

|                   |            |               |  |
|-------------------|------------|---------------|--|
| <i>Ejercicio:</i> | <i>1.1</i> | <i>Autor:</i> | <i>Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca</i> |
|-------------------|------------|---------------|--|

1.1 ¿Cuál de las siguientes oraciones es una proposición lógica?

- a) “*Soy minero*”.
- b) “Para qué seguir”.
- c) “Que nadie sepa mi sufrir”.

La oración “Soy minero” puede ser verdadera o falsa, según quien la pronuncie.

1.2 ¿Cuál de las siguientes oraciones no es una proposición lógica?

- a) “La Luna en el mar riela.”
- b) “*¿Qué es la vida?*.”
- c) “Que es mi dios la libertad.”

“*¿Qué es la vida?*”, es una pregunta sin valor de verdad.

1.3 La oración “*El pueblo, unido, jamás será vencido.*”

- a) No es una proposición lógica.
- b) Es una proposición lógica simple.
- c) ***Es una proposición lógica compuesta.***

Es equivalente a “Si  $p$  entonces  $\neg q$ ”

1.4 La oración “*No debía de quererte y, sin embargo, te quiero.*”

- a) No es una proposición lógica.
- b) Es una proposición lógica simple.
- c) ***Es una proposición lógica compuesta.***

La proposición  $p$  es “*Debía quererte*”

La proposición  $q$  es “*te quiero*”

“*No debía de quererte y, sin embargo, te quiero.*” Es la proposición  $\neg p \wedge q$ .

1.5 La oración “*El tiempo lo cura todo.*”

- a) No es una proposición lógica.
- b) ***Es una proposición lógica simple.***
- c) Es una proposición lógica compuesta.

Es un enunciado único relativo a las propiedades curativas del tiempo.

1.6 La oración “*Que descansada vida la del que huye del mundanal ruido.*”

- a) No es una proposición lógica.
- b) *Es una proposición lógica simple.***
- c) Es una proposición lógica compuesta.

Es un enunciado único acerca de la vida del que huye del ruido.

1.7 La oración “*Lo que el viento se llevó.*”

- a) *No es una proposición lógica.***
- b) Es una proposición lógica simple.
- c) Es una proposición lógica compuesta.

La oración no contiene ningún enunciado al que pueda atribuirse valor de verdad.

|                       |   |
|-----------------------|---|
| <b>Ejercicio:</b> 1.8 | <b>Autor:</b> Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca |
|-----------------------|---|

1.8 Sea  $p$  la proposición "*te tengo*" y  $q$  la proposición "*te olvido*", la proposición "*ni te tengo ni te olvido*" se representa por:

- a)  $(\neg p) \wedge (\neg q)$ .
- b)  $\neg(p \wedge q)$ .
- c)  $\neg p \rightarrow \neg q$ .

La respuesta **b** no es correcta ya que si aplicamos la ley de Morgan para eliminar la negación quedaría  $\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$ , que no es lo mismo que la respuesta **a**  $(\neg p) \wedge (\neg q)$ .

La **a** son dos proposiciones negadas unidas por una conjunción y la **b** son dos proposiciones negadas unidas por una disyunción.

En tabla de verdad se ve como no son iguales los resultados de la respuesta **a** y **b**.

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $(\neg p \wedge \neg q)$ | $(p \wedge q)$ | $\neg(p \wedge q)$ | $\neg p \vee \neg q$ |
|-----|-----|----------|----------|--------------------------|----------------|--------------------|----------------------|
| V   | V   | F        | F        | F                        | V              | F                  | F                    |
| V   | F   | F        | V        | F                        | F              | V                  | V                    |
| F   | V   | V        | F        | F                        | F              | V                  | V                    |
| F   | F   | V        | V        | V                        | F              | V                  | V                    |

1.9 Sea  $p$  la proposición "firmo (el documento)" y  $q$  la proposición "leo (el documento)"; la proposición "No firmo sin haberlo leído" se representa por

- a)  $(\neg p) \wedge (\neg q)$ .
- b)  $\neg(p \wedge \neg q)$ .
- c)  $(\neg p) \vee (\neg q)$ .

Si nos fijamos en la respuesta **b** y miramos primero lo que hay dentro del paréntesis:

$(p \wedge \neg q)$ , firmo y no leo, que es justamente lo contrario a lo que se pide en el enunciado, por lo tanto sólo me queda negar esta proposición,

$$\neg(p \wedge \neg q)$$

La **a** sería no firmo y no leo. No tiene sentido.

La **c** sería no firmo o no leo. No tiene sentido.

1.10 Si  $p$  es la proposición "*te he visto*" y  $q$  la proposición "*me acuerdo*", la proposición "*si te he visto, no me acuerdo*" se simboliza por

- a)  $p \wedge \neg q$ .
- b)  $p \rightarrow \neg q$ .
- c)  $q \rightarrow p$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **b**.

1.11 Si  $p$  es la proposición “*tu prometes*”,  $q$  la proposición “*tú das*”, y  $r$  la proposición “*mal vas*”, la proposición “*si prometes y no das, mal vas*” se simboliza por

- a)  $\neg r \rightarrow (p \wedge q)$ .
- b)  $(p \rightarrow r) \vee (q \rightarrow r)$ .
- c)  $(p \wedge \neg q) \rightarrow r$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **c**.

1.12 Siendo  $p$  “*marzo mayea*”, y  $q$  “*mayo marcea*”, la oración “*Cuando marzo mayea, mayo marcea*”, se expresa.

- a)  $p \rightarrow q$ .
- b)  $p \wedge q$ .
- c)  $p \vee \neg q$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **a**.

1.13  $p$  simboliza “*sale cara*”,  $q$  “*sale cruz*”,  $r$  “*gano yo*” y  $s$  “*pierdes tú*”. La proposición “*Si sale cara, gano yo; si sale cruz, pierdes tú*”, se simboliza por.

- a)  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s)$ .
- b)  $(p \wedge q) \rightarrow r$ .
- c)  $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **a**.

1.14 Si  $p$  es la proposición “*llueve*”, y  $q$  la proposición “*escampa*”, la proposición “*Siempre que llueve, escampa*”, se expresa.

- a)  $p \wedge q$ .
- b)  $p \rightarrow q$ .
- c)  $\neg(p \vee q)$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **b**.

1.15 Sea  $p$  la proposición “*sembrar vientos*”, y  $q$  la proposición “*recoger tempestades*”, la proposición “*Quien siembra vientos, recoge tempestades*”, se expresa.

- a)  $p \wedge q$ .
- b)  $\neg q \wedge p$ .
- c)  $p \rightarrow q$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **c**.

1.16 Sea  $p$  la proposición “*arriesgar*”, y  $q$  la proposición “*cruzar la mar*”, la proposición “*El que no arriesga, no cruza la mar*”, se simboliza.

- a)  $\neg(p \rightarrow q)$ .
- b)  $\neg p \rightarrow \neg q$ .
- c)  $\neg p \rightarrow q$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **b**.

1.17 Si  $\neg q$  es falsa, entonces  $(\neg p) \vee q$  es

- a) Verdadera.
- b) Falsa.
- c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $p$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **a**.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $(\neg p) \vee q$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|
| V | V | F        | F        | V                 |
| V | F | F        | V        | F                 |
| F | V | V        | F        | V                 |
| F | F | V        | V        | V                 |

1.18 Si  $p$  es falsa, entonces  $(\neg p) \wedge q$  es

- a) Verdadera.
- b) Falsa.
- c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $q$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **c**.

| p | q | $\neg p$ | $(\neg p) \wedge q$ |
|---|---|----------|---------------------|
| V | V | F        | F                   |
| V | F | F        | F                   |
| F | V | V        | V                   |
| F | F | V        | F                   |

1.19 Si  $\neg q$  es verdadera, entonces  $\neg(p \vee \neg q)$  es

- a) Verdadera.
- b) Falsa.
- c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $p$ .

**Solución:** La respuesta correcta es la **b**.

| p | q | $\neg q$ | $(p \vee \neg q)$ | $\neg(p \vee \neg q)$ |
|---|---|----------|-------------------|-----------------------|
| V | V | F        | V                 | F                     |
| V | F | V        | V                 | F                     |
| F | V | F        | F                 | V                     |
| F | F | V        | V                 | F                     |

1.20 Si  $p$  es verdadera, entonces  $(q \vee \neg p) \wedge (p \vee \neg q)$  es

- a) Verdadera.
- b) Falsa.
- c) **Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $q$ .**

**Solución:** La respuesta correcta es la **c**.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $(q \vee \neg p)$ | $(p \vee \neg q)$ | $(q \vee \neg p) \wedge (p \vee \neg q)$ |
|---|---|----------|----------|-------------------|-------------------|--|
| V | V | F        | F        | V                 | V                 | V  |
| V | F | F        | V        | F                 | V                 | F  |
| F | V | V        | F        | V                 | F                 | F  |
| F | F | V        | V        | V                 | V                 | V  |

1.21 La proposición  $\neg (p \vee \neg p)$  es:

- a) Verdadera.
- b) **Falsa**
- c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $p$ .

| p | $\neg p$ | $p \vee \neg p$ | $\neg (p \vee \neg p)$ |
|---|----------|-----------------|------------------------|
| V | F        | V               | F                      |
| F | V        | V               | F                      |

1.22  $p \vee \neg q$  es falsa cuando:

- a)  $p$  es falsa y  $q$  es falsa.
- b)  $p$  es verdadera y  $q$  es falsa.
- c)  **$p$  es falsa y  $q$  es verdadera.**

| p | q | $\neg q$ | $p \vee \neg q$ |
|---|---|----------|-----------------|
| V | V | F        | V               |
| V | F | V        | V               |
| F | V | F        | F               |
| F | F | V        | V               |

1.23 Si  $p$  es verdadera, la proposición  $(\neg p) \rightarrow q$  es:

- a) **Verdadera.**
- b) Falsa
- c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $q$ .

| p | q | $\neg p$ | $(\neg p) \rightarrow q$ |
|---|---|----------|--------------------------|
| V | V | F        | V                        |
| V | F | F        | V                        |
| F | V | V        | V                        |
| F | F | V        | V                        |

1.24 Si  $p$  es verdadera, la proposición  $p \rightarrow (p \vee q)$  es

- a) **Verdadera.**
- b) Falsa
- c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $q$ .

| p | q | $p \vee q$ | $p \rightarrow (p \vee q)$ |
|---|---|------------|----------------------------|
| V | V | V          | V                          |
| V | F | V          | V                          |
| F | V | V          | V                          |
| F | F | F          | V                          |

1.25 Si  $p$  es falsa, la proposición  $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$  es

- a) Verdadera.
- b) Falsa.
- c) **Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $q$ .**

Por lo tanto respuesta c, ya el valor de verdad depende de  $q$ .

| p | q | $p \vee q$ | $p \wedge q$ | $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ |
|---|---|------------|--------------|---------------------------------------|
| V | V | V          | V            | V                                     |
| V | F | V          | F            | F                                     |
| F | V | V          | F            | F                                     |
| F | F | F          | F            | V                                     |

1.26 Si  $p$  es verdadera, la proposición  $(p \vee q) \rightarrow \neg p$  es

- a) Verdadera.
- b) **Falsa**
- c) Verdadera o falsa, según el valor de verdad de  $q$ .

| p | q | $\neg p$ | $p \vee q$ | $(p \vee q) \rightarrow \neg p$ |
|---|---|----------|------------|---------------------------------|
| V | V | F        | V          | F                               |
| V | F | F        | V          | F                               |
| F | V | V        | V          | V                               |
| F | F | V        | F          | V                               |

1.27 La proposición  $p \rightarrow \neg p$  es

- a) **Es verdadera si  $p$  es falsa.**
- b) Es verdadera si  $p$  es verdadera.
- c) Es siempre falsa.

| p | $\neg p$ | $p \rightarrow \neg p$ |
|---|----------|------------------------|
| V | F        | F                      |
| F | V        | V                      |



1.28 la proposición  $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$  es verdadera

- a) Sólo cuando  $p$  y  $q$  son verdaderas.
- b) Sólo cuando  $p$  y  $q$  son falsas.
- c) ***Siempre.***

| p | q | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ |
|---|---|--------------|------------|---------------------------------------|
| V | V | V            | V          | V                                     |
| V | F | F            | V          | V                                     |
| F | V | F            | V          | V                                     |
| F | F | F            | F          | V                                     |

1.29 Si  $p \rightarrow (q \vee \neg p)$  es una proposición falsa, es que:

- a)  $p$  y  $q$  son verdaderas.
- b)  **$p$  es verdadera y  $q$  es falsa.**
- c)  $p$  es falsa y  $q$  verdadera.

| p        | q        | $\neg p$ | $(q \vee \neg p)$ | $p \rightarrow (q \vee \neg p)$ |
|----------|----------|----------|-------------------|---------------------------------|
| V        | V        | F        | V                 | V                               |
| <b>V</b> | <b>F</b> | F        | F                 | <b>F</b>                        |
| F        | V        | V        | V                 | V                               |
| F        | F        | V        | V                 | V                               |

1.30 Si  $p \wedge (q \rightarrow p)$  es una proposición verdadera, entonces:

- a)  $p$  y  $q$  son verdaderas.
- b)  $p$  es verdadera y  $q$  es falsa.
- c)  **$p$  es verdadera.**

| p        | q | $(q \rightarrow p)$ | $p \wedge (q \rightarrow p)$ |
|----------|---|---------------------|------------------------------|
| <b>V</b> | V | V                   | <b>V</b>                     |
| <b>V</b> | F | V                   | <b>V</b>                     |
| F        | V | F                   | F                            |
| F        | F | V                   | F                            |

1.31 La proposición  $p \rightarrow (q \rightarrow p)$  es una verdadera:

- a) Sólo si  $p$  y  $q$  son falsas.
- b) Sólo si  $p$  es falsa y  $q$  verdadera.
- c) ***Cualquiera que sean  $p$  y  $q$ .***

| p        | q        | $(q \rightarrow p)$ | $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ |
|----------|----------|---------------------|-----------------------------------|
| <b>V</b> | <b>V</b> | V                   | <b>V</b>                          |
| <b>V</b> | <b>F</b> | V                   | <b>V</b>                          |
| <b>F</b> | <b>V</b> | F                   | <b>V</b>                          |
| <b>F</b> | <b>F</b> | V                   | <b>V</b>                          |

1.32 De la premisa “Si bebes, no conduzcas” se deduce la conclusión

- a) “Si no conduces, bebe”.
- b) “Si conduces, no bebas”.
- c) “Si no bebes, conduce”.

$p$ : beber.

$q$ : conducir.

Si bebes, no conduzcas.  $p \rightarrow \neg q$

Si no conduces, bebe.  $\neg q \rightarrow p$

Si conduces, no bebas.  $q \rightarrow \neg p$

Si no bebes, conduce.  $\neg p \rightarrow q$

Comparamos la coincidencia entre las proposiciones y vemos que el enunciado coincide con la segunda.

**Tabla de la verdad:**

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \rightarrow \neg q$ | $\neg q \rightarrow p$ | $q \rightarrow \neg p$ | $\neg p \rightarrow q$ |
|-----|-----|----------|----------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| V   | V   | F        | F        | F                      | V                      | F                      | V                      |
| V   | F   | F        | V        | V                      | V                      | V                      | V                      |
| F   | V   | V        | F        | V                      | V                      | V                      | V                      |
| F   | F   | V        | V        | V                      | F                      | V                      | F                      |

## 1.33 El razonamiento:

Si los triángulos S y T tienen sus ángulos iguales, son iguales

Los triángulos S y T son iguales

---

∴ S y T tienen los ángulos iguales

- Es lógicamente válido, aunque la primera premisa es falsa.
- Es una falacia porque la primera premisa es falsa.
- Sería una falacia aunque la primera premisa fuese cierta.

Si los triángulos S y T tienen sus ángulos iguales, son iguales  $p \rightarrow q$

Los triángulos S y T son iguales  $q$

S y T tienen ángulos iguales  $p$

**Tabla de la verdad:**

|   |   | Premisas          |   | Conclusión |
|---|---|-------------------|---|------------|
| p | q | $p \rightarrow q$ | q | p          |
| V | V | V                 | V | V          |
| V | F | F                 | F | V          |
| F | V | V                 | V | F          |
| F | F | V                 | F | F          |

**Otra forma de resolverlo**, Las premisas implican lógicamente la conclusión, es decir, un razonamiento será válido cuando  $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$ .

