

Centro Asociado Palma de Mallorca

**Cuestiones de
Autoevaluación
Tema 5**

Tutor: Antonio Rivero Cuesta

5.1 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los cuatro casos $\Omega = \{\text{☺☺}, \text{☺}+, +\text{☺}, ++\}$. En este espacio, el suceso " *obtener más caras que cruces* " es igual a:

a) $\{\text{☺}+, +\text{☺}\}$.

b) $\{\text{☺}+, +\text{☺}, \text{☺☺}\}$.

c) $\{\text{☺☺}\}$.

El suceso "*obtener más caras que cruces*" solo ocurre cuando tenemos ☺☺, para la respuesta *a* y *b* no se cumple.

1. ☺ ☺

2. ☺ +

3. + ☺

4. + +

5.2 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los cuatro casos $\Omega = \{\text{☺☺}, \text{☺+}, \text{+☺}, \text{++}\}$. El suceso contrario de " *obtener alguna cara* " es igual a:

a) $\{\text{☺+}, \text{+☺}\}$.

b) $\{\text{☺☺}\}$.

c) $\{\text{++}\}$.

El suceso contrario de "*obtener alguna cara*" solo ocurre cuando tenemos **++**, para la respuesta *a* y *b* no se cumple.

1. ☺ ☺

2. ☺ ++

3. ++ ☺

4. ++ ++

5.3 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los ocho resultados posibles de los tres lanzamientos. El suceso de "*obtener al menos dos caras*" es igual a:

a) $\{\text{☺☺☺}, \text{☺☺}+, \text{☺}+\text{☺}, +\text{☺☺}\}.$

b) $\{\text{☺☺☺}\}.$

c) $\{\text{☺☺}+, \text{☺}+\text{☺}, +\text{☺☺}\}.$

Los ocho resultados posibles son

1. ☺ ☺ ☺

2. ☺ ☺ +

3. ☺ + ☺

4. ☺ + +

5. + ☺ ☺

6. + ☺ +

7. + + ☺

8. + + +

El suceso de " *obtener al menos dos caras* " ocurre cuando tenemos:

{☺☺☺, ☺☺+, ☺+☺, +☺☺}

5.4 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los ocho resultados posibles de los tres lanzamientos. El suceso contrario de "*algún resultado es cara*" es igual a:

- a) "Algún resultado no es cara".
- b) "*Todos los resultados son cruz*".**
- c) "Algún resultado es cara y alguno es cruz".

Los ocho resultados posibles son

1. ☺ ☺ ☺

2. ☺ ☺ +

3. ☺ + ☺

4. ☺ + +

5. + ☺ ☺

6. + ☺ +

7. + + ☺

8. + + +

El *suceso* de "*algún resultado es cara*" es

$\{\text{☺☺☺}, \text{☺☺+}, \text{☺+☺}, \text{☺++}, \text{+☺☺}, \text{+☺+}, \text{+++☺}\}$

El *suceso contrario* de "*algún resultado es cara*" es

$\{\text{+++}\}$

5.5 Lanzamos una moneda tres veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los ocho resultados posibles de los tres lanzamientos. El suceso

$$A = \{ \text{☺☺☺}, \text{☺☺+}, \text{☺++}, \text{+☺☺}, \text{++☺}, \text{+++} \}$$

Es igual a:

- a) Obtener al menos dos caras o dos cruces.
- b) Obtener al menos dos resultados consecutivos iguales.
- c) Que los tres resultados no sean iguales.

Los ocho resultados posibles son

1. ☺ ☺ ☺

2. ☺ ☺ +

3. ☺ + ☺

4. ☺ + +

5. + ☺ ☺

6. + ☺ +

7. + + ☺

8. + + +

La a no es correcta ya que este suceso es igual al espacio de posibilidades y nos faltaría:

$$\Omega = \{ \text{😊😊😊}, \text{😊😊+}, \underline{\text{😊+😊}}, \text{😊+++}, \text{+😊😊}, \underline{\text{+😊+}}, \text{+++😊}, \text{+++} \}$$

La c es imposible.

La correcta es la respuesta b .

5.6 Lanzamos una moneda cuatro veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los dieciséis resultados posibles de los cuatro lanzamientos. El suceso contrario de "*obtener más caras que cruces*" es igual a:

- a) "*Obtener más cruces que caras*".
- b) "*Obtener menos caras que cruces*".
- c) "*Obtener al menos tantas cruces como caras*".

1.	😊	😊	😊	😊
2.	😊	😊	😊	+
3.	😊	😊	+	😊
4.	😊	😊	+	+
5.	😊	+	😊	😊
6.	😊	+	😊	+
7.	😊	+	+	😊
8.	😊	+	+	+
9.	+	😊	😊	😊
10.	+	😊	😊	+
11.	+	😊	+	😊
12.	+	😊	+	+
13.	+	+	😊	😊
14.	+	+	😊	+
15.	+	+	+	😊
16.	+	+	+	+

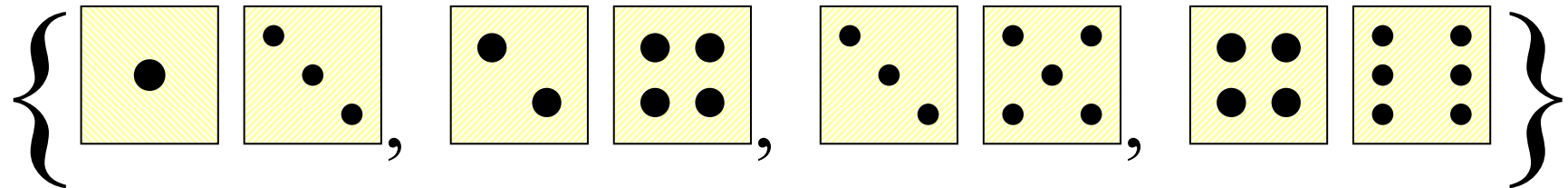
El suceso "*obtener más caras que cruces*"

{☺☺☺☺, ☺☺☺+, ☺☺+☺, ☺+☺☺, +☺☺☺}

El suceso contrario de "*obtener más caras que cruces*"

