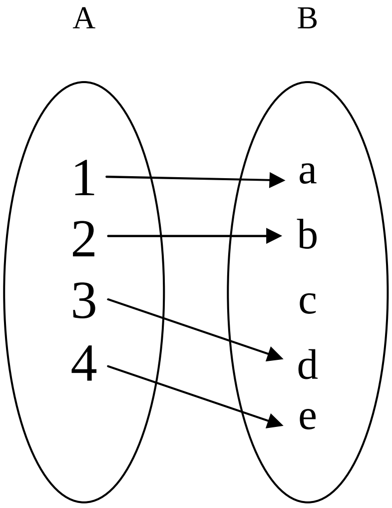
Según esto el #(A) $\geq$ 5

1.53 Dado el conjunto $A = \{1,2,3,4\}$, si $f : A \to B$ es una aplicación inyectiva, el cardinal de B debe cumplir.

a) $\#(B) \leq 4$.

b) $\#(B) = 4$.

c) $\#(B) \geq 4$.

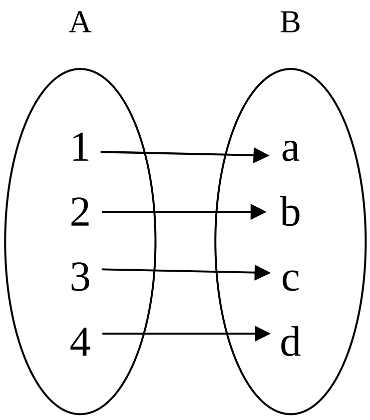


Según esto el #(B) $\geq$ 4

1.54 Si $f : A \rightarrow B$ es una aplicación biyectiva, puede asegurarse.

a) $\#(A) \leq \#(B)$.
b) $\#(A) = \#(B)$.
c) $\#(A) \geq \#(B)$.

Una función $f : A \rightarrow B$ es, ***biyectiva*** si es al mismo tiempo inyectiva y sobreyectiva; es decir, si todos los elementos del conjunto de salida tienen una imagen distinta en el conjunto de llegada, y a cada elemento del conjunto de llegada le corresponde un elemento del conjunto de salida.



Según esto el #(A) = #(B)

1.55 Si A y B son dos conjuntos tales que sus cardinales verifican $\#(A)+\#(B)=\#(A\cup B)$, entonces:

a) $A\subset B^C$.
b) $A^C\subset B$.
c) $A^C\cap B^C=\varnothing$.

Resultado 1.32. Si $(A\cap B)=\varnothing$, entonces $\#(A\cup B)=\#(A)+\#(B)$.

Tenemos que recurrir a la fórmula general: $\#(A\cup B)=\#(A)+\#(B)-\#(A\cap B)$, si la comparamos con la del enunciado,

$$\#(A\cup B)=\#(A)+\#(B)-\#(A\cap B)$$

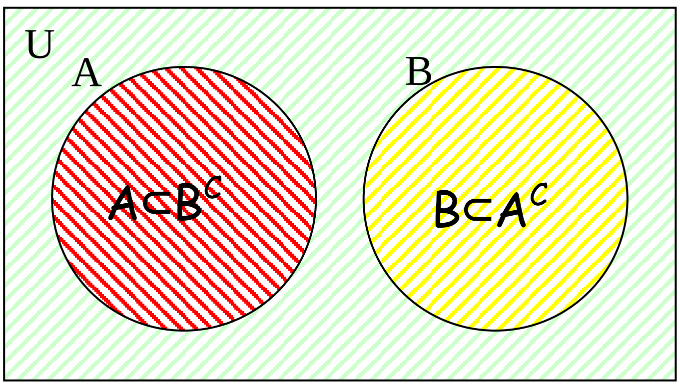
$$\#(A\cup B)=\#(A\cup B)-\#(A\cap B)$$

$$\#(A\cap B)=\#(A\cup B)-\#(A\cup B)$$

$$\#(A\cap B)=0$$

De esto podemos deducir que $\#(A\cap B)=0$ ya que el enunciado no aporta ningún dato sobre el cardinal de la intersección.

Si $\#(A\cap B)=0$ quiere decir que $(A\cap B)=\varnothing$ y llegamos a la conclusión que $A\subset B^C$ y $B\subset A^C$.



1.56 Si A y B son dos conjuntos tales que $B - A = B$, se cumple:

a) $\#(B) - \#(A) = \#(B)$.

b) $\#(B) - \#(A) = \#(A \cap B)$.

c) $\#(A) + \#(B) = \#(A \cup B)$.

Resultado 1.32. Si $(A \cap B) = \varnothing$, entonces $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B)$.