Aquí vemos que  $(p \rightarrow q)$  y  $q$  NO implican  $p$  por lo tanto es una falacia.

| p | q | $p \rightarrow q$ | q | $(p \rightarrow q) \wedge q$ | p | $(p \rightarrow q) \wedge q \rightarrow p$ |
|---|---|-------------------|---|------------------------------|---|--|
| V | V | V                 | V | V                            | V | V  |
| V | F | F                 | F | F                            | V | V  |
| F | V | V                 | V | V                            | F | F  |
| F | F | V                 | F | F                            | F | V  |

**Solución:** Sería una falacia aunque la primera premisa fuese cierta.

## 1.34 El razonamiento:

Si París está en Francia, no está en América

París está en América

---

∴ París no está en Francia

- Es lógicamente válido.
- Es una falacia porque la segunda premisa es falsa.
- Sería una falacia aunque la segunda premisa fuese cierta.

$p \rightarrow \neg q$

$q$

∴  $\neg p$

**Tabla de la verdad:**

|   |   |          |          | Premisas               |   | ∴        |
|---|---|----------|----------|------------------------|---|----------|
| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \rightarrow \neg q$ | q | $\neg p$ |
| V | V | F        | F        | F                      | V | F        |
| V | F | F        | V        | V                      | F | F        |
| F | V | V        | F        | V                      | V | V        |
| F | F | V        | V        | V                      | F | V        |

**Otra forma de resolverlo**, Las premisas implican lógicamente la conclusión, es decir, un razonamiento será válido cuando  $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$ .

Aquí vemos que  $(p \rightarrow \neg q)$  y  $q$  implican  $\neg p$  por lo tanto es un razonamiento válido.

| p | q | $\neg p$ | $\neg q$ | $p \rightarrow \neg q$ | q | $(p \rightarrow \neg q) \wedge q$ | $((p \rightarrow \neg q) \wedge q) \rightarrow \neg p$ |
|---|---|----------|----------|------------------------|---|-----------------------------------|--|
| V | V | F        | F        | F                      | V | F                                 | V  |
| V | F | F        | V        | V                      | F | F                                 | V  |
| F | V | V        | F        | V                      | V | V                                 | V  |
| F | F | V        | V        | V                      | F | F                                 | V  |

1.35 El razonamiento:

Los domingos voy al campo o voy de compras

El domingo voy de compras

---

∴ El domingo no voy al campo

- Es lógicamente válido, por aplicación del *modus tollendo ponens*.
- Es una falacia.
- Es lógicamente válido, por aplicación del *modus ponendo ponens*.

$p \vee q$

$q$

∴  $\neg p$

|   |   | Premisas   |   | Conclusión |
|---|---|------------|---|------------|
| p | q | $p \vee q$ | q | $\neg p$   |
| V | V | V          | V | F          |
| V | F | V          | F | F          |
| F | V | V          | V | V          |
| F | F | F          | F | V          |

**Otra forma de resolverlo**, Las premisas implican lógicamente la conclusión, es decir, un razonamiento será válido cuando  $p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$ .

Aquí vemos que  $(p \vee q)$  y  $q$  No implican  $\neg p$  por lo tanto NO es un razonamiento válido.

| p | q | $p \vee q$ | $(p \vee q) \wedge q$ | $\neg p$ | $((p \vee q) \wedge q) \rightarrow \neg p$ |
|---|---|------------|-----------------------|----------|--|
| V | V | V          | V                     | F        | F  |
| V | F | V          | F                     | F        | V  |
| F | V | V          | V                     | V        | V  |
| F | F | F          | F                     | V        | V  |

**Solución:** Es una falacia.

Un amigo marciano afirma: “Si llueve, llevo paraguas” y, también, “Cuando llevo paraguas, no llueve”, de estas premisas *se deduce*:

- Siempre lleva paraguas
- En Marte nunca llueve.
- Algunos marcianos no siempre dicen la verdad

$p$  = llueve;

$q$  = llevo paraguas

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow \neg p$$

$$p \rightarrow \neg p$$

Por la ley del silogismo hipotético *se deduce*  $p \rightarrow \neg p$ , es decir “Si llueve, entonces no llueve”. Esta conclusión significa que no puede llover porque si alguna vez lloviese,  $p$  sería verdadera y  $\neg p$  falsa, resultando falsa la expresión  $p \rightarrow \neg p$ .

Si hacemos la tabla de verdad de esta simbolización:

$$[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p)] \rightarrow (p \rightarrow \neg p)$$

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $p \rightarrow q$ | $q \rightarrow \neg p$ | $(p \rightarrow \neg p)$ | $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p)]$ | $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow \neg p)] \rightarrow (p \rightarrow \neg p)$ |
|-----|-----|----------|-------------------|------------------------|--------------------------|---|--|
| V   | V   | F        | V                 | F                      | F                        | F   | V  |
| V   | F   | F        | F                 | V                      | F                        | F   | V  |
| F   | V   | V        | V                 | V                      | V                        | V   | V  |
| F   | F   | V        | V                 | V                      | V                        | V   | V  |

**Solución:** En Marte nunca llueve.

1.37 El razonamiento:

Si voy al cine, como palomitas

Si como palomitas, tengo sed

∴ Si tengo sed, he ido al cine

- Es un caso particular del silogismo hipotético.
- Es un caso particular del *modus tollendo tollens*.
- Es una falacia.

$$p \rightarrow q$$

$$q \rightarrow r$$

$$\therefore r \rightarrow p$$

|     |     |     | Premisas          |                   | Conclusión        |
|-----|-----|-----|-------------------|-------------------|-------------------|
| $p$ | $q$ | $r$ | $p \rightarrow q$ | $q \rightarrow r$ | $r \rightarrow p$ |
| V   | V   | V   | V                 | V                 | V                 |
| V   | V   | F   | V                 | F                 | V                 |
| V   | F   | V   | F                 | V                 | V                 |
| V   | F   | F   | F                 | V                 | V                 |
| F   | V   | V   | V                 | V                 | F                 |
| F   | V   | F   | V                 | F                 | V                 |
| F   | F   | V   | V                 | V                 | F                 |
| F   | F   | F   | V                 | V                 | V                 |

**Solución:** Es una falacia.

1.38 De las premisas: “Marx, Engles o Lenin eran alguno francés” y “ni Engles ni Lenin eran franceses”, deducir que “Marx era francés”

- a) Es una falacia.
- b) Es un razonamiento válido, caso particular del *modus tollendo tollens*.
- c) Es un razonamiento válido, caso particular del *modus tollendo ponens*.

$p$ : Marx era francés.

$q$ : Engles o Lenin eran alguno francés.

$$p \vee q$$

$$\frac{\neg q}{\therefore p}$$

$$\therefore p$$

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ | $\neg q$ | $((p \vee q) \wedge \neg q)$ | $p$ | $((p \vee q) \wedge \neg q) \rightarrow p$ |
|-----|-----|------------|----------|------------------------------|-----|--|
| V   | V   | V          | F        | F                            | V   | V  |
| V   | F   | V          | V        | V                            | V   | V  |
| F   | V   | V          | F        | F                            | F   | V  |
| F   | F   | F          | V        | F                            | F   | V  |

Las premisas implican lógicamente la conclusión, es decir, un razonamiento será válido cuando

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$$

Para probar la validez de un razonamiento se forma la tabla de verdad de las premisas y la conclusión y se comprueba que siempre que las premisas toman el valor de verdad V también la conclusión toma el valor de V.

### *Modus tollendo ponens*

| Premisas |     |            |          | Conclusión |
|----------|-----|------------|----------|------------|
| $p$      | $q$ | $p \vee q$ | $\neg q$ | $p$        |
| V        | V   | V          | F        | V          |
| V        | F   | V          | V        | V          |
| F        | V   | V          | F        | F          |
| F        | F   | F          | V        | F          |

**Solución:** Es un razonamiento válido, caso particular del *modus tollendo ponens*.



1.39 El razonamiento:

$$\begin{array}{l} p \\ \hline \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

- Es una falacia.
- Es lógicamente válido.
- Es lógicamente válido o falaz según el valor de verdad de  $q$ .

Las premisas implican lógicamente la conclusión, es decir, un razonamiento será válido cuando

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow q$$

Representamos la tabla de verdad:

| $p$ | $q$ | $\neg p$ | $p \wedge \neg p$ | $q$ | $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$ |
|-----|-----|----------|-------------------|-----|-----------------------------------|
| V   | V   | F        | F                 | V   | V                                 |
| V   | F   | F        | F                 | F   | V                                 |
| F   | V   | V        | F                 | V   | V                                 |
| F   | F   | V        | F                 | F   | V                                 |

Para probar la **validez de un razonamiento** se forma la tabla de verdad de las premisas y la conclusión y se comprueba que siempre que las premisas toman el valor de verdad también la conclusión toma el valor de verdad.

Para probar que un razonamiento **no es lógicamente válido** basta encontrar un caso en el que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.

Como no tenemos ningún valor que nos haga falso este razonamiento se deduce que es verdadero.

|     |     | Premisas |          | Conclusión |
|-----|-----|----------|----------|------------|
| $p$ | $q$ | $p$      | $\neg p$ | $q$        |
| V   | V   | V        | F        | V          |
| V   | F   | V        | F        | F          |
| F   | V   | F        | V        | V          |
| F   | F   | F        | V        | F          |

**Autor:** EQUIPO DOCENTE **Fecha:** Jueves, Octubre 20, 2011 11:07pm

La definición de 'razonamiento lógicamente válido' del recuadro 1.9 es correcta.

Supongamos, para simplificar que tenemos dos premisas. En definitiva, lo que se exige es que sea VERDADERA la siguiente "proposición condicional"

"SI [Premisa 1 es VERDADERA 'y' Premisa 2 es VERDADERA] ENTONCES [la conclusión es VERDADERA]"

La tabla de verdad de la proposición CONDICIONAL está en el recuadro 1.7) (pg. 12). Observemos que un condicional es FALSO sólo en el caso en el antecedente (es decir, la proposición que está antes de la flecha (o sea, el [ENTONCES]) es VERDADERO y el consecuente (es decir, la proposición que está después de la flecha, o sea el [ENTONCES]) es FALSO. En todos los demás casos el condicional es VERDADERO. En particular, cuando el antecedente es FALSO entonces el condicional es VERDADERO, tanto si el consecuente es VERDADERO como si es FALSO.

En el condicional indicado anteriormente el antecedente es "la conjunción de las dos premisas". Si recordamos la tabla de verdad de la conjunción, (recuadro 1.5, pg. 10), vemos que la conjunción es VERDADERA sólo cuando lo son ambas proposiciones. En todos los demás casos es FALSA.

Así pues, si una de las dos premisas es FALSA (o lo son las dos), la conjunción de ambas es FALSA. En este caso, el antecedente de la proposición condicional anterior es FALSO y, por tanto, dicha proposición condicional es VERDADERA, sea cual sea el valor de verdad del consecuente.

Esto es lo que está ocurriendo en este ejemplo.

¿Cómo es la proposición condicional cuyo valor de verdad ha de ser VERDADERO para que el razonamiento sea válido? Es la siguiente:

SI  $(p \rightarrow \neg p)$  ENTONCES  $q$

El antecedente es  $(p \rightarrow \neg p)$ . Fácilmente vemos que esta proposición siempre es FALSA, sea cual sea  $p$ . Es intuitivo: afirmar que ocurre una cosa y su contraria al mismo tiempo nunca puede ser verdad. Ahora bien, en general, no es conveniente fiarse de la intuición, porque podemos equivocarnos. Para estar seguro no hay más que hacer la tabla de verdad de la conjunción de una proposición y su contraria y comprobar que todos los valores son FALSO.

Así pues el antecedente citado es siempre FALSO. Acudiendo a lo que dijimos antes respecto del condicional podemos asegurar que la proposición condicional que da el razonamiento es VERDADERA, por lo cual el razonamiento es 'válido'.

1.40 Si  $A$  es el conjunto de las vocales, se cumple

- a)  $u \in A$ .
- b)  $m \in A$ .
- c)  $e \notin A$ .

1.41 Si  $A$  es el conjunto de los siete colores del arco iris, no es cierto

- a)  $azul \in A$ .
- b)  $marrón \notin A$ .
- c)  $naranja \notin A$ .

1.42 Si  $A$  es el conjunto de los animales mamíferos, es cierto

- a)  $oso \notin A$ .
- b)  $cangrejo \notin A$ .
- c)  $loro \in A$ .

1.43 El conjunto  $A = \{\text{domingos de 2010}\}$  está definido

- a) Por enumeración.
- b) **Por descripción.**
- c) Por inclusión.

1.44 Si  $A$  y  $B$  son conjuntos tales que  $A \subset B$ , es cierto que

- a) **Si  $x \in A$ , entonces  $x \in B$ .**
- b) Si  $x \in B$ , entonces  $x \in A$ .
- c) Si  $x \notin A$ , entonces  $x \notin B$ .

1.45 Si  $M$  y  $N$  son conjuntos tales que  $N \subset M$ , es cierto que

- a) Si  $a \in M$ , entonces  $a \in N$ .
- b) **Si  $a \notin M$ , entonces  $a \notin N$ .**
- c) Si  $a \notin N$ , entonces  $a \notin M$ .

1.46 Si  $F$  y  $D$  son los conjuntos:  $F = \{\text{días festivos de 2009}\}$ ,  $D = \{\text{domingos de 2009}\}$ , se cumple

- a)  $F \subset D$ .
- b)  $D \subset F$ .
- c)  $F \subset D$  y  $D \subset F$ .

1.47 Para cualquier conjunto  $A$  se verifica

- a)  $\emptyset \in A$ .
- b)  $\emptyset \subset A$ .**
- c)  $A \in A$ .

1.48 Si  $A = \{1, 2, 3\}$  y  $B = \{3, 2, 1\}$ , no es correcto afirmar

- a)  $A = B$ .
- b)  $A \subset B$ .
- c)  $A \neq B$ .**

1.49 Si  $A = \{1, 2, 3\}$  y  $P(A)$  es el conjunto de las partes de  $A$ , no es correcto afirmar:

- a)  $\emptyset \in P(A)$
- b)  $\emptyset \subset P(A)$
- c)  $\{1, 2\} \subset P(A)$

El conjunto de las partes de un conjunto  $A$  es el conjunto cuyos elementos son todos los subconjuntos de  $A$ . Se denota por  $P(A)$

Elementos  $\in$ .

Conjuntos  $\subset$ .

Respuesta,

Entre los subconjuntos de  $A$ , que son *elementos* de  $P(A)$ , está el subconjunto  $\emptyset$ .

También  $P(A)$  como cualquier otro *conjunto* contiene a  $\emptyset$ .

En cuanto a  $\{1, 2\}$ , es cierto que  $\{1, 2\} \in P(A)$  o bien que  $\{\{1, 2\}\} \subset P(A)$ , esto quiere decir que el conjunto cuyo único elemento es el conjunto  $\{1, 2\}$  está contenido en  $A$ .

Pero no es cierto que  $\{1, 2\}$  sea subconjunto de  $P(A)$  porque ello significaría que  $1 \in P(A)$  y  $2 \in P(A)$  como elemento y debería ser  $\{1\} \in P(A)$  y  $\{2\} \in P(A)$  como subconjunto.

1.50 Si  $A$  es el conjunto de las vocales y  $P(A)$  es el conjunto de las partes de  $A$ , no es correcto afirmar:

- a)  $\{\{a, e\}, \{a, i\}\} \in P(A)$
- b)  $\{a, e\} \in P(A)$
- c)  $\{\{a, e\}, \{a, i\}\} \subset P(A)$

1.51 Si un conjunto  $A$  tiene 6 elementos, el número de subconjuntos de  $A$  es

- a) 6.
- b) 16.
- c) **64.**

Si el conjunto  $A$  tiene  $n$  elementos, el conjunto de las partes de  $A$  tiene  $2^n$  elementos.

1.52 Si A es el conjunto de los números pares y B es el conjunto de los números múltiplos de 5,  $A \cap B$  es

- a)  $\emptyset$ .
- b) El conjunto de los números múltiplos de 10.**
- c) El conjunto de los números mayores que 10.