{☺☺++, ☺+☺+, ☺+++☺, ☺++++, +☺☺+, +☺+☺, +☺++, ++☺☺, ++☺+, +++☺, ++++}

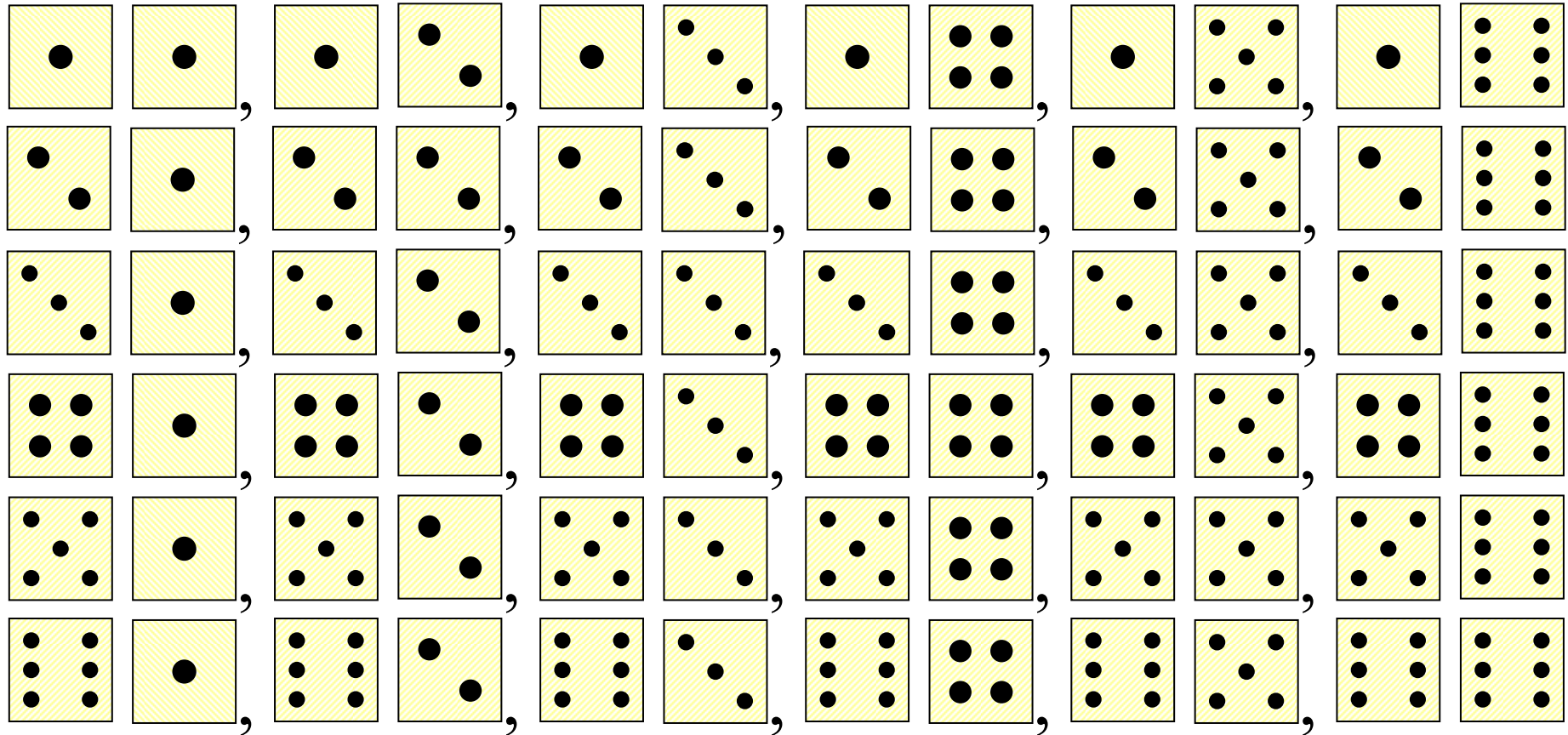
5.7 Lanzamos un dado dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los 36 resultados posibles de los dos lanzamientos. El suceso



Es igual a:

- a) *"El resultado del segundo lanzamiento es mayor que el primero".*
- b) *"Los resultados de los dos lanzamientos son distintos".*
- c) *"La diferencia entre el resultado del segundo lanzamiento y el del primero es 2".*

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



La a no es correcta porque no contiene el resultado

  que está incluido en los 36 casos posibles.

La b no es correcta porque no contiene el resultado

  que está incluido en los 36 casos posibles.

5.8 Si el suceso A ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso:

a) $A \cap B$ también ha ocurrido.

b) $A \cup B$ también ha ocurrido.

c) A^C también ha ocurrido.

Intersección, $A \cap B$, Ocorre siempre que el resultado pertenezca a A y B

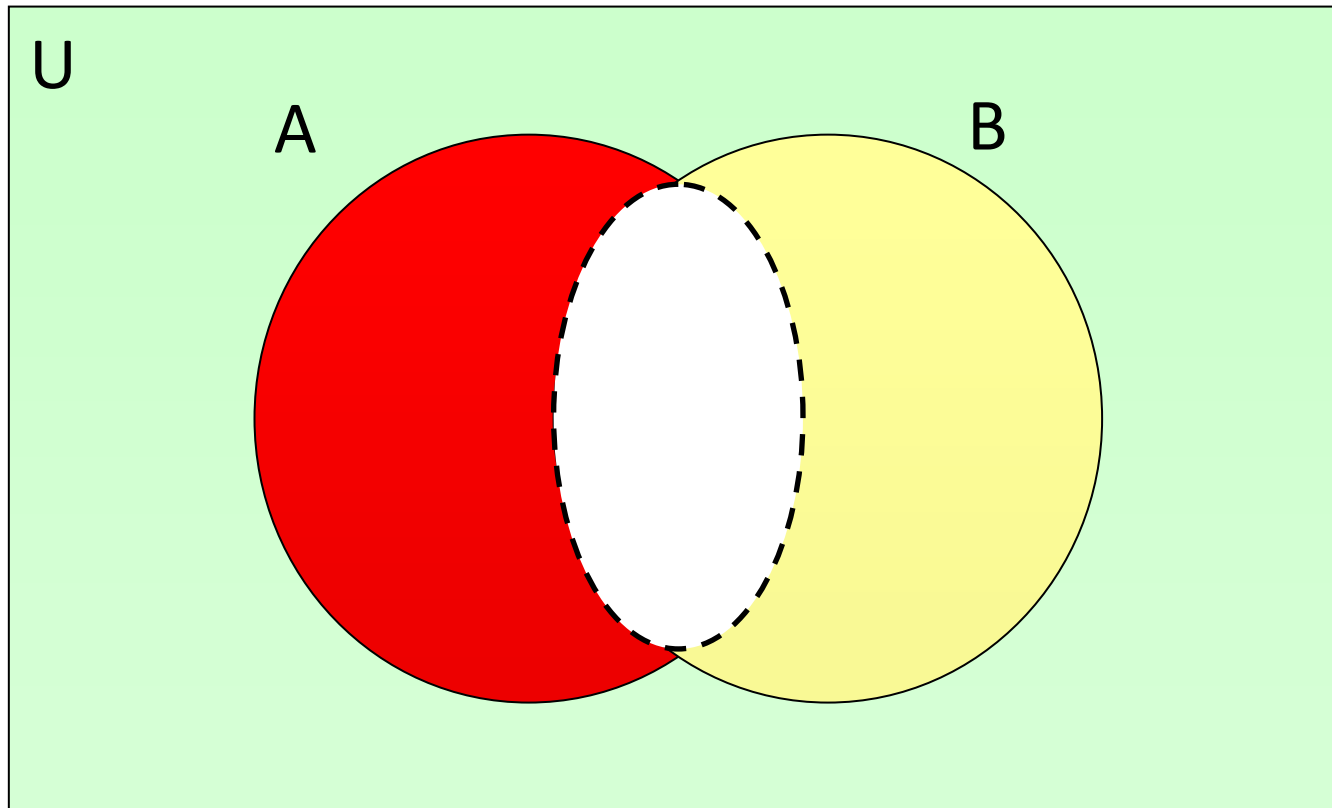
Unión, $A \cup B$, Ocorre siempre que el resultado pertenezca a A o B o los dos.