Si $B - A = B$ quiere decir que $(A \cap B) = \varnothing$, es decir son disjuntos y esto implica que $\#(A \cap B) = 0$ y si miramos en la fórmula general tenemos:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - 0$$

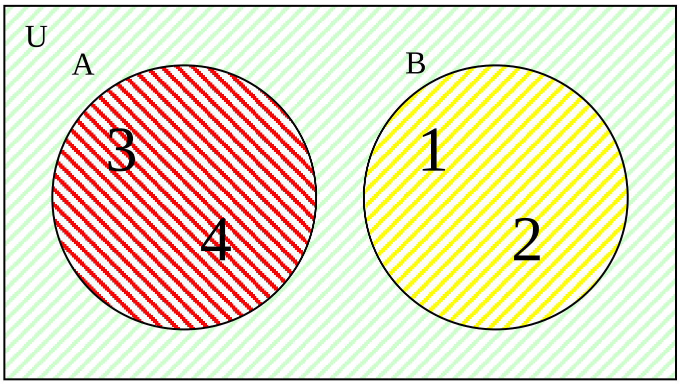
Por lo tanto respuesta correcta "c".

$A = \{3,4\}$ $\qquad A^C = \{1,2\}$

$B = \{1,2\}$ $\qquad B^C = \{3,4\}$

$U = \{1,2,3,4\}$

Se cumple	Se cumple
$A - B = A$	$B - A = B$
$\{3,4\} - \{1,2\} = \{3,4\}$	$\{1,2\} - \{3,4\} = \{1,2\}$



1.57 Si $\#(U) = n$ y A es un subconjunto de U, entonces:

a) $\#(A^C) = -\#(A)$

b) $\#(A^C) = n - \#(A)$

c) $\#(A^C) - \#(A) = 0$

La respuesta correcta es la ***b***, $\#(A^C) = n - \#(A)$

El enunciado dice que el cardinal del conjunto universal es *n*, es decir que tiene *n* elementos, y que A es un subconjunto de *U*, lo que dice la respuesta ***b*** es que el cardinal del complementario de A es igual a *n*, que es el total de elementos del universo, menos el cardinal de A.

Visto de otra forma si despejamos la *n* quedaría:

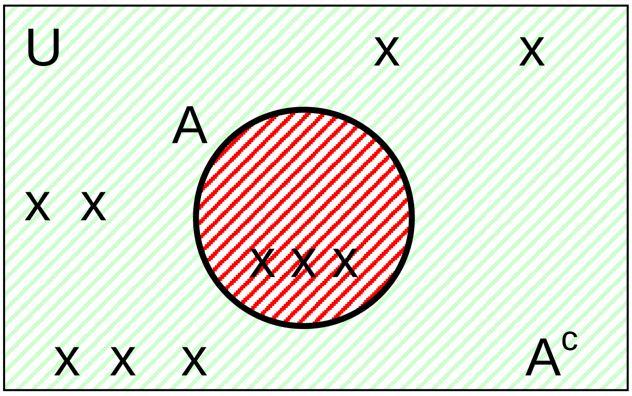
$$n = \#(A^C) + \#(A)$$

Habíamos dicho que *n* era el total de elementos por lo tanto *n* son todos los elemento que hay en A y lo que no hay en A, es decir A^C y su suma tiene que ser *n*.

Si por ejemplo tenemos un universo con 10 elementos y el conjunto A tiene 3 elementos, A^C tiene que tener 7 elementos.

Dibujándolo sería:

El Universo tiene 10 elementos, el conjunto A en rojo tiene 3 elementos y el conjunto A^C en azul tiene que tener forzosamente 7 para completar los elementos del universo.



1.58 Si A y B son dos conjuntos tales que cumplen $\#(A)=6$ y $\#(A-B)=2$ entonces $\#(A\cap B)$ es igual a

a) 2.
b) 4.
c) 6.

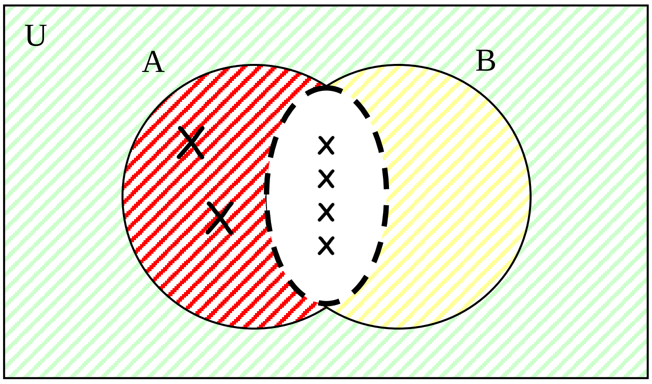
Si aplicamos la fórmula tenemos que:

$\# A=\#(A-B)+\#(A\cap B)$

$6=2+\#(A\cap B)$

$4=\#(A\cap B)$

Por lo tanto respuesta correcta "b".