1.53 Si A es el conjunto de las comunidades autónomas españolas y B es el conjunto provincias españolas, no es correcto afirmar que

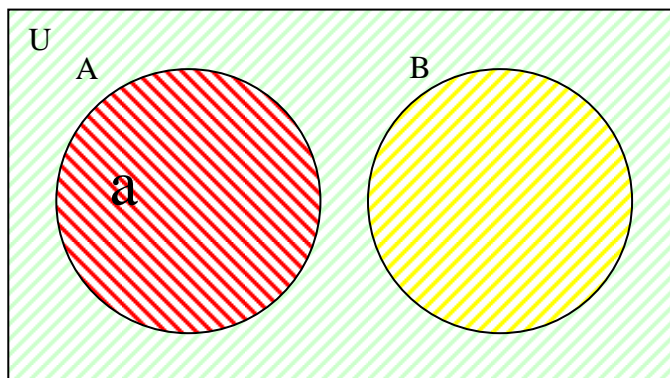
- a)  $\{Cantabria, La Rioja\} \subset A \cap B$ .
- b)  $\{Galicia, Cantabria\} \subset A \cap B$ .**
- c)  $Islas Baleares \in A \cap B$ .

1.54 Si A y B son dos conjuntos disjuntos, no es correcto afirmar que

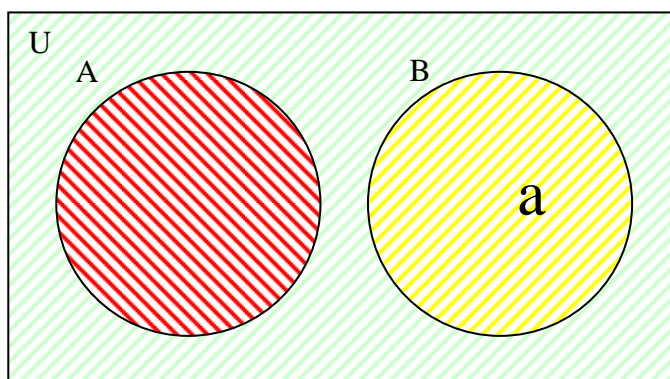
- a) Si  $a \in A$ , entonces  $a \notin B$ .
- b) Si  $a \in B$ , entonces  $a \in A^C$ .
- c) Si  $a \notin A$ , entonces  $a \in B$ .

Por lo tanto respuesta correcta "c".

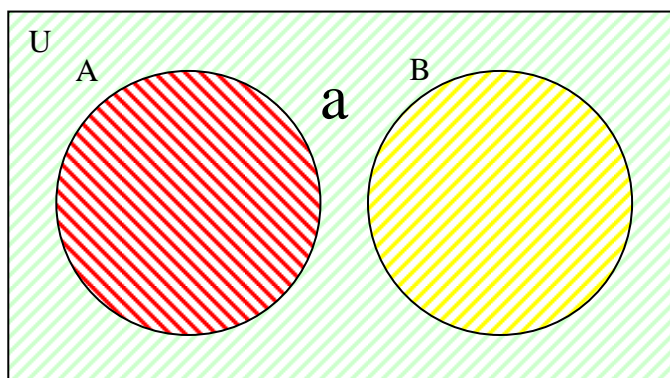
Si  $a \in A$ , entonces  $a \notin B$



Si  $a \in B$ , entonces  $a \in A^C$



Si  $a \notin A$ , entonces  $a \in B$



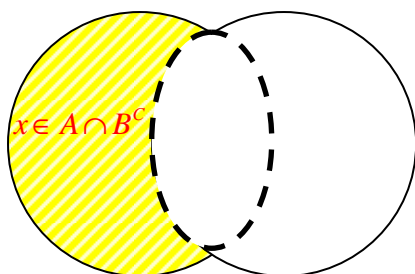
1.55 Dados dos conjuntos A y B, NO es correcto afirmar que:

- si  $x \in A \cup B$ , entonces  $x \in A \cap B^c$  o  $x \in A^c \cap B$ .
- si  $x \notin A \cup B$ , entonces  $x \notin A$  o  $x \notin B$ .
- si  $x \in A \cup B$  y  $x \notin A$ , entonces  $x \in B$ .

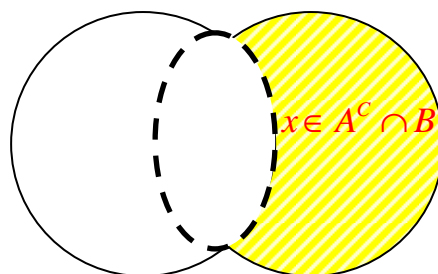
En realidad no es que sea incorrecta, sino que es incompleta ya que nos falta por incluir también que  $x \in A \cap B$  que es lo que dice la solución

Aquí dibujo los tres sitios en donde puede estar la  $x$  y como se puede ver  $A \cap B$  no está incluido en la solución por eso es incompleta y se deduce que es incorrecta

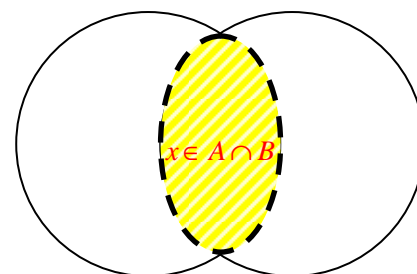
$A \cap B^c$



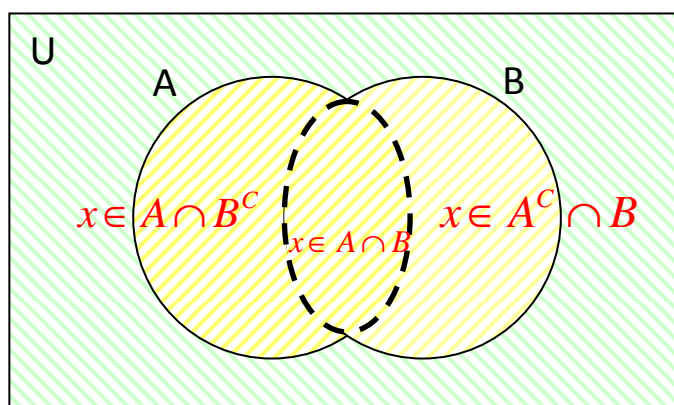
$A^c \cap B$



$A \cap B$



$A \cup B$  Se representa por la zona amarilla:





Ejercicio: 1.56      Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.56 Si dos conjuntos A y B verifican  $A^c \cap B^c = \emptyset$ , es que

- a)  $A \subset B$ .
- b)  $A \cup B = U$ .
- c)  $(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) = U$

Aplicando las leyes de Morgan obtenemos:

$$A^c \cap B^c = \emptyset$$

$$(A^c \cap B^c = \emptyset)^c$$

$$(A^c \cap B^c)^c = \emptyset^c$$

$$A \cup B = U$$

$$A = \{1,2\} \quad A^c = \{3\}$$

$$B = \{2,3\} \quad B^c = \{1\}$$

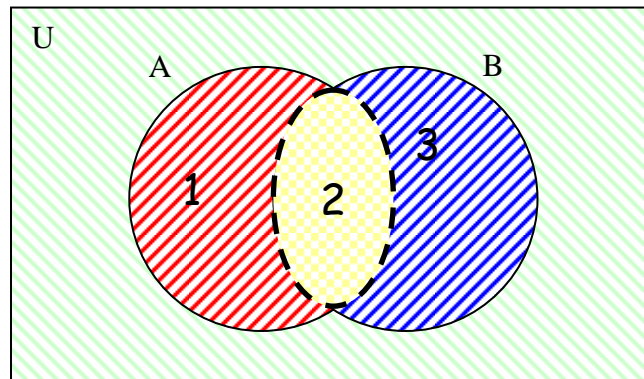
$$U = \{1,2,3\}$$

$$A^c \cap B^c = \emptyset$$

$$A \cup B = U$$

$$\{3\} \cap \{1\} = \emptyset$$

$$\{1,2\} \cup \{2,3\} = U$$



*Ejercicio: 1.57      Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca*

1.57 Si dos conjuntos A y B cumplen  $A \subset B$ , entonces

- a)  $A \cup B^c = U$ .
- b)  $B - A = \emptyset$ .
- c)  $B^c \subset A^c$ .

La respuesta correcta es la c, como se puede ver  $B^c$ , que es la zona verde, está incluido dentro de  $A^c$  que es la zona verde más la zona amarilla.

La respuesta b no es correcta ya que  $B - A$  no tiene porque ser necesariamente el conjunto vacío.

La respuesta a no es correcta porque  $A \cup B^c$  no es igual al universo ya que nos queda la zona amarilla sin incluir y puede darse el caso que hubiese al menos un elemento ahí.

$$\begin{array}{ll}
 A = \{1, 2\} & A^c = \{3, 4, 5\} \\
 B = \{1, 2, 3\} & B^c = \{4, 5\} \\
 U = \{1, 2, 3, 4, 5\} &
 \end{array}$$

Se cumple

NO se cumple

NO se cumple

$$B^c \subset A^c$$

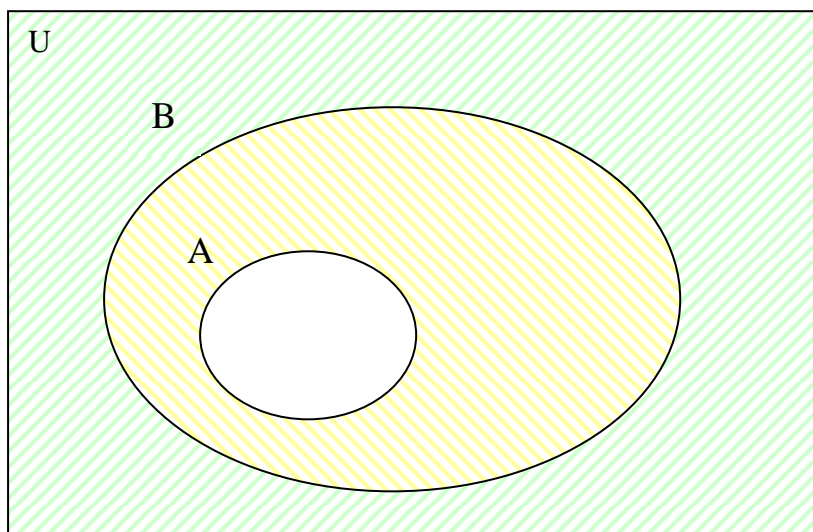
$$A \cup B^c = U$$

$$B - A = \emptyset$$

$$\{4, 5\} \cap \{3, 4, 5\}$$

$$\{1, 2\} \cup \{4, 5\} = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$\{1, 2, 3\} - \{1, 2\} = \{3\}$$



Ejercicio: 1.58

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.58 Si dos conjuntos A y B cumplen  $A \subset B^c$ , no es correcto afirmar que

- a)  $A \cap B = \emptyset$ .
- b)  $A \cup B = U$ .
- c)  $B \subset A^c$ .

Si  $A \subset B^c$  o  $B \subset A^c$  quiere decir que son conjuntos disjuntos  $A \cap B = \emptyset$ , en el diagrama de Venn vemos que A, la zona roja está dentro de  $B^c$  que es la zona roja más la zona verde.

$$A = \{4\} \qquad A^c = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$B = \{1, 2\} \qquad B^c = \{3, 4, 5\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Se cumple

NO se cumple

Se cumple

$$A \cap B = \emptyset$$

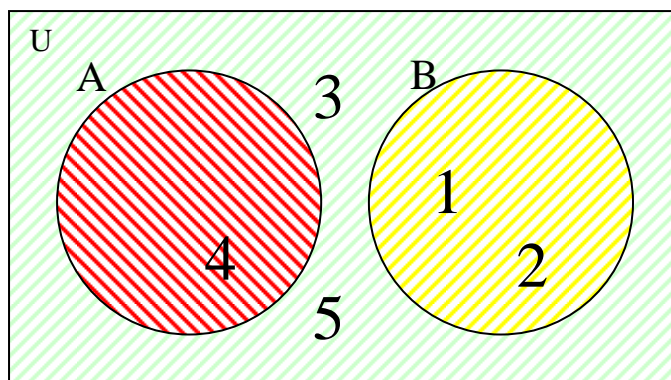
$$A \cup B = U$$

$$B \subset A^c = \emptyset$$

$$\{1, 2\} \cap \{4\} = \emptyset$$

$$\{4\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 4\}$$

$$\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3, 5\} = \{3\}$$



1.59 Si A y B son dos conjuntos tales que  $A \cup B = B$ , se cumple

- a)  $A \subset B$ .
- b)  $B \cup A = A$ .
- c)  $A^c \cap B^c = \emptyset$ .

**Resultado 1.21, página 35**

Si  $A \subset B$  entonces  $A \cup B = B$ , Si A es un subconjunto de B, todos los elementos de A están en B, por esto la unión de los dos es B.

$$A \cup B = B$$

$$\{1\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2\}$$

$$A = \{1\} \quad A^c = \{2, 3\}$$

$$B = \{1, 2\} \quad B^c = \{3\}$$

$$U = \{1, 2, 3\}$$

Se cumple

NO se cumple

NO se cumple

$$A \subset B$$

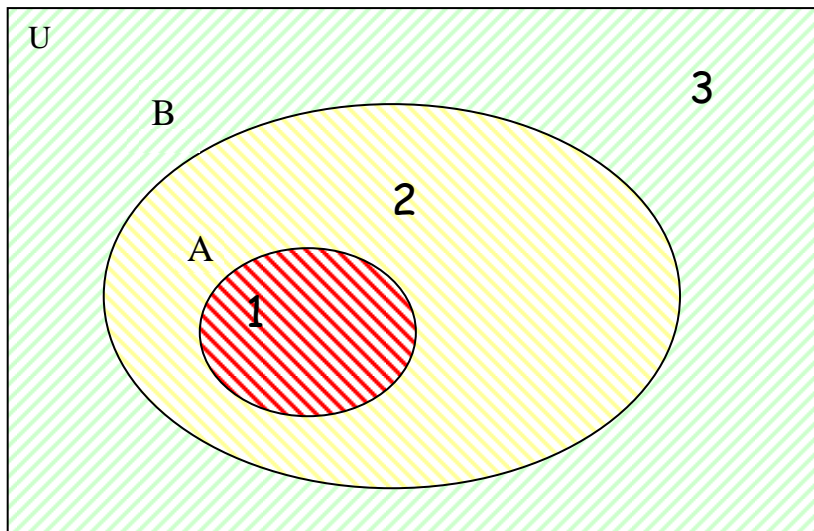
$$B \cup A = A$$

$$A^c \cap B^c = \emptyset$$

$$\{1\} \subset \{1, 2\}$$

$$\{1, 2\} \cup \{1\} = \{1, 2\}$$

$$\{2, 3\} \cap \{3\} = \{3\}$$



Ejercicio: 1.60

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.60 Si A y B son dos conjuntos,  $(A - B)^c$  es igual a

- a)  $A^c - B^c$ .
- b)  $A^c \cup B$ .
- c)  $B - A$ .

Aplicando las leyes de Morgan obtenemos:

$$(A - B)^c$$

$$(A \cap B^c)^c$$

$$A^c \cup B$$

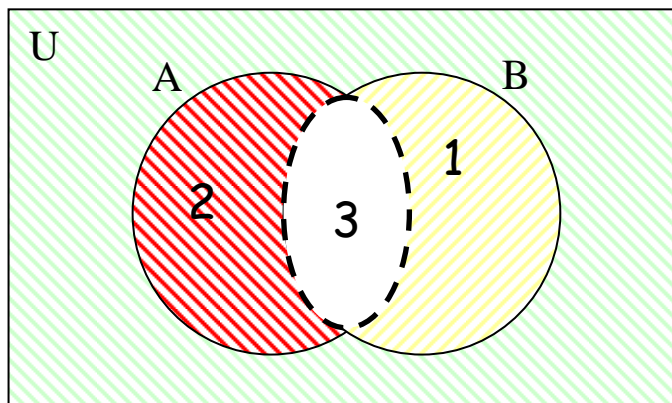
$(A - B)$  Es la zona roja.

$(A - B)^c$  Es la zona amarilla más la zona blanca más la zona verde, que es igual a  $A^c \cup B$ .

$A^c$  Es la zona amarilla más la zona verde.

$B$  Es la zona amarilla más la zona blanca.