Complementación, A^C , Sucede siempre cuando el resultado no pertenece a A.

5.9 Si el suceso $A \cap B^C$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso:

- a) A ha ocurrido.
- b) B ha ocurrido.
- c) $A \cup B$ no ha ocurrido.

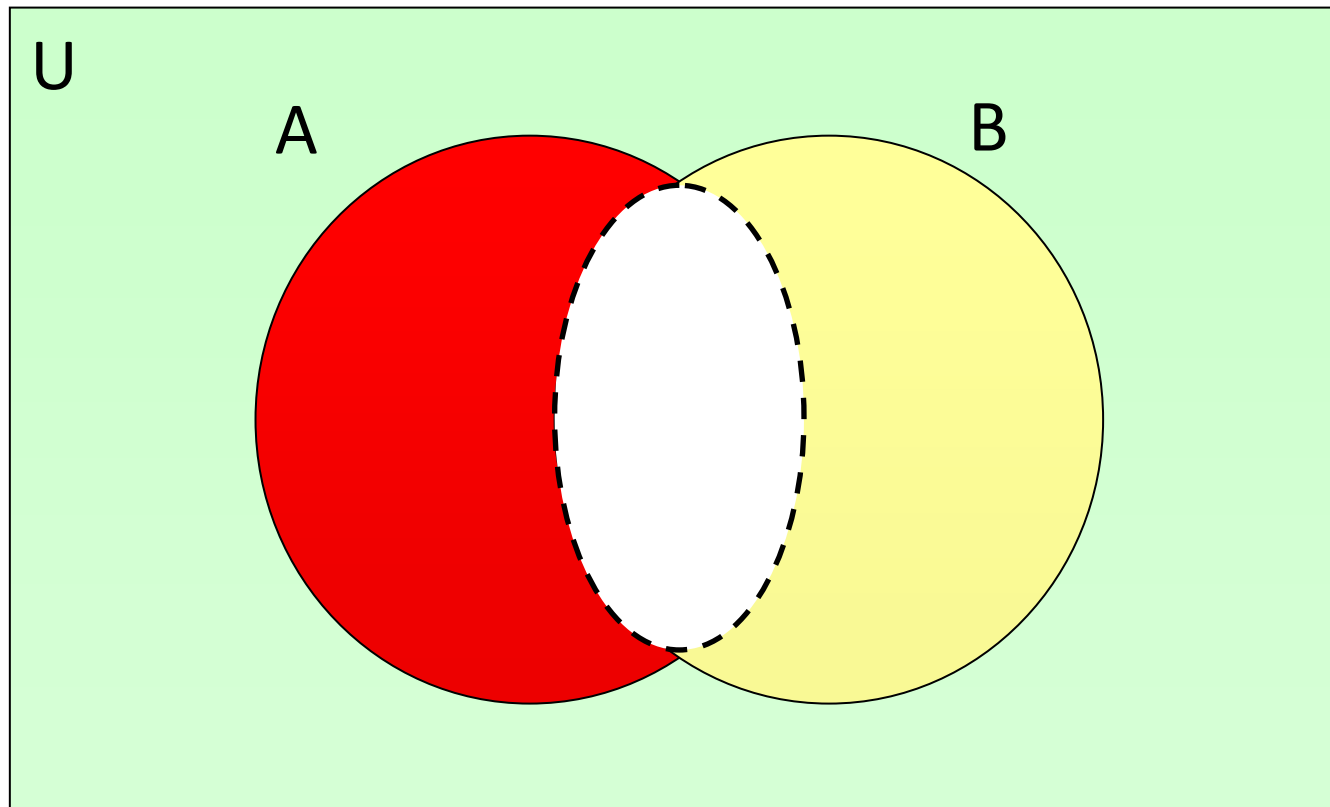
Si el suceso $A \cap B^c$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso A ha ocurrido



5.10 Si el suceso $A^C \cap B^C$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso

- a) $A \cap B^C$ ha ocurrido.
- b) $A \cap B$ ha ocurrido.
- c) $A \cup B$ no ha ocurrido.

Si el suceso $A^C \cap B^C$ ha ocurrido, se puede asegurar que el suceso $A \cup B$ no ha ocurrido. Llegamos a esta conclusión aplicando las leyes de Morgan.



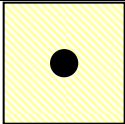
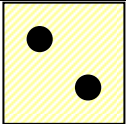
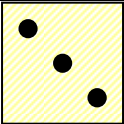
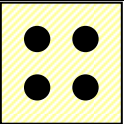
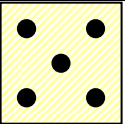
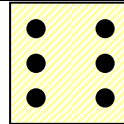
5.11 Lanzamos una moneda dos veces consecutivas. Consideramos el espacio de posibilidades formado por los cuatro casos $\Omega = \{\text{☺☺}, \text{☺+}, \text{+☺}, \text{++}\}$. Sea A el suceso “el primer resultado es cara” y B el suceso “el segundo resultado es cara”, entonces el suceso $A \cup B$ es igual a:

- a) “Ambos resultados son cara”.
- b) “Al menos un resultado es cara”.
- c) “Más de un resultado es cara”.

La respuesta a nos dice que “*Ambos resultados son cara*” lo que equivale a $A \cap B$.

La unión, $A \cup B$, quiere decir que el primer resultado es cara o el segundo resultado es cara, por lo tanto “*Al menos un resultado es cara*”.

5.12 Un dado está cargado de manera que al lanzarlo sus sucesos simples ocurren con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado						
Suceso						
Probabilidad	0,1	0,1	0,3	0,1	0,2	0,2

En un lanzamiento, la probabilidad de obtener más de cuatro puntos es:

a) 0,3.

b) 0,1.

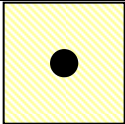
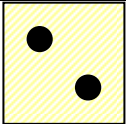
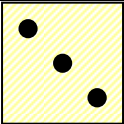
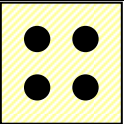
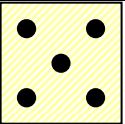
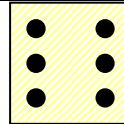
c) 0,4.