1.59 Si A y B son dos conjuntos tales que $\#(B)=14$ y $\#(A\cap B)=8$, entonces:

a) $\#(A\cup B)=22$.
b) $\#(A-B)=6$.
c) $\#(B-A)=6$.

Si aplicamos la fórmula tenemos que:

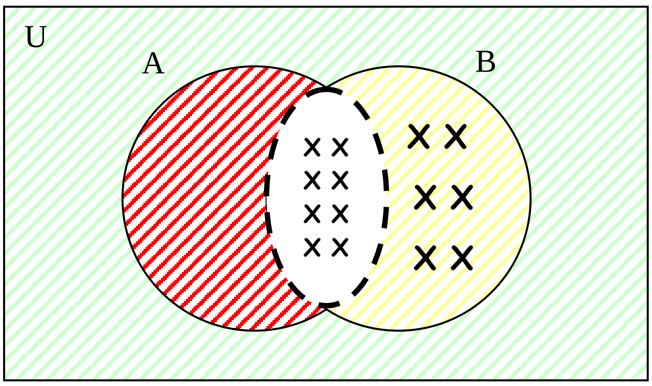
$\# B=\#(B-A)+\#(A\cap B)$

$14=\#(B-A)+8$

$14-8=\#(B-A)$

$6=\#(B-A)$

Por lo tanto respuesta correcta "c".



1.60 Si A y B son dos conjuntos tales que $\#(A \cup B) = 16$, $\#(A) = 10$ y $\#(B) = 9$ entonces $\#(A \cap B)$ es igual a:

a) 1.
b) 3.
c) 9.

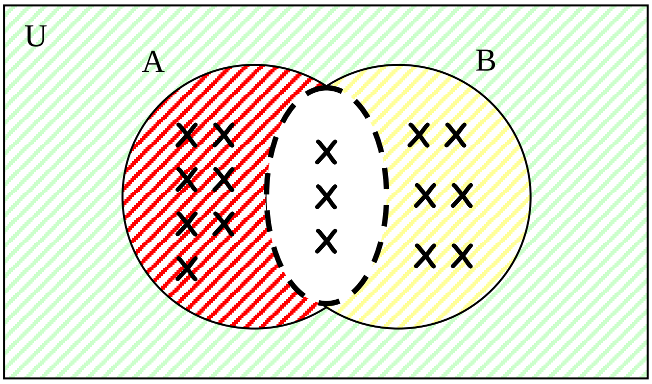
Si aplicamos la fórmula tenemos que:

$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$

$16 = 10 + 9 - \#(A \cap B)$

$-3 = -\#(A \cap B)$

$3 = \#(A \cap B)$



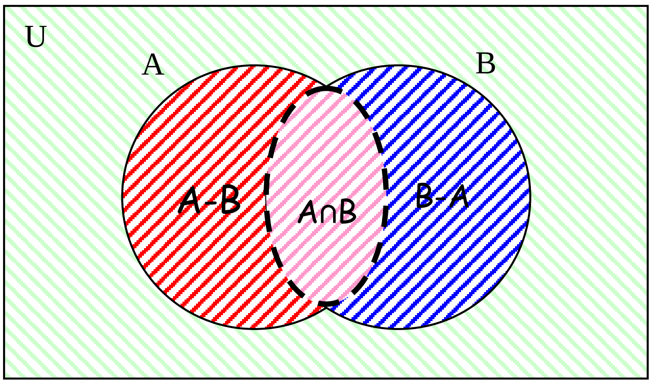
1.61 Si A y B son dos conjuntos tales que $\#(A \cup B)$ siempre es mayor o igual que:

a) $\#(A) + \#(B)$.
b) $\#(A) + \#(A - B)$.
c) $\#(A - B) + \#(B - A)$.

Partimos de la fórmula: $\#(A \cup B) = \#(A - B) + \#(B - A) + \#(A \cap B)$

Como se puede ver en el diagrama de Venn el cardinal de la unión es igual al cardinal de A-B ***más*** el cardinal de B-A ***más*** el cardinal de la intersección de A y B.

La respuesta correcta sería la "*c*" ya que $\#(A \cup B)$ siempre va a ser mayor o igual que $\#(A - B) + \#(B - A)$ a falta de conocer el valor del cardinal de la intersección.