$A^c \cup B$  Es la zona amarilla más la zona blanca más la zona verde, que es igual a  $(A - B)^c$



$$A = \{2, 3\} \quad A^c = \{1\} \quad (A - B)^c = \{1, 3\}$$

$$B = \{1, 3\} \quad B^c = \{2\} \quad A^c \cup B = \{1, 3\}$$

$$U = \{1, 2, 3\}$$

1.61 Si A y B son dos conjuntos que *cumplen*  $A \cup B^c = B$  entonces:

- a)  $A = B = U$ .
- b)  $A \subset B^c$ .
- c)  $B \subset A^c$ .

**Resultado 1.20, página 34.** La unión de dos conjuntos contiene a cualquiera de los dos conjuntos que se unen:

El enunciado dice  $A \cup B^c = B$

Por lo tanto tenemos que  $B^c \subset A \cup B^c$  y  $A \subset A \cup B^c$

Tenemos  $B^c \subset A \cup B^c = B$  y para que esta igualdad se cumpla  $B^c = \emptyset$  o bien  $B = U$ .

**Resultado 1.22**  $\emptyset^c = U$  El complementario del conjunto vacío es el conjunto universal. Como el conjunto vacío no tiene elementos, ningún elemento del conjunto universal puede pertenecer al conjunto vacío.

**Resultado 1.23**  $U^c = \emptyset$  El complementario del conjunto universal es el conjunto vacío. Como todos los elementos pertenecen al conjunto universal, ningún elemento no pertenece al universal.

Si sustituimos en la igualdad  $B^c \subset A \cup B^c = B$  a  $B^c = \emptyset$  tenemos:

$$\emptyset \subset A \cup \emptyset = B$$

$$\emptyset \subset A = B$$

$$\emptyset \subset A = U$$

Si sustituimos en la igualdad  $B^c \subset A \cup B^c = B$  a  $B^c = U$  llegamos a una contradicción, ya que el conjunto universal no puede ser igual al conjunto vacío.

$$U \subset A \cup U = \emptyset$$

$$U \subset A = \emptyset$$

$$U \subset U = \emptyset$$

$$A = \{1, 2\} \quad A^c = \emptyset \quad A \cup B^c = B$$

$$B = \{1, 2\} \quad B^c = \emptyset \quad \{1, 2\} \cup \emptyset = \{1, 2\}$$

$$U = \{1, 2\}$$

1.62 Si A y B son dos conjuntos que cumplen  $(A - B)^c = B$  entonces:

- a)  $A \cap B = \emptyset$
- b)  $B^c \subset A$
- c)  $A = B^c$

$$(A - B)^c = B$$

$$(A - B) = B^c$$

$$A \cap B^c = B^c$$

$$B^c \subset A$$

**Resultado 1.13 página 33.**

Si  $B^c \subset A$ , entonces  $A \cap B^c = B^c$ . Si  $B^c$  es un subconjunto de A todos los elementos de  $B^c$  y sólo estos son comunes a A y  $B^c$ .

**Resultado 1.20, página 34.**

La unión de dos conjuntos contiene a cualquiera de los dos conjuntos que se unen:

$$A \subset A \cup B \quad B \subset A \cup B$$

$$(A - B)^c = B$$

$$(A \cap B^c)^c = B$$

$$A^c \cup B = B$$

$$A^c \subset B = A^c \cup B$$

$$A^c \subset B$$

$$A = \{1, 2\} \quad A^c = \{3\} \quad (A - B)^c = B$$

$$B = \{2, 3\} \quad B^c = \{1\} \quad \{2, 3\} = \{2, 3\}$$

$$U = \{1, 2, 3\} \quad (A - B)^c = \{2, 3\}$$

1.63 Si A y B son dos conjuntos tales que  $(A \cup B)^c = A$ , se cumple

- a)  $B \subset A$ .
- b)  $A = U$ .
- c)  $A = \emptyset$  y  $B = U$ .

**Resultado 1.13 página 33.**

La intersección de dos conjuntos está contenida en cualquiera de los conjuntos que se intersectan.

$$A \cap B \subset A \quad A \cap B \subset B$$

$(A \cup B)^c = A$  Aplicamos las leyes de Morgan:

$$A^c \cap B^c = A$$

Por lo tanto tenemos que  $A^c \cap B^c \subset A^c$  y  $A^c \cap B^c \subset B^c$

Continuamos  $A^c \cap B^c = A \subset A^c$

Y como  $A \subset A^c$  necesariamente  $A = \emptyset$

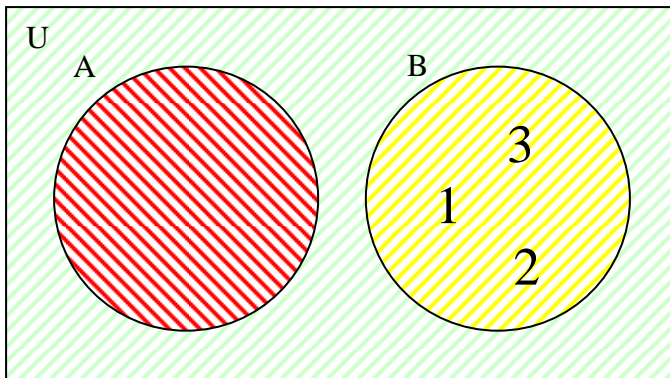
$$\begin{aligned} A &= \emptyset & A^c &= \{1, 2, 3\} & (A \cup B)^c &= A \\ B &= \{1, 2, 3\} & B^c &= \emptyset & \emptyset &= \emptyset \\ U &= \{1, 2, 3\} \end{aligned}$$

Hola, Antonio.

En efecto,

$$A \subset A^c \rightarrow A = A \cap A^c = \emptyset$$

José María





1.64 Si dos conjuntos A y B son dos conjuntos tales que  $(A \cap B)^c \subset B$ , se cumple

- a)  $A = B = U$ .
- b)  $B = U$ .
- c)  $A \cap B = \emptyset$ .

**Resultado 1.13 página 33.**

La intersección de dos conjuntos está contenida en cualquiera de los conjuntos que se intersectan

$$A \cap B \subset A \quad A \cap B \subset B$$

$(A \cap B)^c \subset B$  que es equivalente a:

$$B^c \subset A \cap B$$

$$B^c \subset A \cap B \subset B$$

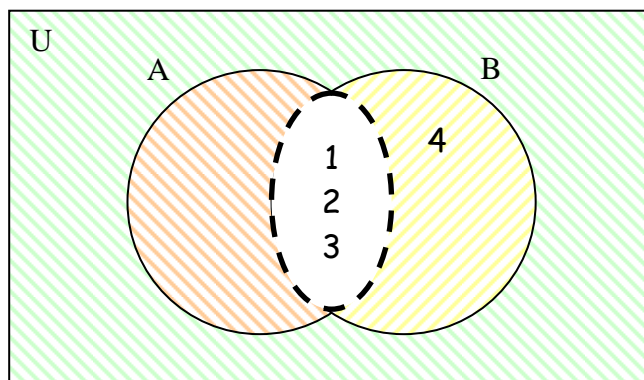
$$B^c \subset B$$

Y como  $B^c \subset B$  necesariamente  $B^c = \emptyset$

$$A = \{1, 2, 3\} \quad A^c = \{3, 4\} \quad (A \cap B)^c \subset B$$

$$B = \{1, 2, 3, 4\} \quad B^c = \{4\} \quad \{4\} \subset B$$

$$U = \{1, 2, 3, 4\}$$



Ejercicio: 1.65

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.65 Si A y B son dos conjuntos, el conjunto  $(A^c - B^c)^c$  es igual a

- a)  $A \cup B^c$ .
- b)  $A^c \cup B$ .
- c)  $A - B$ .

Tenemos la igualdad:

$$\begin{aligned} &(A^c - B^c)^c \\ &= (A^c \cap (B^c)^c)^c \\ &= (A^c \cap B)^c \\ &= A \cup B^c \end{aligned}$$

$$A = \{1, 2\} \quad A^c = \{3, 4\}$$

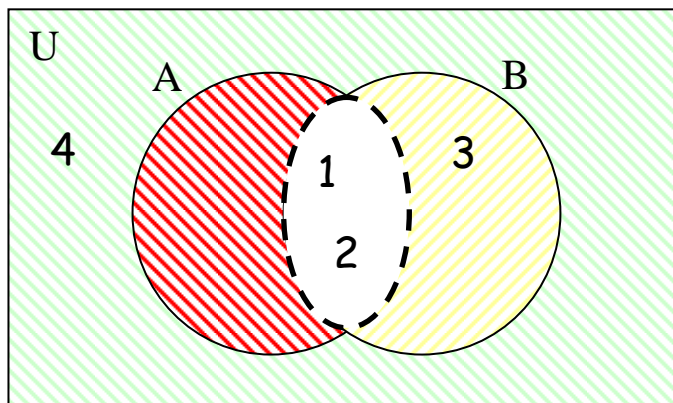
$$B = \{1, 2, 3\} \quad B^c = \{4\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$A^c - B^c = \{3\}$$

$$(A^c - B^c)^c = \{1, 2, 4\}$$

$$A \cup B^c = \{1, 2, 4\}$$



Ejercicio: 1.66

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.66 Si A y B son dos conjuntos, el conjunto  $A \cap (B \cup A^c)$  es igual a

- a)  $B - A$ .
- b)  $A \cap B$ .
- c)  $B$ .

Tenemos la igualdad:

$$A \cap (B \cup A^c)$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap A^c)$$

$$(A \cap B) \cup \emptyset$$

$$(A \cap B)$$

$$A = \{1, 2, 3\} \quad A^c = \{4\}$$

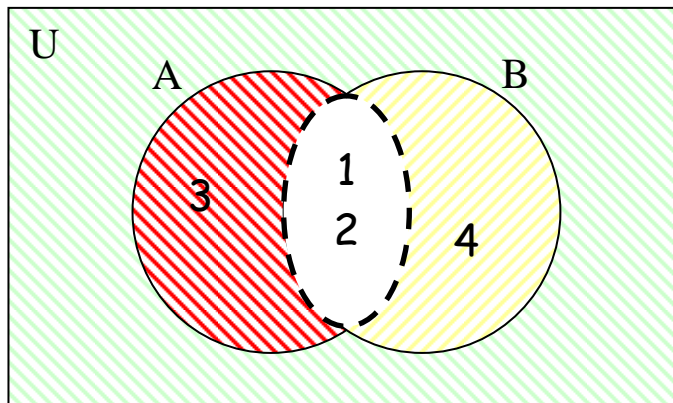
$$B = \{1, 2, 4\} \quad B^c = \{3\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$(B \cup A^c) = \{1, 2, 4\}$$

$$A \cap (B \cup A^c) = \{1, 2\}$$

$$A \cap B = \{1, 2\}$$



Ejercicio: 1.67

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.67 Si A y B son dos conjuntos, el conjunto  $(A^c \cup B^c) \cap A$  es igual a

- a)  $A^c \cap B$ .
- b)  $A$ .
- c)  $A - B$ .

Tenemos la igualdad:

$$(A^c \cup B^c) \cap A$$

$$(A^c \cap A) \cup (B^c \cap A)$$

$$\emptyset \cup (B^c \cap A)$$

$$(B^c \cap A)$$

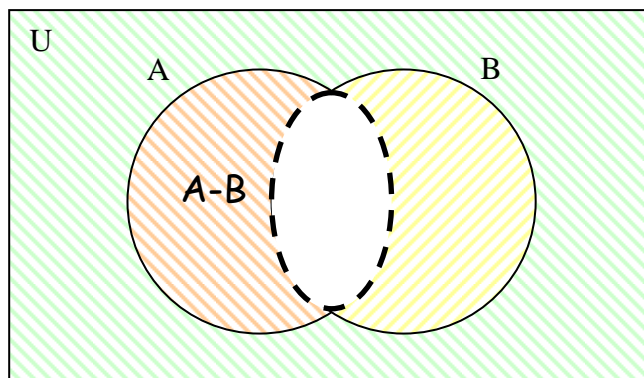
$$A - B$$

Si partimos de la expresión  $(A^c \cup B^c) \cap A$  tenemos que:

$A^c$  es la zona amarilla y la zona verde

$B^c$  es la zona roja y la zona verde

Si ahora estas dos zonas hacemos la intersección con A, el resultado será  $A - B$ .



Ejercicio: 1.68

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.68 Si A y B son dos conjuntos el conjunto  $A \cup (B^c \cap A)$  es igual a

- a) A.
- b)  $A \cup B^c$ .
- c)  $A - B$ .

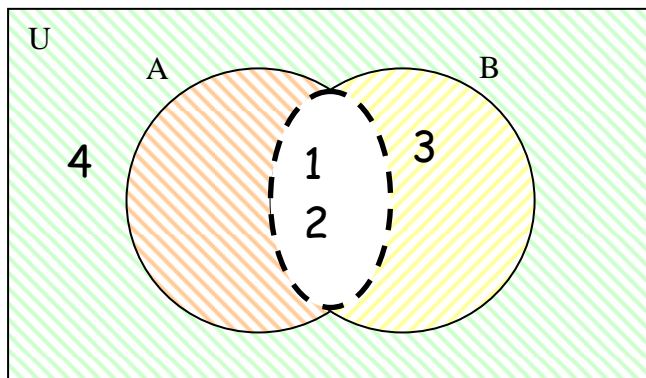
Si partimos de la expresión  $A \cup (B^c \cap A)$  tenemos que:

A es la zona blanca y la zona roja

$B^c$  es la zona roja y la zona verde

$B^c \cap A$  es la zona roja, es decir  $A - B$

Si ahora estas dos zonas hacemos la unión con A, que es la zona blanca más la zona roja, el resultado será A.



$$A = \{1, 2\} \quad A^c = \{3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 3\} \quad B^c = \{4\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$a) A \cup (B^c \cap A) = \{1, 2\} \cup (\{4\} \cap \{1, 2\}) = \{1, 2\} \cup \emptyset = \{1, 2\} = A$$

$$b) A \cup B^c = \{1, 2, 4\}$$

$$c) A - B = \{1\}$$

Ejercicio: 1.69

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.69 Si A y B son dos conjuntos que cumplen  $B - A = B$  entonces:

- a)  $A = \emptyset$
- b)  $A - B = A$
- c)  $A \cup B = B$

Cuando tenemos  $B - A = B$  o  $A - B = A$ , quiere decir que son conjuntos disjuntos  $A \cap B = \emptyset$ .

Tenemos que utilizar el **Resultado 1.14 página 33**.

Si B está contenido en A, entonces la intersección de A y B es igual a B, Si  $B \subset A$  entonces  $A \cap B = B$ .

$$B - A = B$$

$$B \cap A^c = B$$

$$B \subset A^c$$

$B \subset A^c$  es lo mismo que  $A \subset B^c$  y es igual a  $A \cap B^c = A$  y resulta  $A - B = A$

La única respuesta correcta es la que **se deduce lógicamente** del enunciado, es decir, aquella para la que se verifica que el enunciado **implica** dicha respuesta.

Dicho de otra forma, la proposición condicional **enunciado**  $\rightarrow$  **respuesta** es una tautología.

$$A = \{3, 4\} \quad A^c = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2\} \quad B^c = \{3, 4\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4\}$$

NO se cumple

$$A = \emptyset$$

$$\{3, 4\} \neq \emptyset$$

Se cumple

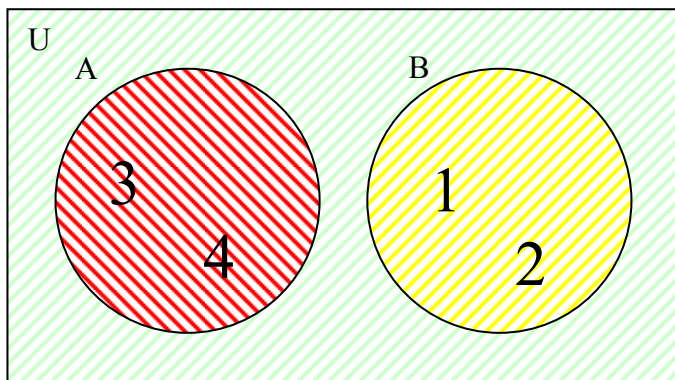
$$A - B = A$$

$$\{3, 4\} - \{1, 2\} = \{3, 4\}$$

NO se cumple

$$A \cup B = B$$

$$\{3, 4\} \cup \{1, 2\} = \{1, 2, 3, 4\}$$



1.70 La propiedad de idempotencia de la intersección de conjuntos significa que, para cualquier conjunto  $A$ , es

- a)  $A \cap \emptyset = \emptyset$ .
- b)  $A \cap U = A$ .
- c)  $A \cap A = A$ .