El suceso $A = \text{“obtener más de cuatro puntos”}$ es igual a:

$$A = \left\{ \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} \right\}$$

$$P(A) = P\left(\begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}\right) + P\left(\begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array}\right) = 0,2 + 0,2 = 0,4$$

5.13 Un dado está cargado de manera que al lanzarlo sus sucesos simples aparecen con las siguientes probabilidades:

Modelo no uniforme del lanzamiento del dado						
Suceso						
Probabilidad	0,2	0,2	0,1	x	0,3	0,1

La probabilidad de que aparezca  es:

- a) 0,1.
- b) No lo podemos saber, faltan datos.
- c) Es imposible que un dado tenga esas probabilidades.

$$0,2 + 0,2 + 0,1 + x + 0,3 + 0,1 = 1$$

$$x = 0,1$$

5.14 Lanzamos dos veces un dado equilibrado, la probabilidad de que un resultado sea el doble del otro es:

a) $1/6$.

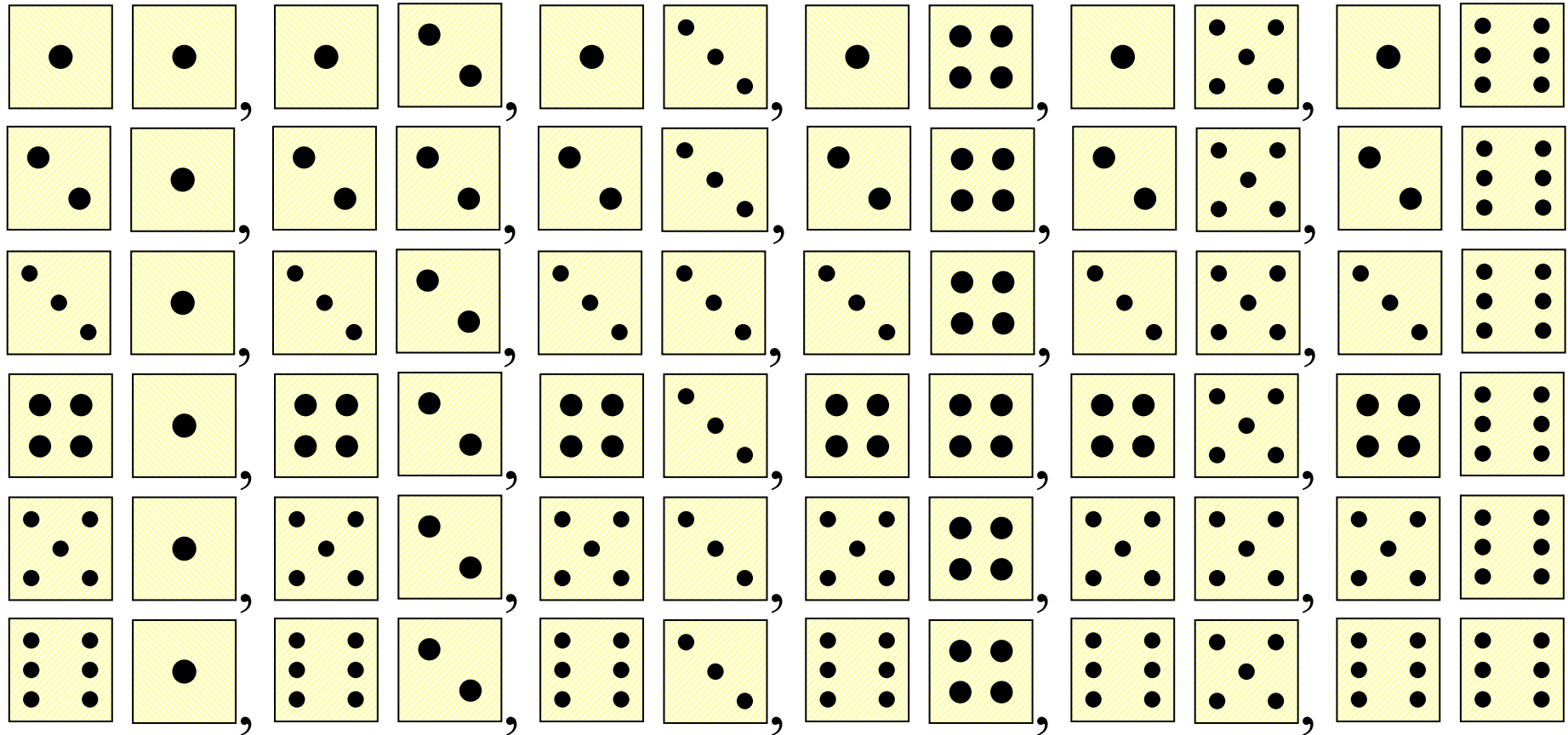
b) $2/6$.

c) $2/11$.

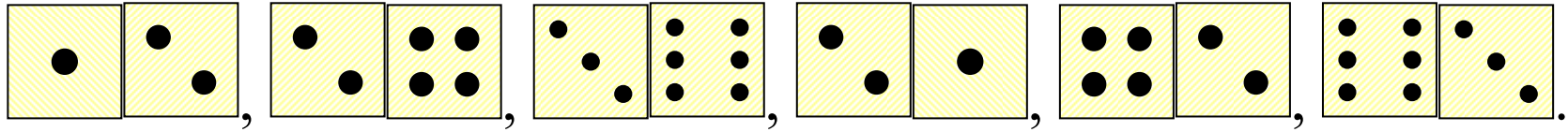
Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\textit{número de casos favorables a A}}{\textit{número de casos posibles}}$$

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Los casos favorables son 6.



La probabilidad es $P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

5.15 Lanzamos dos veces una moneda equilibrada, la probabilidad de *obtener alguna cara* es:

a) $2/4$.

b) $3/4$.

c) $2/3$.

Espacio de posibilidades formado por cuatro casos

1. 😊 😊

2. 😊 +

3. + 😊

4. + +

El suceso:

$$A = \text{“obtener alguna cara”} = \{\text{☺☺}, \text{☺+}, \text{+☺}\}.$$

Por lo tanto tenemos 3 casos favorables de los 4 posibles.

Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables a } A}{\text{número de casos posibles}} = \frac{3}{4}$$

5.16 Lanzamos tres veces una moneda equilibrada, la probabilidad de *obtener alguna cara* es:

a) $2/3$.

b) $3/4$.

c) $7/8$.

Los ocho resultados posibles son

1. ☺ ☺ ☺

2. ☺ ☺ +

3. ☺ + ☺

4. ☺ + +

5. + ☺ ☺

6. + ☺ +

7. + + ☺

8. + + +

El suceso $A =$ “obtener alguna cara” =

$\{\text{☺☺☺}, \text{☺☺+}, \text{☺+☺}, \text{☺+++}, \text{+☺☺}, \text{+☺+}, \text{+++☺}\}$

Por lo tanto tenemos 7 casos favorables de los 8 posibles.

Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\textit{número de casos favorables a } A}{\textit{número de casos posibles}} = \frac{7}{8}$$

5.17 Lanzamos tres veces una moneda equilibrada, la probabilidad de *obtener dos resultados iguales consecutivos* es:

a) $3/4$.

b) $3/8$.

c) $7/8$.

Los ocho resultados posibles son

1. ☺ ☺ ☺

2. ☺ ☺ +

3. ☺ + ☺

4. ☺ + +

5. + ☺ ☺

6. + ☺ +

7. + + ☺

8. + + +

El suceso $A =$ “*obtener dos resultados iguales consecutivos*” =

$$\{\textcircled{\smiley}, \textcircled{\smiley}\oplus, \textcircled{\smiley}\oplus\oplus, \oplus\textcircled{\smiley}\textcircled{\smiley}, \oplus\oplus\textcircled{\smiley}, \oplus\oplus\oplus\}$$

Por lo tanto tenemos 6 casos favorables de los 8 posibles.

Regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{\textit{número de casos favorables a A}}{\textit{número de casos posibles}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

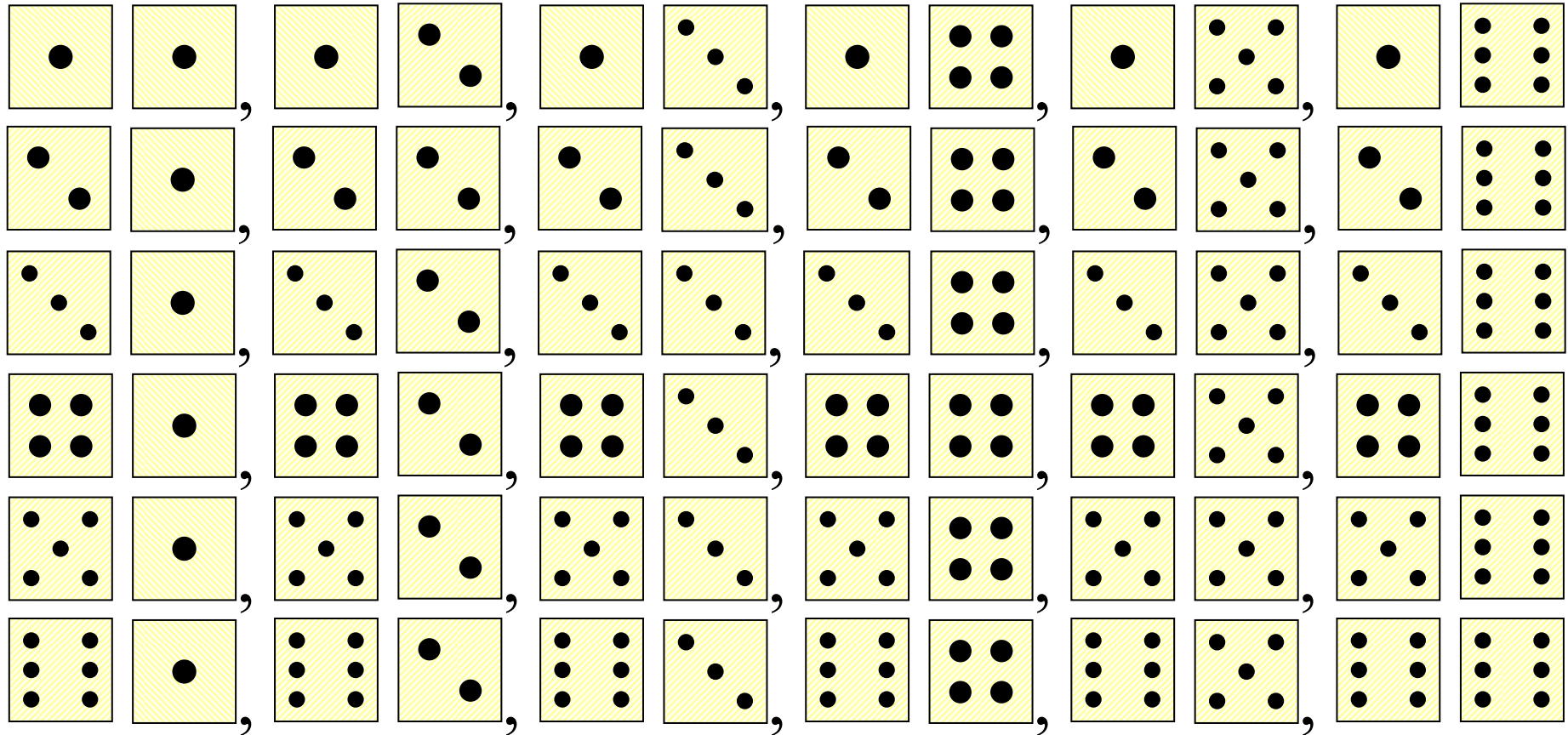
5.18 Se lanza un dado equilibrado dos veces. La probabilidad de que la suma de los resultados sea 7 es:

a) $1/6$.

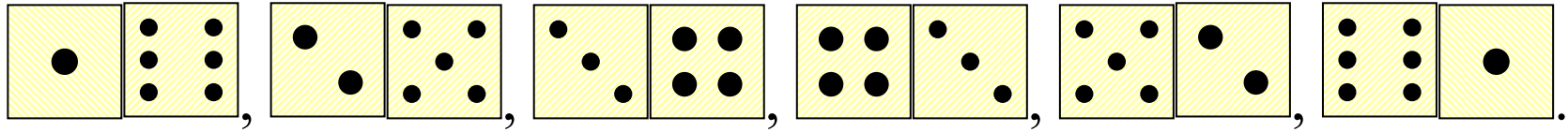
b) $7/36$.

c) $5/36$.

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Los casos favorables son 6.



La probabilidad es

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

5.19 De una urna que contiene 2 bolas azules y 3 rojas se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que alguna de las bolas sea azul es:

a) 0,5.