1.62 Si A y B son dos conjuntos $\#(A \cup B) - \#(A \cap B)$ es igual a:

a) $\#(A) + \#(B)$.

b) $\#(A - B) + \#(B - A)$.

c) $\#(A) - \#(B)$.

Si analizamos la fórmula $\#(A \cup B) = \#(A - B) + \#(B - A) + \#(A \cap B)$ vemos que:

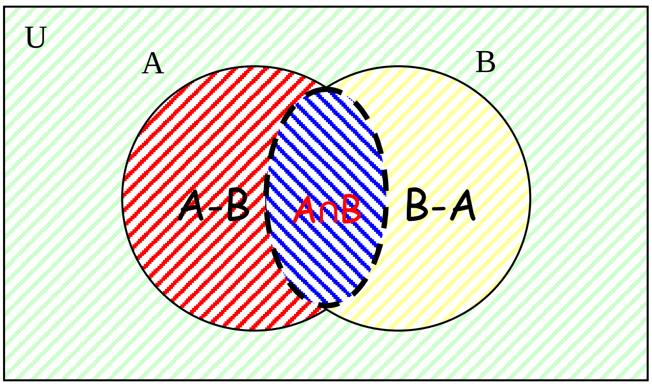
$$\#(A \cup B) - \#(A \cap B) = \#(A - B) + \#(B - A)$$

A – B es la zona roja.

B – A es la zona amarilla.

A ∪ B es la zona roja más la zona azul más amarilla.

A ∩ B es la zona azul.



1.63 Si A y B son dos conjuntos que verifican $\#(B)=\#(A)+\#(A\cap B)$ y $\#(A\cup B)=12$, se cumple

a) $\#(A)=6$.

b) $\#(B)=9$.

c) $\#(A\cap B)=3$.

Si analizamos la igualdad vemos que utilizando la fórmula general:

$$\#(B)=\#(A)+\#(A\cap B)$$

$$\#(A\cup B)=12$$

$$\#(A\cup B)=\#(A)+\#(B)-\#(A\cap B)$$

$$12=\#(A)+\#(A)+\#(A\cap B)-\#(A\cap B)$$

$$12=2\cdot\#(A)$$

$$12=2\cdot\#(A)$$

$$\#(A)=6$$

1.64 Si A y B son dos conjuntos tales que $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(A \cap B)$ y $\#(B) = 16$, se verifica:

a) $\#(A) = 12$.
b) $\#(A \cup B) = 20$.
c) $\#(A \cap B) = 8$.

Fórmula general: $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$

Enunciado:

$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(A \cap B)$ y

$\#(B) = 16$

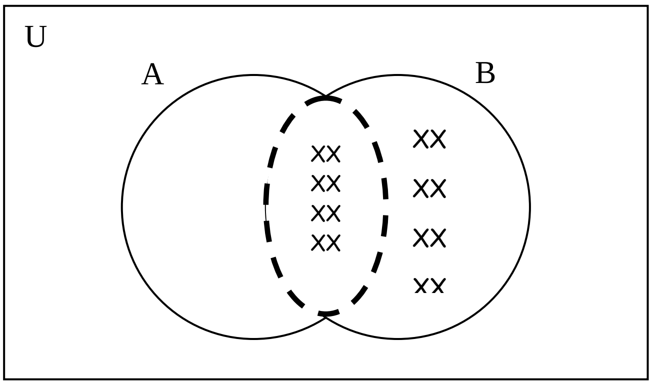
$\#(A\cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A\cap B)$

$\mathbf{\#(A) + \#(A\cap B)} = \#(A) + 16 - \#(A\cap B)$

$\mathbf{\#(A\cap B) +} \#(A\cap B) = \#(A) - \mathbf{\#(A)} + 16$

$2 \cdot \#(A\cap B) = 16$

$\#(A\cap B) = 8$



1.65 Si A y B son dos conjuntos tales que $\#(A-B)=9$, $\#(B-A)=6$ y $\#(A\cup B)=27$, se verifica:

a) $\#(A\cap B)=9$.
b) $\#(A)=21$.
c) $\#(B)=15$.

$$\#(A\cup B)=\#(A-B)+\#(B-A)+\#(A\cap B)$$

$$27=9+6+\#(A\cap B)$$

$$\#(A\cap B)=12$$

$$\#A=\#(A-B)+\#(A\cap B)$$

$$\#A=9+12=21$$

$$\#B=\#(B-A)+\#(A\cap B)$$

$$\#B=6+12=18$$

A – B es la zona roja.

B – A es la zona amarilla.

A ∩ B es la zona blanca.