La propiedad de idempotencia de la intersección es:  $A \cap A = A$

1.71 La propiedad de asociativa de la intersección de conjuntos afirma que

- a)  $A \cap B = B \cap A$ .
- b)  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ .
- c)  $A \cap B \subset B$ .

La propiedad de asociativa de la intersección es:  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

1.72 La propiedad de conmutativa de la unión de conjuntos garantiza que

- a)  $A \cup B = B \cup A$ .
- b)  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$ .
- c)  $A \cup A = A$ .

La propiedad de conmutativa de la unión es:  $A \cup B = B \cup A$ .

1.73 La propiedad de distributiva de la unión respecto de la intersección expresa que

- a)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)$ .
- b)  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .
- c)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

La propiedad de distributiva de la unión respecto de la intersección es:  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .

*Ejercicio: 1.74      Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca*

1.74 Entre tres conjuntos  $A, B, C$ , si se cumple  $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$A$  y  $B \cap C$  son disjuntos.

$B \cap C \subset A \subset B \cup C$ .

$A \subset B \cup C$  y  $A \cap (B \cap C) = \emptyset$ .

**Resultado 1.13 página 33.** La intersección de dos conjuntos está contenida en cualquiera de los conjuntos que se intersectan.  $A \cap B \subset A$ ,  $A \cap B \subset B$ .

**Resultado 1.20, página 34.** La unión de dos conjuntos contiene a cualquiera de los dos conjuntos que se unen.  $A \subset A \cup B$ ,  $B \subset A \cup B$ .

El enunciado dice que:  $A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Si miramos el lado derecho vemos que:  $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$ , de aquí deducimos que:

$A \cap (B \cup C) = A \cup (B \cap C)$  de aquí deducimos según el resultado 1.13 del libro que:

$A \cap (B \cup C) \subset A$  y como  $A \cap (B \cup C) = A \cup (B \cap C)$  entonces  $A \cup (B \cap C) \subset A$ , por lo tanto  $(B \cap C) \subset A$

Por otro lado según el resultado 1.13 del libro también tenemos que:  $A \cap (B \cup C) \subset (B \cup C)$  y como  $A \cap (B \cup C) = A \cup (B \cap C)$  de aquí deducimos que  $A \cup (B \cap C) \subset (B \cup C)$ , según el resultado 1.20 tenemos  $A \subset (B \cup C)$



1.75 Las leyes de Morgan no garantizan que

- a)  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ .
- b)  $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$ .
- c)  $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ .

Las leyes de Morgan no garantizan  $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$ .

1.76 Si dos conjuntos A y B verifican  $(A \cap B)^c = A^c \cap B^c$  se cumple

- d)  $A = B$ .
- e)  $A \cup B = U$ .
- f)  $A = B = U$ .

Tenemos la igualdad:

$$(A \cap B)^c = (A^c \cap B^c)$$

$$(A^c \cup B^c) = (A^c \cap B^c)$$

$$A = B$$

$$A = \{1, 2\} \quad A^c = \{3\} \quad a) (A \cap B)^c = (A^c \cap B^c) \rightarrow (\{1, 2\})^c = \{3\} \rightarrow \{3\} = \{3\}$$

$$B = \{1, 2\} \quad B^c = \{3\} \quad b) A \cup B = \{1, 2\} \neq U$$

$$U = \{1, 2, 3\} \quad c) A = B = U, \text{ NO se cumple}$$

1.77 Si A y B son dos conjuntos se verifica

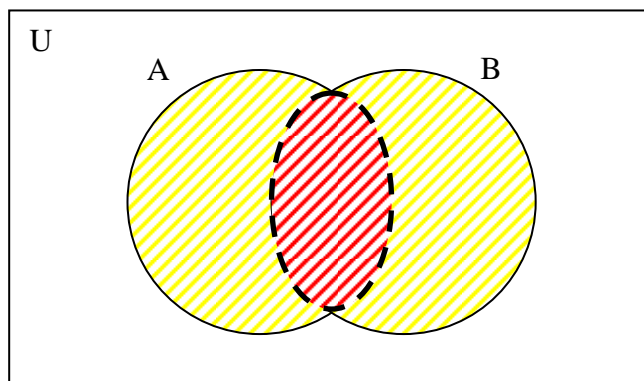
- a)  $A - (A \cap B)^c = A \cup B$ .
- b)  $A - B = (B - A)^c$ .
- c)  $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ .

La respuesta correcta es la "c". Vamos a verla representada en un diagrama de Venn

Tenemos la igualdad  $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$ .

$(A \cup B)$  Es la zona de color amarillo más la zona de color rojo

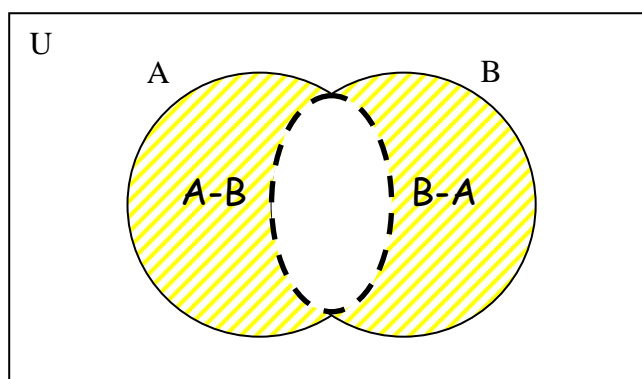
$(A \cap B)$  Es la zona de color rojo



La primera parte de la igualdad es:  $(A \cup B) - (A \cap B)$  lo único que hemos hecho es restar la  $(A \cap B)$  a la  $(A \cup B)$ .

A la parte que está pintada de color amarillo y rojo,  $(A \cup B)$ , le restamos la parte pintada de color rojo,  $(A \cap B)$ , que se corresponde a la primera parte de la igualdad, es decir  $(A \cup B) - (A \cap B)$

Que es igual a la segunda parte de la igualdad  $(A - B) \cup (B - A)$



1.78 Si dos conjuntos A y B verifican  $A - (A \cap B)^c = A \cup B$ , se cumple

- a)  $A^c \cup B = \emptyset$ .
- b)  $B - A = \emptyset$ .
- c)  $A \cap B = \emptyset$ .

La respuesta correcta es la "b". Vamos a verla representada en un diagrama de Venn

Tenemos la igualdad:

$$A - (A \cap B)^c = (A \cup B)$$

$$A \cap ((A \cap B)^c)^c = (A \cup B)$$

$$A \cap (A \cap B) = (A \cup B)$$

$$(A \cap B) = (A \cup B)$$

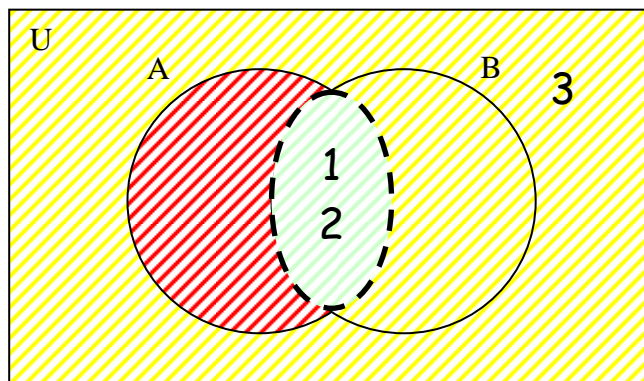
$$A = B$$

A es la zona verde y la zona roja.

$(A \cap B)^c$  Es la zona amarilla y la roja.

Por lo tanto si hacemos  $A - (A \cap B)^c$  nos queda la zona verde que nos coincide con la intersección  $(A \cap B)$ .

Y teniendo en cuenta que si  $(A \cap B) = (A \cup B)$  entonces  $A = B$ . Y de aquí deducimos que  $B - A = \emptyset$ .



No hay ninguna respuesta que sea  $A = B$ , pero cuando se cumple que  $A = B$ , quiere decir que tienen los mismos elementos y de aquí deducimos que  $B - A = \emptyset$ , haciendo un pequeño ejemplo sería:

$$A = \{1, 2\} \quad A^c = \{3\} \quad A^c \cup B = U$$

$$B = \{1, 2\} \quad B^c = \{3\} \quad B - A = \emptyset$$

$$U = \{1, 2, 3\} \quad A \cap B = A$$

Que coincide con la respuesta b.

1.79 Si dos conjuntos A y B verifican  $A - B = (B - A)^c$ , se cumple

- a)  $B = A^c$ .
- b)  $B \subset A$ .
- c)  $A \subset B$ .

La respuesta correcta es la "a". Vamos a verla representada en un diagrama de Venn

Tenemos la igualdad:

$$A - B = (B - A)^c$$

$$A \cap B^c = (B \cap A^c)^c$$

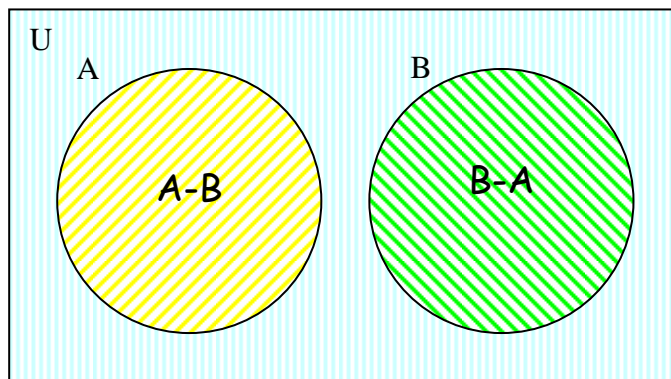
$$A \cap B^c = B^c \cup A$$

$$A = B^c$$

Tenemos como resultado que  $A = B^c$  que es lo mismo que  $B = A^c$ .

B que es la zona verde es igual a  $A^c$  que es la zona verde más la zona azul.

$(B - A)^c$  Es la zona amarilla más la zona azul



Para la igualdad del enunciado  $A - B = (B - A)^c$  vemos que se cumple.

$$A = \{1, 2\} \quad A^c = \{3\}$$

$$B = \{3\} \quad B^c = \{1, 2\}$$

$$U = \{1, 2, 3\}$$

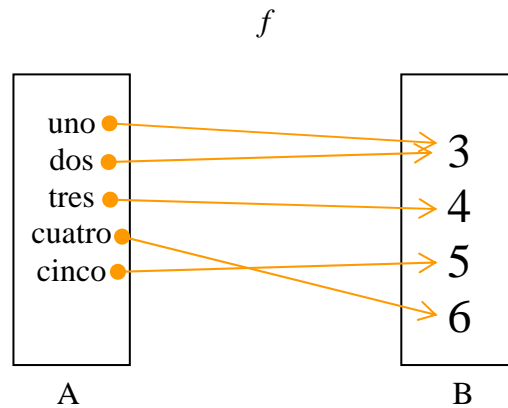
$$A - B = (B - A)^c$$

$$\{1, 2\} = \{3\}^c$$

$$\{1, 2\} = \{1, 2\}$$

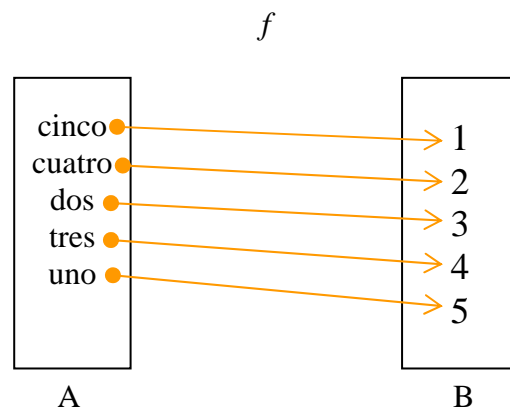
1.80 En el conjunto de palabras  $A = \{\text{uno}, \text{dos}, \text{tres}, \text{cuatro}, \text{cinco}\}$  se define la aplicación  $f$  que asigna a cada una su número de letras. Entonces

- a)  $f(\text{uno}) = 1$ .
- b)  $f(\text{cinco}) = 5$ .
- c)  $f(\text{tres}) = 3$ .



1.81 Para ordenar por orden alfabético las palabras del conjunto  $A = \{\text{uno}, \text{dos}, \text{tres}, \text{cuatro}, \text{cinco}\}$  se asigna a cada una el lugar que ocupa en dicho orden. Entonces

- a) La imagen de tres es 4 y la preimagen de 2 es dos.
- b) La imagen de uno es 4 y la preimagen de 1 es cinco.
- c) **La imagen de cuatro es 2 y la preimagen de 1 es cinco.**



1.82 Se considera la abreviatura de cada palabra del diccionario, compuesta por sus dos primeras letras seguidas de un punto. Entonces

- a) *que.* es la imagen de queso.
- b) *fr* es la imagen de fruta.
- c) ***ar.* tiene como preimagen arma.**

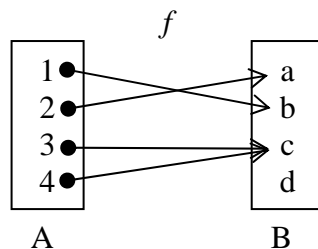
1.83 La abreviatura de las palabras del diccionario, definida por sus dos primeras letras seguidas de un punto, ¿es una aplicación bien definida en el conjunto de palabras del diccionario?

- Sí.
- No, porque hay palabras distintas con las misma abreviatura.
- No, porque las palabras de una sola letra no tienen abreviatura.

Lo que nos están preguntando es si cumplen con la propiedad de aplicación una abreviatura definida de la siguiente manera: sus dos primeras letras seguidas de un punto en el conjunto de todas las palabras del diccionario.

Definición,

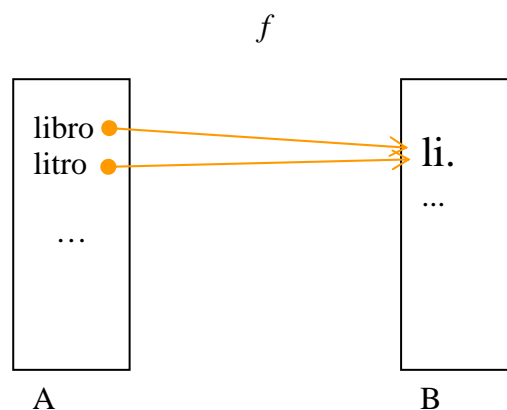
Una **aplicación** entre dos conjuntos A y B es una transformación que convierte cada elemento del conjunto A en un único elemento del conjunto B.



La respuesta *c* dice que las palabras de una letra no tienen abreviatura, el enunciado nos pide dos letras y un punto. Por lo tanto habría palabras en el conjunto inicial sin imagen y ya no cumpliría con la condición de aplicación.

La respuesta *b* significa que la correspondencia no es inyectiva, no que no sea aplicación.

Definición de **aplicación inyectiva**: a cada elemento del conjunto inicial le corresponde un solo valor de final tal que, en el conjunto inicial no puede haber dos o más elementos que tengan la misma imagen.



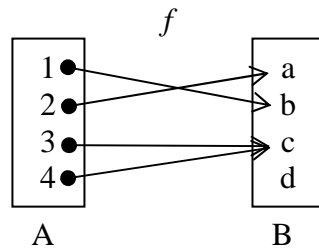
Ejercicio: 1.84

Autor: Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca

1.84 La abreviatura de las palabras del diccionario de más de dos letras, definida por sus dos primeras letras seguidas de un punto, ¿es una aplicación inyectiva?

- a) Sí.
- b) No, porque hay palabras distintas con las misma abreviatura.
- c) No, porque las abreviaturas  $\tilde{n}r.$  o  $qt.$  no corresponden a ninguna palabra.

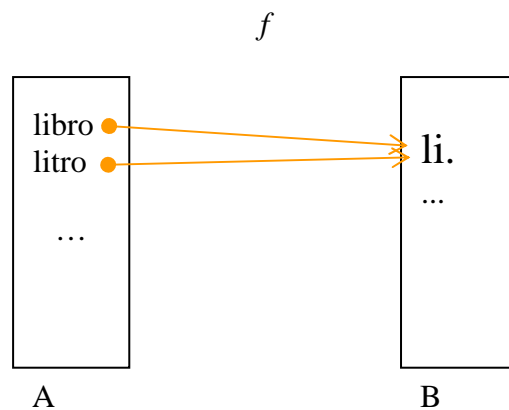
Una **aplicación** entre dos conjuntos A y B es una transformación que convierte cada elemento del conjunto A en un único elemento del conjunto B.