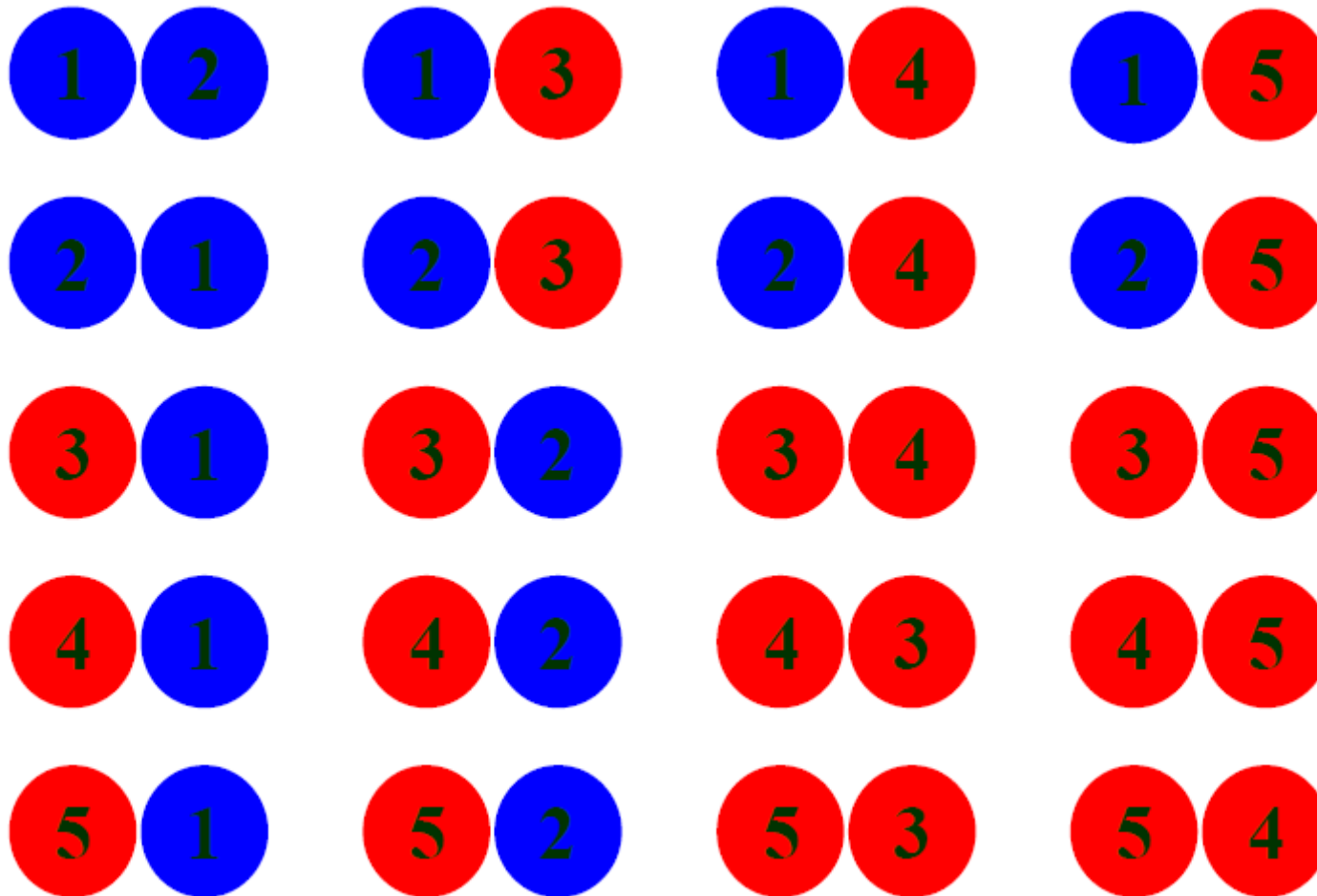
b) 0,6.

c) 0,7.

Vamos a numerar las bolas para contar



En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles:



Para saber la probabilidad de que alguna de las bolas sea azul contamos todos los pares en los que hay al menos una bola azul como casos favorables, que son 14.

La probabilidad es

$$P(A) = \frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

5.20 De una urna que contiene 3 bolas azules y 2 rojas se extraen dos bolas sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de obtener dos bolas de distinto color es:

a) $1/2$.

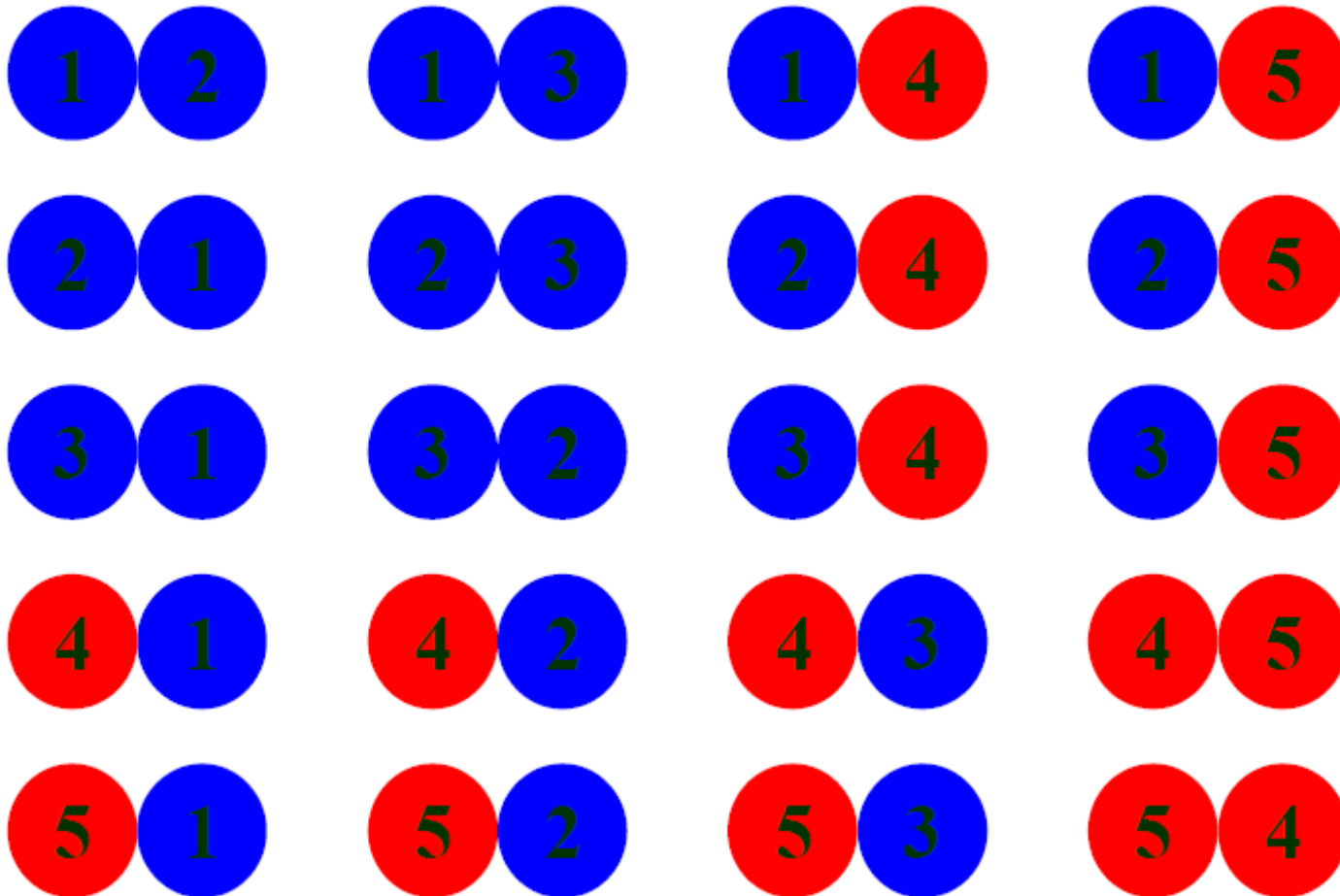
b) $3/5$.

c) $2/3$.