Al haber distintas palabras con la misma abreviatura ya no cumple con la condición de **aplicación inyectiva**, sería correcta la **b**.

Definición de **aplicación inyectiva**: a cada elemento del conjunto inicial le corresponde un solo valor de final tal que, en el conjunto inicial no puede haber dos o más elementos que tengan la misma imagen.

La **c** no sería correcta ya que no hay en el diccionario ninguna palabra cuyas dos primeras letras sean  $\tilde{n}r.$  o  $qt.$



1.85 Asignar a cada número del conjunto  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$ , la suma de sus cifras, ¿define una aplicación con dominio  $N$  y rango  $N$ ?

- a) Si.
- b) No, porque 10 y 100 tienen la misma imagen.
- c) No, porque puede haber números en  $N$  que no sean la suma de las cifras de ningún número.

1.87 La aplicación  $s : N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  la suma de sus cifras:

- a) Es inyectiva.
- b) No es inyectiva porque  $s(12) = s(21) = 3$ .
- c) No es inyectiva, porque 0 sólo es imagen de 0.

1.90 La aplicación  $s : N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  la suma de sus cifras:

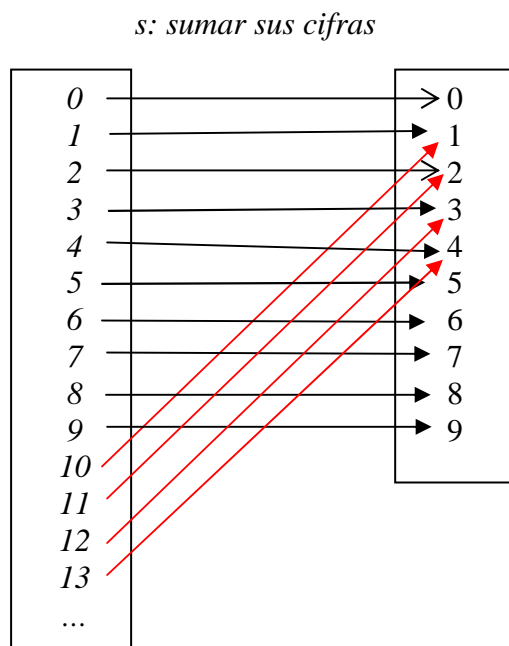
- a) Es sobreyectiva.
- b) No es sobreyectiva.
- c) No se puede saber.

1.91 La aplicación  $s : N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  la suma de sus cifras:

- a) Es biyectiva.
- b) No es biyectiva porque no es inyectiva.
- c) No es biyectiva porque no es sobreyectiva.

La aplicación  $s : N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  la suma de sus cifras:

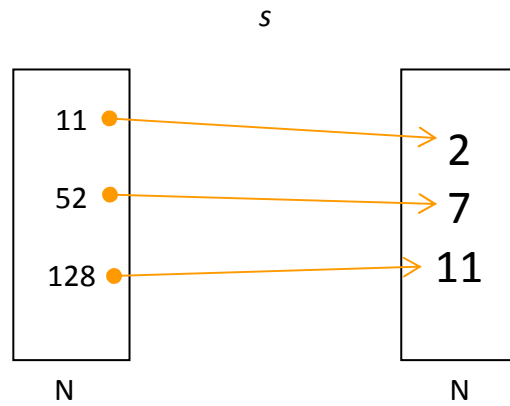
**Solución:** Es sobreyectiva, NO es inyectiva y NO es biyectiva.





1.86 La aplicación  $s : N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  la suma de sus cifras:

- a) La imagen de 128 es 11 y una preimagen de 11 es 2.
- b) La imagen de 11 es 2 y una preimagen de 7 es 52.**
- c) La imagen de 52 es 7 y una preimagen de 128 es 11.

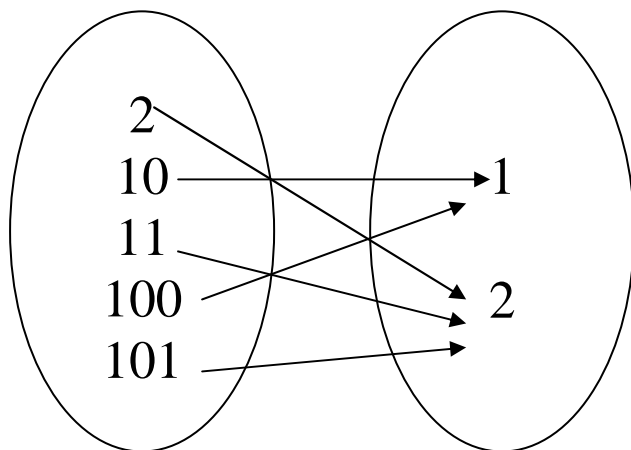


1.88 La aplicación  $s : N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  la suma de sus cifras, cumple

- a)  $s(\{2,10,11,100,101\}) = \{1,2\}$ .
- b)  $s(\{2,3,30,301\}) = \{2,3\}$ .
- c)  $s(\{26\}) = 8$ .

La relación que establece la aplicación  $s$  es la suma de sus cifras, por lo tanto:

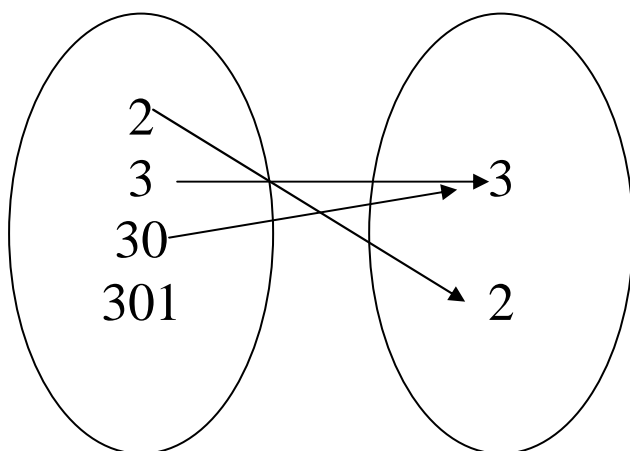
En la respuesta  $a$ , tenemos



La respuesta  $a$  es **correcta**, ya que lo primero cumple la propiedad de aplicación que dice:

Una **aplicación** entre dos conjuntos A y B es una transformación que convierte cada elemento del conjunto A en un único elemento del conjunto B.

**La b no es correcta** porque no cumple con la propiedad de ser aplicación ya que 301 no tiene imagen, es decir no está relacionado con un elemento del conjunto final y no es aplicación.



**La c no es correcta** ya que hay un error de notación debería ser  $s(\{26\}) = \{8\}$

1.89 La aplicación  $s : N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  la suma de sus cifras, cumple

- a)  $s^{-1}(\{2\}) = \{2 \cdot 10^k \mid k = 0,1,2,3,\dots\}$ .
- b)  $s^{-1}(\{1\}) = \{10^k \mid k = 0,1,2,3,\dots\}$ .
- c)  $s^{-1}(\{0\})$  No está definido.

La relación que establece la aplicación  $s$  es la suma de sus cifras, por lo tanto:

La respuesta *a*, dice que la función inversa de  $s$  para el elemento 2 del conjunto final es igual a los elementos del conjunto inicial que cumplen la regla  $2 \cdot 10^k$  para los elementos de  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

El primer elemento del conjunto inicial sería  $2 \cdot 10^0 = 2$

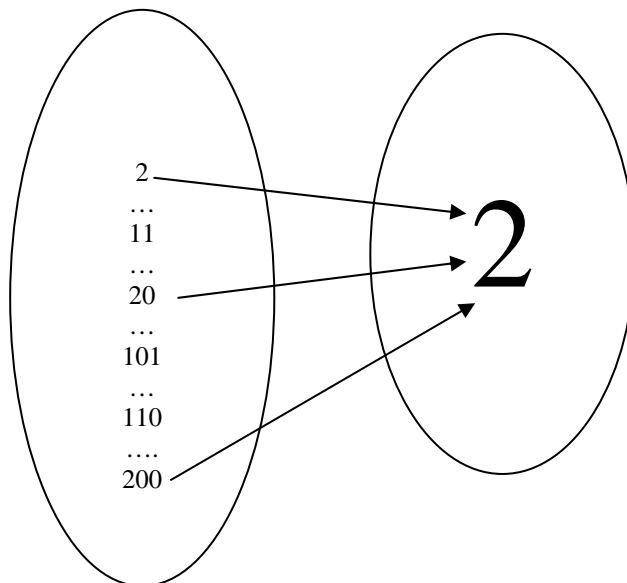
El segundo elemento del conjunto inicial sería  $2 \cdot 10^1 = 20$

El tercero elemento del conjunto inicial sería  $2 \cdot 10^2 = 200$

El cuarto elemento del conjunto inicial sería  $2 \cdot 10^3 = 2000$

etc.,...

Representado en un diagrama de Venn tenemos



Esta respuesta sería correcta si no fuese que en el conjunto inicial definido por  $N = \{0,1,2,3,4,\dots,11,\dots,101, 110,\dots \text{ etc}\}$  también tenemos 11 que suma 2, 101 que suma 2, etc.,... y que no cumplen la regla  $2 \cdot 10^k$ .

La respuesta *b*, dice que la función inversa de  $s$  para el elemento 1 del conjunto final es igual a los elementos del conjunto inicial que cumplen la regla  $10^k$  para los elementos de  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Y en este caso si que se cumple.

La respuesta *c* es falsa ya que si está definido el elemento 0 del conjunto final se relaciona con el elemento 0 del inicial.

1.92 Asignar a cada número del conjunto  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  el número que se obtiene al multiplicarlo por 3 y sumar 1 al producto,  $3 \cdot n + 1$ , ¿define una aplicación con dominio  $N$  y rango  $N$ ?

- a) Sí.
- b) No, porque 6 no es imagen de ningún elemento de  $N$ .
- c) No, porque para multiplicarlos por 3 hay que hacer infinitas operaciones.

1.94 La aplicación  $f : N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$

- a) No es inyectiva.
- b) Es inyectiva, porque hay números en  $N$  que no son imagen de ninguno de  $N$ . (Aquí se está definiendo la aplicación sobreyectiva)
- c) Es inyectiva, porque no coinciden las imágenes de números distintos.

1.95 La aplicación  $f : N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$

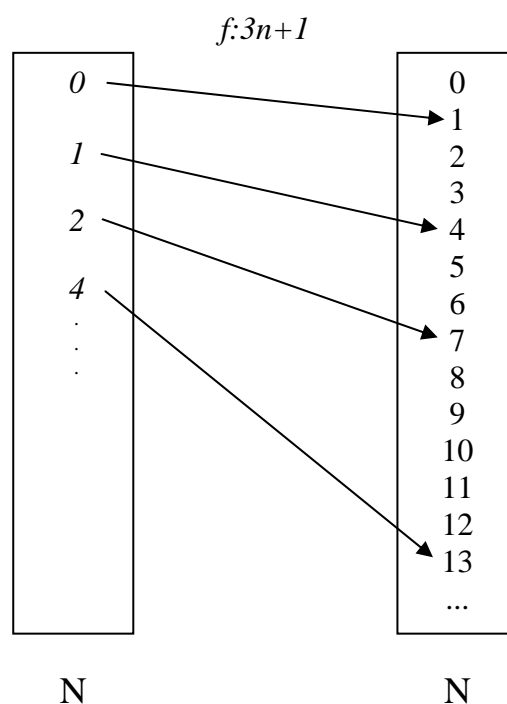
- a) Es sobreyectiva.
- b) No es sobreyectiva, porque hay números en  $N$  que no son imagen de ninguno de  $N$ .
- c) No es sobreyectiva, porque hay números distintos de  $N$  que tienen la misma imagen.

1.98 La aplicación  $f : N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$

- a) Es biyectiva.
- b) No es biyectiva, porque no es inyectiva.
- c) No es biyectiva, porque no es sobreyectiva.

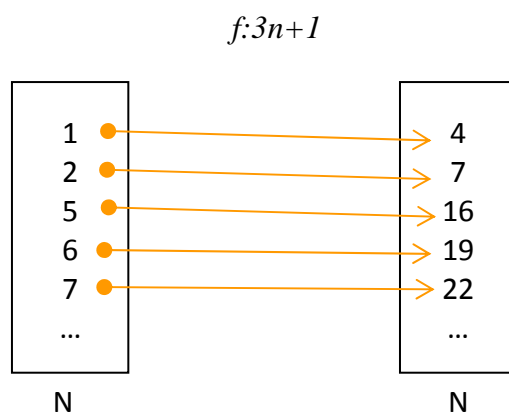
La aplicación  $f: N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0,1,2,3,\dots\}$  el número  $3n+1$ :

**Solución:** Es inyectiva, NO es sobreyectiva, NO es biyectiva.



1.93 La aplicación  $f : N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$  cumple

- a) La imagen de 7 es 22 y una preimagen de 24 es  $7 + \frac{2}{3}$ .
- b) La preimagen de 1 es 4 y una imagen de 6 es 19.
- c) **La preimagen de 7 es 2 y una imagen de 5 es 16.**



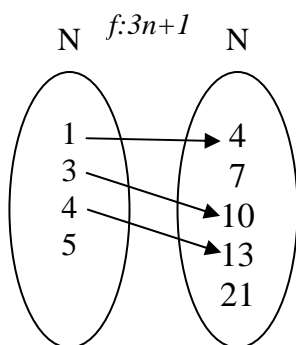
**Solución:** La preimagen de 7 es 2 y una imagen de 5 es 16.

La respuesta **a** no es correcta porque  $7 + \frac{2}{3}$  no es un número natural.

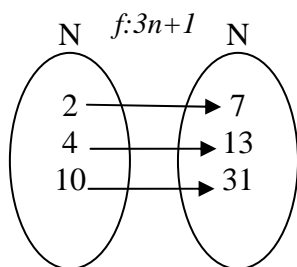
1.96 La aplicación  $f : N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$ , cumple

- a)  $f(\{1, 3, 4, 5\}) = \{4, 7, 10, 13, 21\}$ .
- b)  $f(\{2, 4, 10\}) = \{7, 13, 31\}$ .
- c)  $f(\{6\}) = 19$ .

Según esto la respuesta “a”, no es una aplicación.



La respuesta “b”, es correcta.

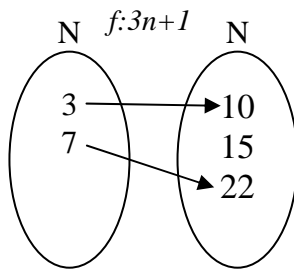


La respuesta “c”, no es correcta la notación, debería de ser así:  $f(\{6\}) = 19$ .

1.97 La aplicación  $f : N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$ , cumple

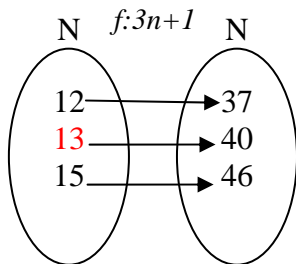
- a)  $f^{-1}(\{10, 15, 22\}) = \{3, 7\}$ .
- b)  $f^{-1}(\{22\}) = 7$ .
- c)  $f^{-1}(\{37, 40, 46\}) = \{12, 15\}$ .

Según esto la respuesta “a”, es una aplicación.



La respuesta “b”, no es correcta la notación, debería de ser así:  $\{7\}$ .

La respuesta “c”, no aplicación, ya que el elemento 13 no está en el conjunto inicial.



|                   |             |               |  |
|-------------------|-------------|---------------|--|
| <i>Ejercicio:</i> | <i>1.99</i> | <i>Autor:</i> | <i>Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca</i> |
|-------------------|-------------|---------------|--|

1.99 Si  $f$  es la aplicación  $f: N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$  y  $g = f \circ f$  es la composición de  $f$  consigo misma, se cumple

$$g(3) = 31.$$

$$g(3) = 28.$$

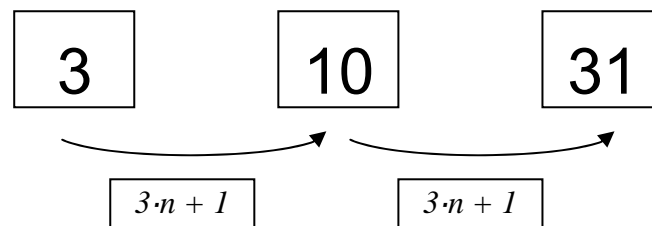
$$g(3) = 10.$$

La aplicación  $g$  es la composición de  $f$  consigo misma, es decir aplico  $f$  dos veces a los valores que se proponen  $3 \cdot n + 1$ , en este caso el valor 3.

$$g(3) = 3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 10$$

Si vuelvo a aplicar la función tenemos:

$$g(10) = 3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 10 + 1 = 31$$





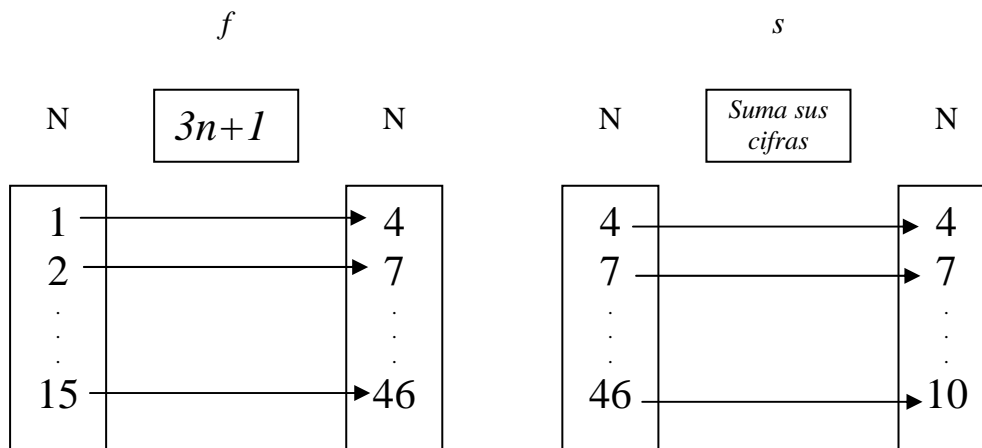
1.100 Si  $f$  es la aplicación  $f : N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$  y  $s$  es la aplicación que asigna a cada elemento de  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  la suma de sus cifras, se cumple

- a)  $s \circ f(15) = 10$ .
- b)  $s \circ f(15) = 19$ .
- c)  $s \circ f(15) = 15$ .

La primera función  $f$  nos dice que a cada  $n$ , es decir a cada número del primer conjunto lo tenemos que multiplicar por 3 y sumarle 1. Una vez que obtenemos este resultado aplicamos la segunda función  $g$  que nos dice que a cada elemento del conjunto inicial hay que sumar sus cifras.

Si empezamos por el 1 al aplicar la función  $f$  vemos que 1 por 3 más 1 es 4 y al aplicar la segunda función  $g$  como solo hay una cifra el resultado es 4.

Si analizamos el valor 15 que es el que propone la solución vemos que 3 por 15 más 1 es 46 y la suma de sus cifras es 10, que es la solución A.



|                   |                    |               |  |
|-------------------|--------------------|---------------|--|
| <i>Ejercicio:</i> | <i>1.101-1.102</i> | <i>Autor:</i> | <i>Antonio Rivero Cuesta, Tutor C.A. Palma de Mallorca</i> |
|-------------------|--------------------|---------------|--|

1.101 Si  $f$  es la aplicación  $f: N \rightarrow N$  que asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$  y  $s$  la aplicación  $s: N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  la suma de sus cifras, cumple

$$f \circ s(10) = 5.$$

$$f \circ s(12) = 9.$$

$$f \circ s(13) = 13.$$

La aplicación  $f: N \rightarrow N$  asigna a cada  $n \in N$  el número  $3 \cdot n + 1$ , y  $s$  es la aplicación  $s: N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  la suma de sus cifras, se cumple:

Recordar que " $f \circ s$ " se lee  $s$  compuesta con  $f$  y que primero se aplica  $s$  y luego  $f$ .

Lo primero realizo la aplicación  $s$  que es la suma de sus cifras por lo tanto el valor 13 resultaría 4.

Ahora a 4 le aplico  $f$  que es la aplicación  $3 \cdot n + 1$  y resulta que  $3 \cdot 4 + 1 = 13$

$$f \circ s(13) = f(4) = 3 \cdot 4 + 1 = 13$$

1.102 Si  $s$  es la aplicación  $s: N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  la suma de sus cifras

a)  $s \circ s(548) = 17.$

b)  $s \circ s(548) = 8.$

c)  $s \circ s(548) = 6.$

$s$  es la aplicación  $s: N \rightarrow N$  que asigna a cada elemento de  $N = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  la suma de sus cifras, en este caso lo aplico dos veces y resulta que:

$$s(548) = 17$$

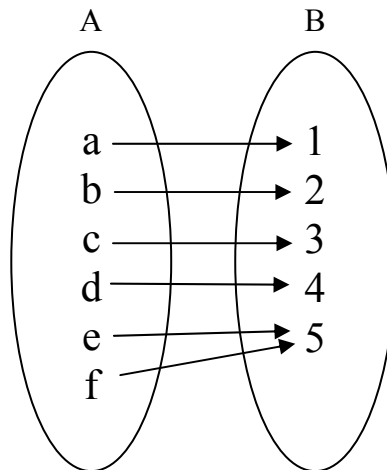
y si lo vuelvo a aplicar resulta

$$s(17) = 8$$

1.103 Dado el conjunto  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , si  $f : A \rightarrow B$  es una aplicación sobreyectiva, el cardinal de A debe cumplir.

- a)  $\#(A) \geq 5$ .
- b)  $\#(A) = 5$ .
- c)  $\#(A) \leq 5$ .

Una función  $f : A \rightarrow B$  es, **sobreyectiva** cuando cada elemento de "B" es la imagen de como mínimo un elemento de "A".

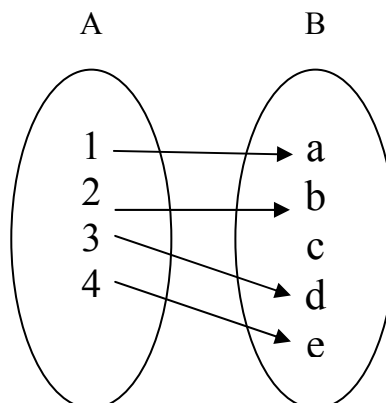


Según esto el  $\#(A) \geq 5$

1.104 Dado el conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ , si  $f : A \rightarrow B$  es una aplicación inyectiva, el cardinal de B debe cumplir.

- a)  $\#(B) \leq 4$ .
- b)  $\#(B) = 4$ .
- c)  $\#(B) \geq 4$ .

Una función  $f : A \rightarrow B$  es **inyectiva** si a cada valor del conjunto A le corresponde un valor distinto en el conjunto B de  $f$ . Es decir, a cada elemento del conjunto A le corresponde un solo valor de B tal que, en el conjunto A no puede haber dos o más elementos que tengan la misma imagen.

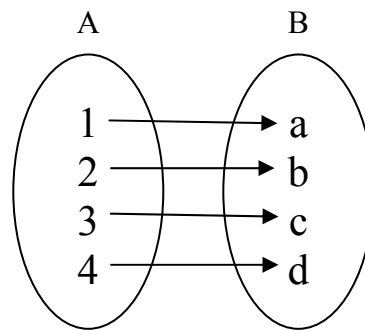


Según esto el  $\#(B) \geq 4$

1.105 Si  $f : A \rightarrow B$  es una aplicación biyectiva, puede asegurarse.

- a)  $\#(A) \leq \#(B)$ .
- b)  $\#(A) = \#(B)$ .
- c)  $\#(A) \geq \#(B)$ .

Una función  $f : A \rightarrow B$  es, **biyectiva** si es al mismo tiempo inyectiva y sobreyectiva; es decir, si todos los elementos del conjunto de salida tienen una imagen distinta en el conjunto de llegada, y a cada elemento del conjunto de llegada le corresponde un elemento del conjunto de salida.



Según esto el  $\#(A) = \#(B)$

1.106 Si A y B son dos conjuntos tales que sus cardinales verifican  $\#(A) + \#(B) = \#(A \cup B)$ , entonces:

- a)  $A \subset B^c$ .
- b)  $A^c \subset B$ .
- c)  $A^c \cap B^c = \emptyset$ .

**Resultado 1.32.** Si  $(A \cap B) = \emptyset$ , entonces  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B)$ .

Tenemos que recurrir a la fórmula general:  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$ , si la comparamos con la del enunciado,

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A) + \#(B) = \#(A \cup B)$$

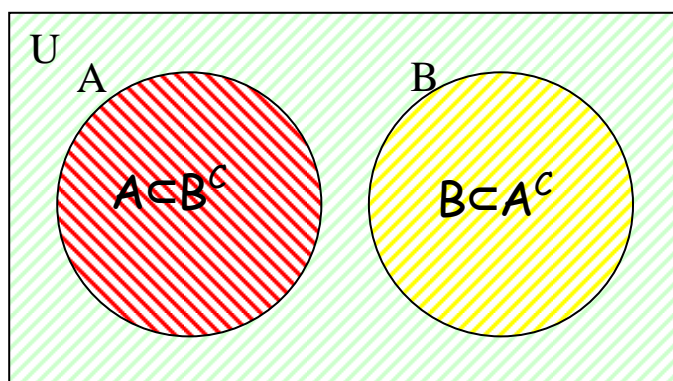
$$\#(A \cup B) = \#(A \cup B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cap B) = \#(A \cup B) - \#(A \cup B)$$

$$\#(A \cap B) = 0$$

De esto podemos deducir que  $\#(A \cap B) = 0$  ya que el enunciado no aporta ningún dato sobre el cardinal de la intersección.

Si  $\#(A \cap B) = 0$  quiere decir que  $(A \cap B) = \emptyset$  y llegamos a la conclusión que  $A \subset B^c$  y  $B \subset A^c$ .



1.107 Si A y B son dos conjuntos tales que  $B - A = B$ , se cumple:

- a)  $\#(B) - \#(A) = \#(B)$ .
- b)  $\#(B) - \#(A) = \#(A \cap B)$ .
- c)  $\#(A) + \#(B) = \#(A \cup B)$ .

**Resultado 1.32.** Si  $(A \cap B) = \emptyset$ , entonces  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B)$ .

Si  $B - A = B$  quiere decir que  $(A \cap B) = \emptyset$ , es decir son disjuntos y esto implica que  $\#(A \cap B) = 0$  y si miramos en la fórmula general tenemos:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - 0$$

Por lo tanto respuesta correcta "c".

$$A = \{3, 4\} \quad A^c = \{1, 2\}$$

$$B = \{1, 2\} \quad B^c = \{3, 4\}$$

$$U = \{1, 2, 3, 4\}$$

Se cumple

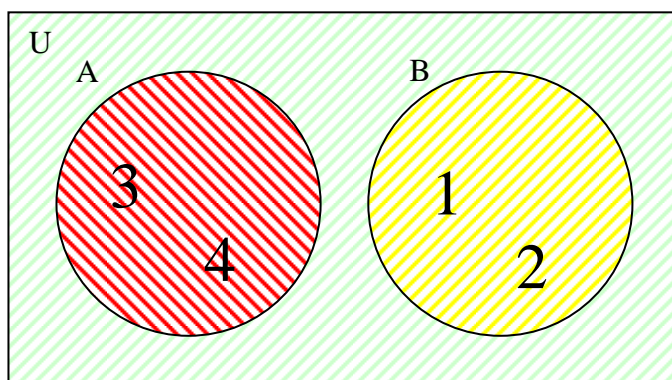
$$A - B = A$$

$$\{3, 4\} - \{1, 2\} = \{3, 4\}$$

Se cumple

$$B - A = B$$

$$\{1, 2\} - \{3, 4\} = \{1, 2\}$$



1.108 Si  $\#(U) = n$  y  $A$  es un subconjunto de  $U$ , entonces:

- a)  $\#(A^c) = -\#(A)$
- b)  $\#(A^c) = n - \#(A)$
- c)  $\#(A^c) - \#(A) = 0$

La respuesta correcta es la **b**,  $\#(A^c) = n - \#(A)$

El enunciado dice que el cardinal del conjunto universal es  $n$ , es decir que tiene  $n$  elementos, y que  $A$  es un subconjunto de  $U$ , lo que dice la respuesta **b** es que el cardinal del complementario de  $A$  es igual a  $n$ , que es el total de elementos del universo, menos el cardinal de  $A$ .

Visto de otra forma si despejamos la  $n$  quedaría:

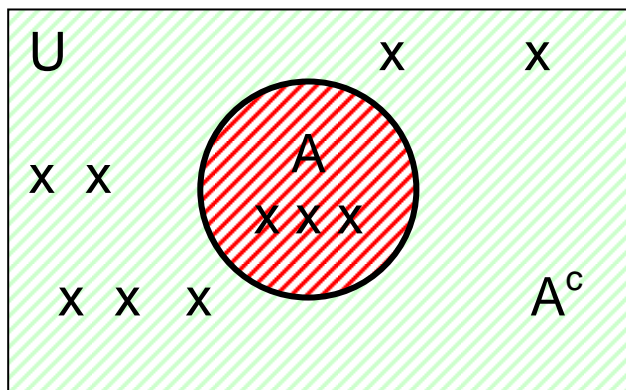
$$n = \#(A^c) + \#(A)$$

Habíamos dicho que  $n$  era el total de elementos por lo tanto  $n$  son todos los elementos que hay en  $A$  y lo que no hay en  $A$ , es decir  $A^c$  y su suma tiene que ser  $n$ .

Si por ejemplo tenemos un universo con 10 elementos y el conjunto  $A$  tiene 3 elementos,  $A^c$  tiene que tener 7 elementos.

Dibujándolo sería:

El Universo tiene 10 elementos, el conjunto  $A$  en rojo tiene 3 elementos y el conjunto  $A^c$  en azul tiene que tener forzosamente 7 para completar los elementos del universo.



1.109 Si A y B son dos conjuntos tales que cumplen  $\#(A) = 6$  y  $\#(A - B) = 2$  entonces  $\#(A \cap B)$  es igual a

- a) 2.
- b) 4.
- c) 6.

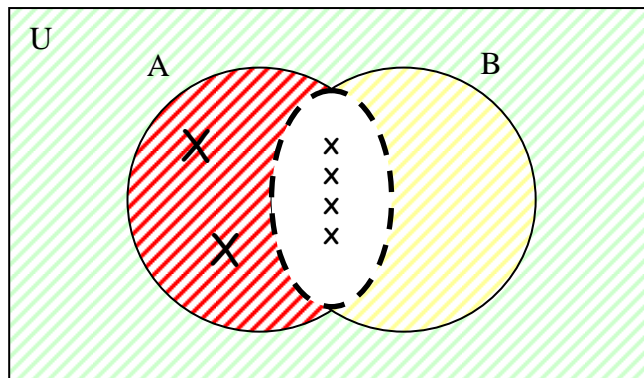
Si aplicamos la fórmula tenemos que:

$$\#A = \#(A - B) + \#(A \cap B)$$

$$6 = 2 + \#(A \cap B)$$

$$4 = \#(A \cap B)$$

Por lo tanto respuesta correcta "b".





1.110 Si A y B son dos conjuntos tales que  $\#(B) = 14$  y  $\#(A \cap B) = 8$ , entonces:

- a)  $\#(A \cup B) = 22$ .
- b)  $\#(A - B) = 6$ .
- c)  $\#(B - A) = 6$ .

Si aplicamos la fórmula tenemos que:

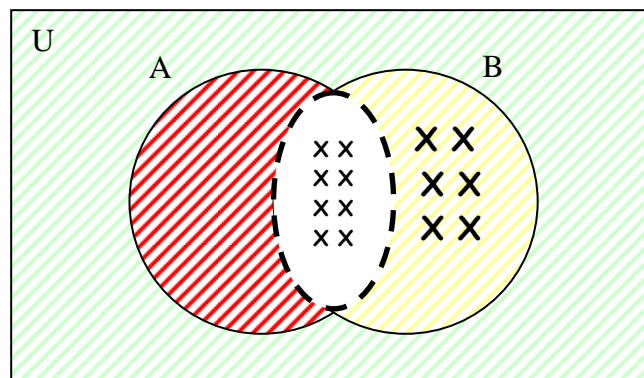
$$\#B = \#(B - A) + \#(A \cap B)$$

$$14 = \#(B - A) + 8$$

$$14 - 8 = \#(B - A)$$

$$6 = \#(B - A)$$

Por lo tanto respuesta correcta "c".



1.111 Si A y B son dos conjuntos tales que  $\#(A \cup B) = 16$ ,  $\#(A) = 10$  y  $\#(B) = 9$  entonces  $\#(A \cap B)$  es igual a:

- a) 1.
- b) 3.
- c) 9.

Si aplicamos la fórmula tenemos que:

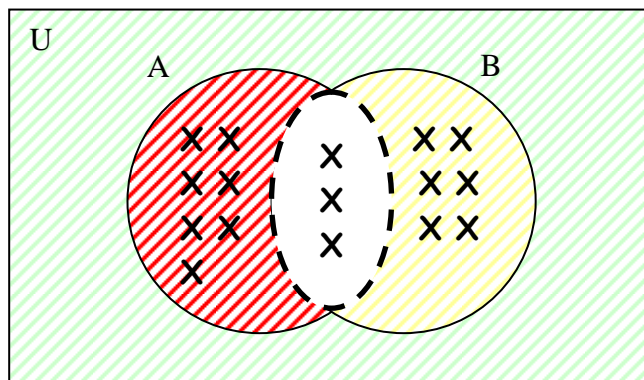
$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$16 = 10 + 9 - \#(A \cap B)$$

$$-3 = -\#(A \cap B)$$

$$3 = \#(A \cap B)$$

Por lo tanto respuesta correcta "b".



1.112 Si A y B son dos conjuntos tales que  $\#(A) + \#(B) = 2 \cdot \#(A \cap B)$ , se verifica:

- a)  $A = B$ .
- b)  $\#(A - B) = \#(A)$ .
- c)  $\#(A \cup B) = 0$ .

Fórmula general:  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$

Enunciado:  $\#(A) + \#(B) = 2 \cdot \#(A \cap B)$

Sustituimos en la fórmula general el cardinal de A y B por  $2 \cdot \#(A \cap B)$ :

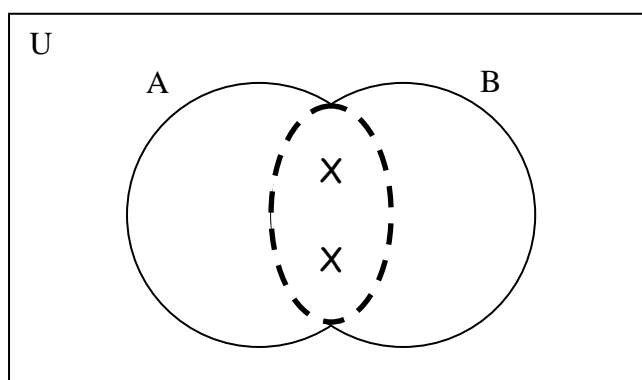
$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cup B) = 2 \cdot \#(A \cap B) - \#(A \cap B)$$

Llegamos a esta conclusión:

$$\#(A \cup B) = \#(A \cap B)$$

Si lo vemos representado en el diagrama de Venn, vemos que cuando el cardinal de la unión e intersección son iguales el conjunto A es igual al B, por lo tanto la respuesta buena es la **a**.



1.113 Si A y B son dos conjuntos tales que  $\#(A \cup B)$  siempre es menor o igual que:

- a)  $\#(A) \cdot \#(B)$ .
- b)  $\#(A) + \#(B)$ .
- c)  $\#(A - B) + \#(B - A)$ .

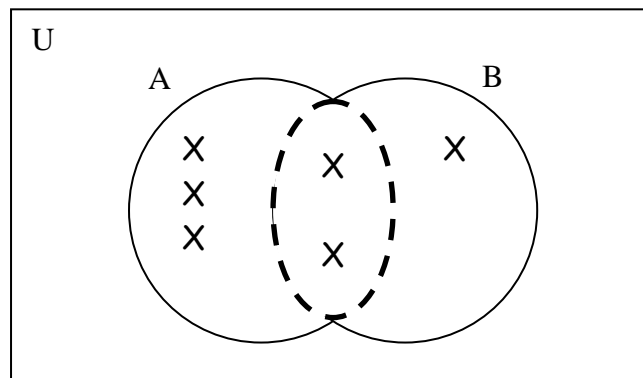
Partimos de la fórmula general:  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$

Tiene que ser siempre  $\#(A \cap B) \geq 0$

Por lo tanto  $\#(A \cup B) \leq \#(A) + \#(B)$

$$\#(A \cup B) \leq \#(A) + \#(B)$$

$$6 \leq 5 + 3$$



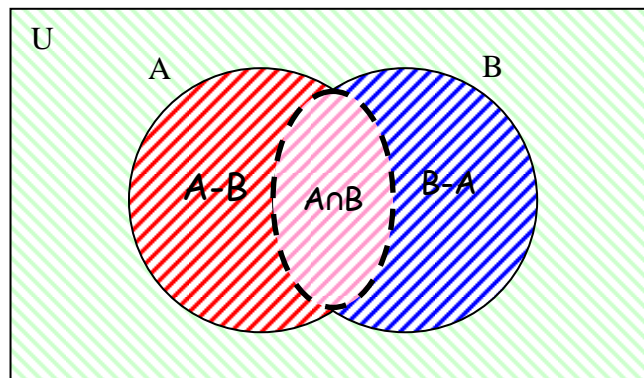
1.114 Si A y B son dos conjuntos tales que  $\#(A \cup B)$  siempre es mayor o igual que:

- a)  $\#(A) + \#(B)$ .
- b)  $\#(A) + \#(A - B)$ .
- c)  $\#(A - B) + \#(B - A)$ .

Partimos de la fórmula:  $\#(A \cup B) = \#(A - B) + \#(B - A) + \#(A \cap B)$

Como se puede ver en el diagrama de Venn el cardinal de la unión es igual al cardinal de A-B *más* el cardinal de B-A *más* el cardinal de la intersección de A y B.

La respuesta correcta sería la “c” ya que  $\#(A \cup B)$  siempre va a ser mayor o igual que  $\#(A - B) + \#(B - A)$  a falta de conocer el valor del cardinal de la intersección.



1.115 Si A y B son dos conjuntos,  $\#(A - B)$  no puede afirmarse que sea igual a:

- a)  $\#(A) - \#(B)$
- b)  $\#(A) - \#(A \cap B)$
- c)  $\#(A \cup B) - \#(B)$

La respuesta *a* nos dice que excepto que  $B \subset A$  no es posible la igualdad.

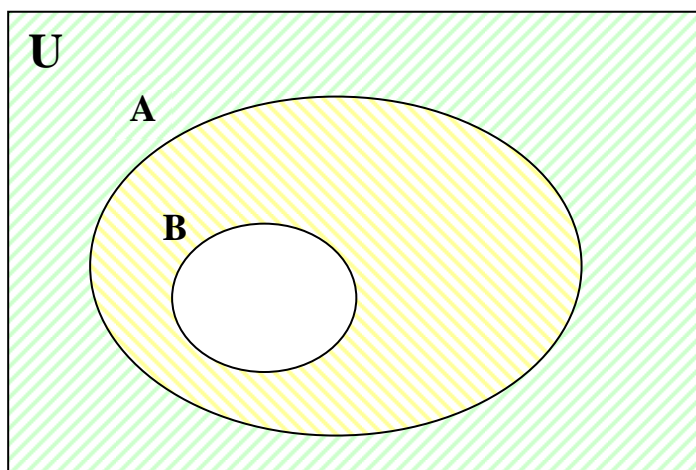
$$\#(A - B) = \#(A) - \#(B)$$

$(A - B)$  es la zona amarilla

A es la zona amarilla más la zona blanca.

B es la zona blanca

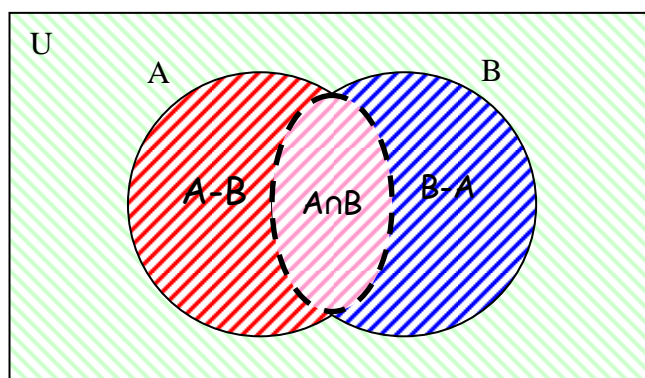
En este caso  $\#(A) - \#(B)$  coincide con  $\#(A - B)$



La respuesta *b* por definición es:

$$\#A = \#(A - B) + \#(A \cap B)$$

$$\#(A - B) = \#A - \#(A \cap B)$$



La respuesta *c* dice:

$$\#(A - B) = \#(A \cup B) - \#(B)$$

Si analizamos la fórmula general  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$  vemos que:

$$\#(A) - \#(A \cap B) = \#(A \cup B) - \#(B)$$

$\#(A - B)$  es equivalente a  $\#(A) - \#(A \cap B)$ .

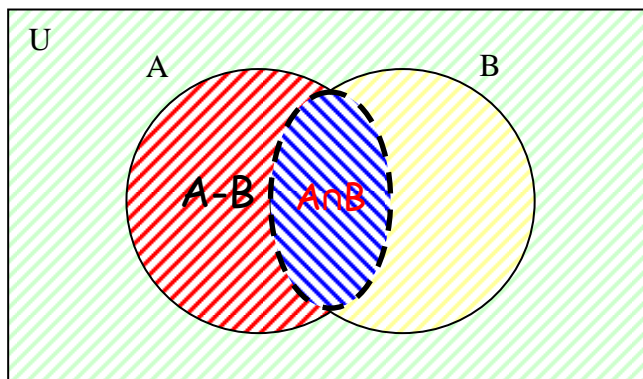
$A - B$  es la zona roja.

$A$  es la zona roja más la zona azul.

$A \cup B$  es la zona roja más la zona azul más amarilla.

$B$  es la zona amarilla más la zona azul.

Entonces es cierto que se cumple  $\#(A - B) = \#(A \cup B) - \#(B)$



1.116 Si A y B son dos conjuntos  $\#(A \cup B) - \#(A \cap B)$  es igual a:

- a)  $\#(A) + \#(B)$ .
- b)  $\#(A - B) + \#(B - A)$ .
- c)  $\#(A) - \#(B)$ .

Si analizamos la fórmula  $\#(A \cup B) = \#(A - B) + \#(B - A) + \#(A \cap B)$  vemos que:

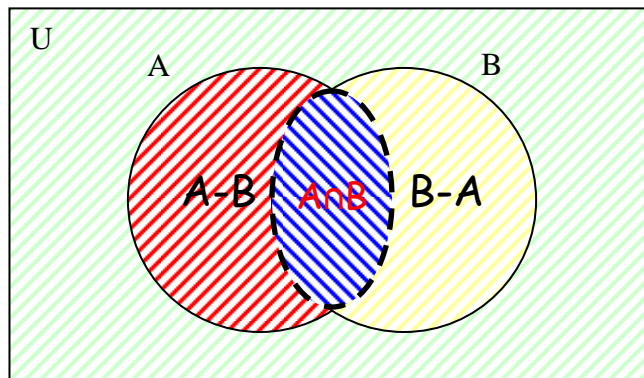
$$\#(A \cup B) - \#(A \cap B) = \#(A - B) + \#(B - A)$$

$A - B$  es la zona roja.

$B - A$  es la zona amarilla.

$A \cup B$  es la zona roja más la zona azul más amarilla.

$A \cap B$  es la zona azul.





1.117 Si A y B son dos conjuntos el conjunto, la igualdad  $\#(A) + \#(B) = 2 \cdot \#(A \cup B)$

- a) Es imposible.
- b) Sólo se cumple cuando  $A = B$ .
- c) Sólo se cumple si A y B son disjuntos.

Si analizamos la igualdad  $\#(A) + \#(B) = 2 \cdot \#(A \cup B)$  vemos que utilizando la fórmula general:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cup B) = 2 \cdot \#(A \cup B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cap B) = 2 \cdot \#(A \cup B) - \#(A \cup B)$$

$$\#(A \cap B) = \#(A \cup B)$$

$$\#(A) = \#(B)$$

$$\#(A) = 3.$$

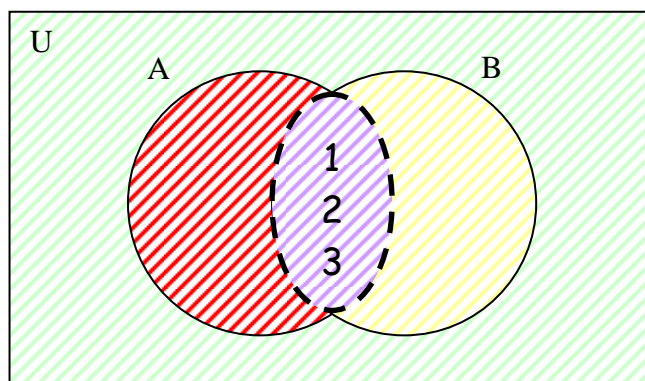
$$\#(B) = 3.$$

$$\#(A \cup B) = 3$$

$$\#(A) + \#(B) = 2 \cdot \#(A \cup B)$$

$$3 + 3 = 2 \cdot 3$$

$$6 = 6$$



1.118 Si A y B son dos conjuntos que verifican  $\#(B) = \#(A) + \#(A \cap B)$  y  $\#(A \cup B) = 12$ , se cumple

- a)  $\#(A) = 6$ .
- b)  $\#(B) = 9$ .
- c)  $\#(A \cap B) = 3$ .

Si analizamos la igualdad vemos que utilizando la fórmula general:

$$\#(B) = \#(A) + \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cup B) = 12$$

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$12 = \#(A) + \#(A) + \#(A \cap B) - \#(A \cap B)$$

$$12 = 2 \cdot \#(A)$$

$$12 = 2 \cdot \#(A)$$

$$\#(A) = 6$$

1.119 Si A y B son dos conjuntos tales que  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(A \cap B)$  y  $\#(B) = 16$ , se verifica:

- a)  $\#(A) = 12$ .
- b)  $\#(A \cup B) = 20$ .
- c)  $\#(A \cap B) = 8$ .

Fórmula general:  $\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$

Enunciado:

$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(A \cap B) \text{ y}$$

$$\#(B) = 16$$

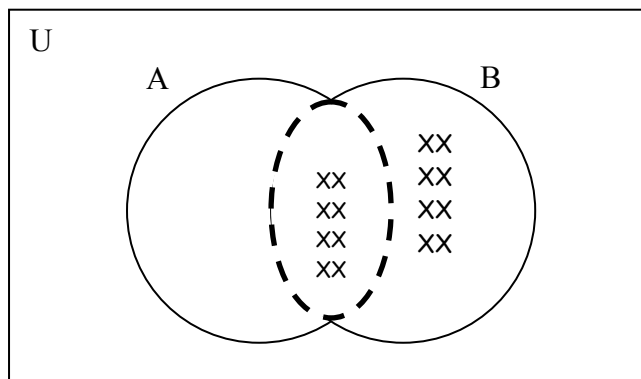
$$\#(A \cup B) = \#(A) + \#(B) - \#(A \cap B)$$

$$\#(A) + \#(A \cap B) = \#(A) + 16 - \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cap B) + \#(A \cap B) = \#(A) - \#(A) + 16$$

$$2 \cdot \#(A \cap B) = 16$$

$$\#(A \cap B) = 8$$



1.120 Si A y B son dos conjuntos tales que  $\#(A - B) = 9$ ,  $\#(B - A) = 6$  y  $\#(A \cup B) = 27$ , se verifica:

- a)  $\#(A \cap B) = 9$ .
- b)  $\#(A) = 21$ .
- c)  $\#(B) = 15$ .

$$\#(A \cup B) = \#(A - B) + \#(B - A) + \#(A \cap B)$$

$$27 = 9 + 6 + \#(A \cap B)$$

$$\#(A \cap B) = 12$$

$$\#A = \#(A - B) + \#(A \cap B)$$

$$\#A = 9 + 12 = 21$$

$$\#B = \#(B - A) + \#(A \cap B)$$

$$\#B = 6 + 12 = 18$$

A - B es la zona roja.

B - A es la zona amarilla.

$A \cap B$  es la zona blanca.