Vamos a numerar las bolas para contar



En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles:



Tenemos $3 \cdot 2 = 6$ casos favorables en donde la primera bola es azul y la segunda roja.



Y también tenemos $3 \cdot 2 = 6$ casos favorables en donde la primera bola es roja y la segunda azul.



Para saber la probabilidad de que alguna de las bolas sea azul contamos todos los pares en los que hay bolas de distinto color, en total son 12 casos favorables.

La probabilidad es

$$P(A) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

5.21 De una urna que contiene 2 bolas azules y 2 rojas y 1 verde se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que una de las dos bolas sea la verde es:

a) 0,8.

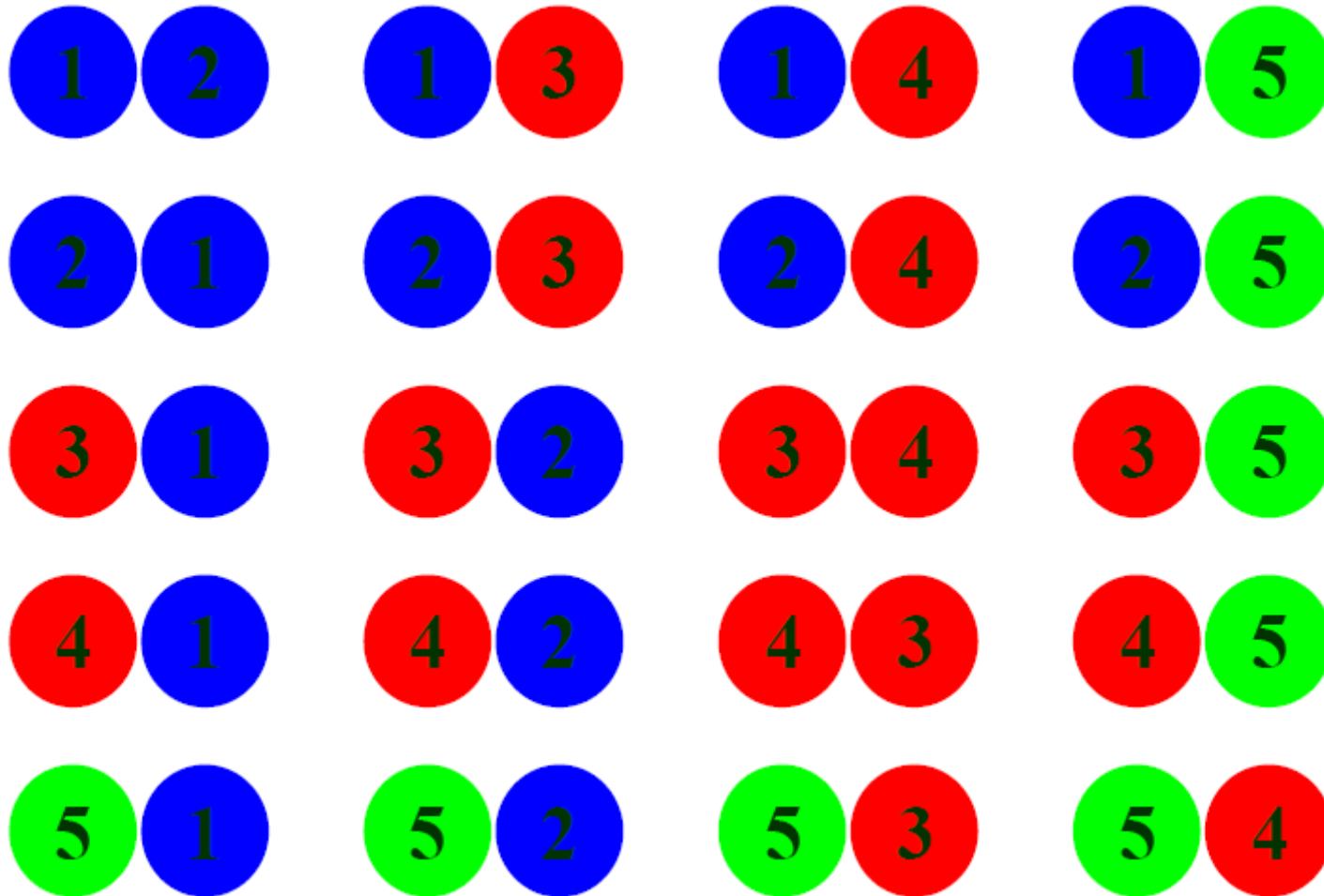
b) 0,6.

c) 0,4.

Vamos a numerar las bolas para contar



En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles:



Para seleccionar la bola verde, o bien la primera es verde y la segunda no, con lo que tenemos $1 \cdot 4 = 4$ casos favorables.



O bien la primera no es verde y la segunda sí, con lo que tenemos $1 \cdot 4 = 4$ casos favorables.



En total son 8 casos favorables y la probabilidad del suceso "la bola verde está entre las elegidas es:

La probabilidad es

$$P(A) = \frac{8}{20} = 0,4$$

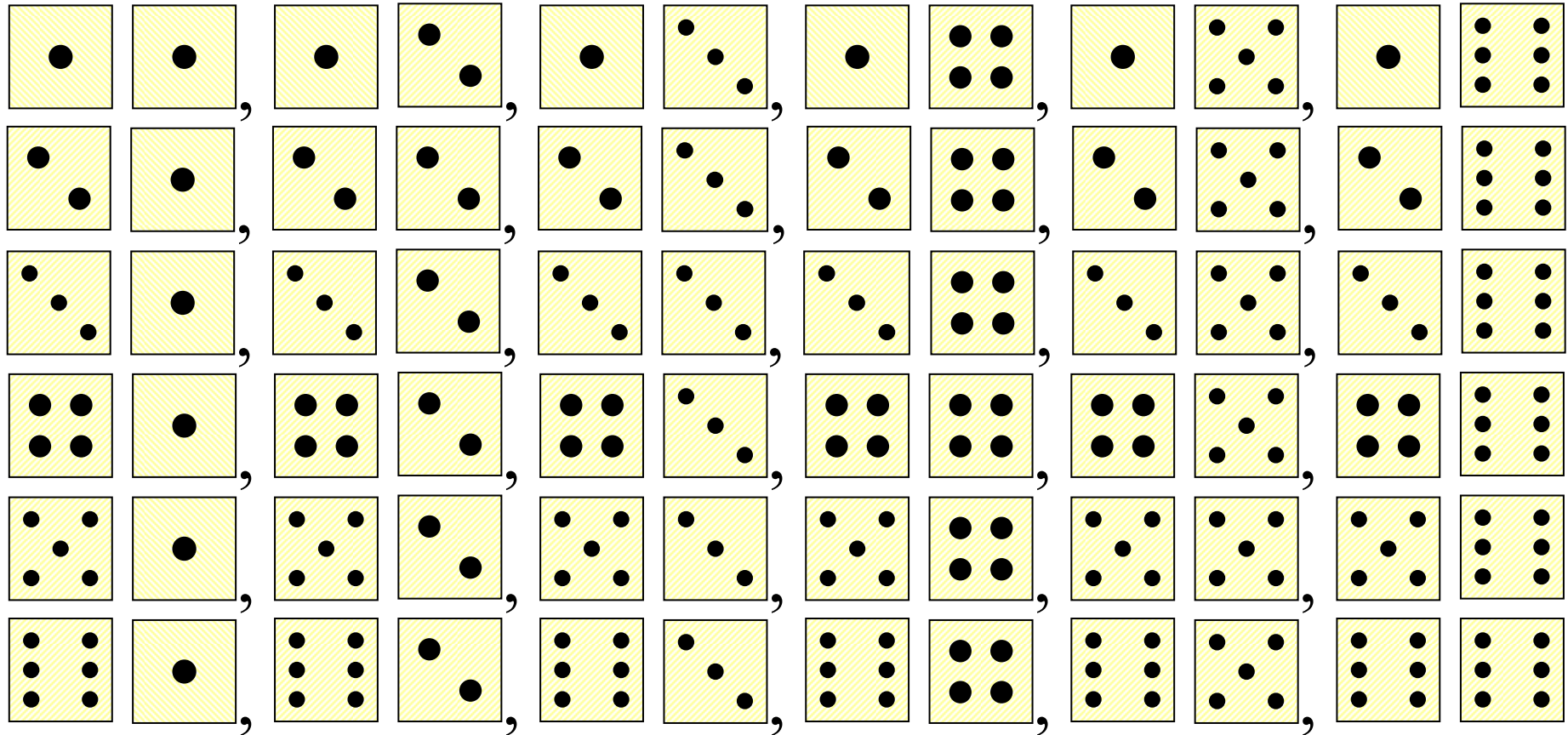
5.22 Lanzamos un dado dos veces, la probabilidad de que el primer resultado sea mayor que el segundo es igual a:

a) $5/12$.

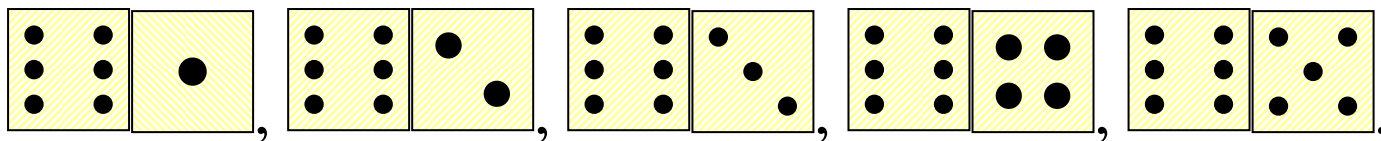
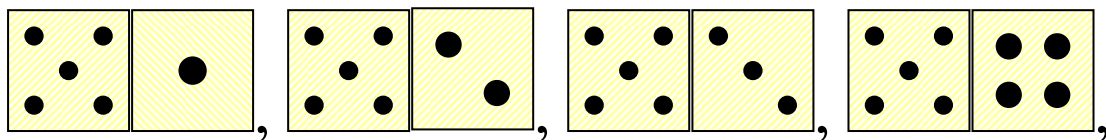
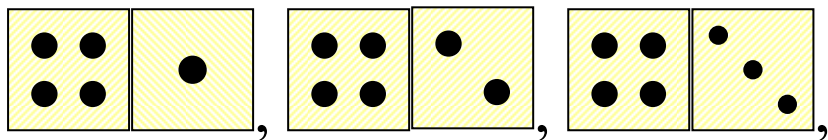
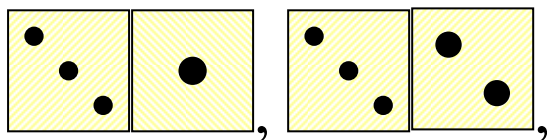
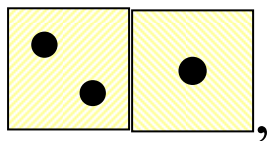
b) $1/2$.

c) $1/3$.

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Los casos favorables son 15.



La probabilidad es

$$P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

5.23 De una urna que contiene 5 bolas numeradas con los números 1, 2, 3, 4 y 5 se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que el número de la primera bola sea mayor que el de la segunda es:

- a) $9/20$.
- b) $1/2$.
- c) $11/20$.

En total tenemos $5 \cdot 4 = 20$ casos posibles:

① ②, ① ③, ① ④, ① ⑤
② ①, ② ③, ② ④, ② ⑤
③ ①, ③ ②, ③ ④, ③ ⑤
④ ①, ④ ②, ④ ③, ④ ⑤
⑤ ①, ⑤ ②, ⑤ ③, ⑤ ④

En total son 10 casos favorables y la probabilidad de que el número de la primera bola sea mayor que el de la segunda es:

② ①,
③ ①, ③ ②,
④ ①, ④ ②, ④ ③,
⑤ ①, ⑤ ②, ⑤ ③, ⑤ ④

La probabilidad es

$$P(A) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

5.24 Si $P(A) = 0,2$ y $P(A \cap B) = 0,1$, la probabilidad condicionada $P(B|A)$ es igual a:

a) 0,5.

b) 0,02.

c) 0,1.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad P(B|A) = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$$

5.25 Si $P(A) = 0,2$ y $P(B|A) = 0,6$, la probabilidad $P(A \cap B)$ es igual a:

a) 0,3.

b) 0,12.

c) 0,6.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad 0,6 = \frac{P(A \cap B)}{0,2} = 0,12$$

5.26 Si $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,4$ y $P(A|B) = 0,1$, la probabilidad condicionada $P(B|A)$ es igual a:

a) 0,5.

b) 0,2.

c) 0,1.

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

Tenemos que $P(A \cap B) = P(A|B) \cdot P(B) = 0,04$

$$P(B|A) = \frac{0,04}{0,2} = 0,2$$

5.27 Si $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,3$ y $P(A \cap B) = 0,1$, la probabilidad condicionada $P(A|B^C)$ es igual a:

1/7.

2/7.

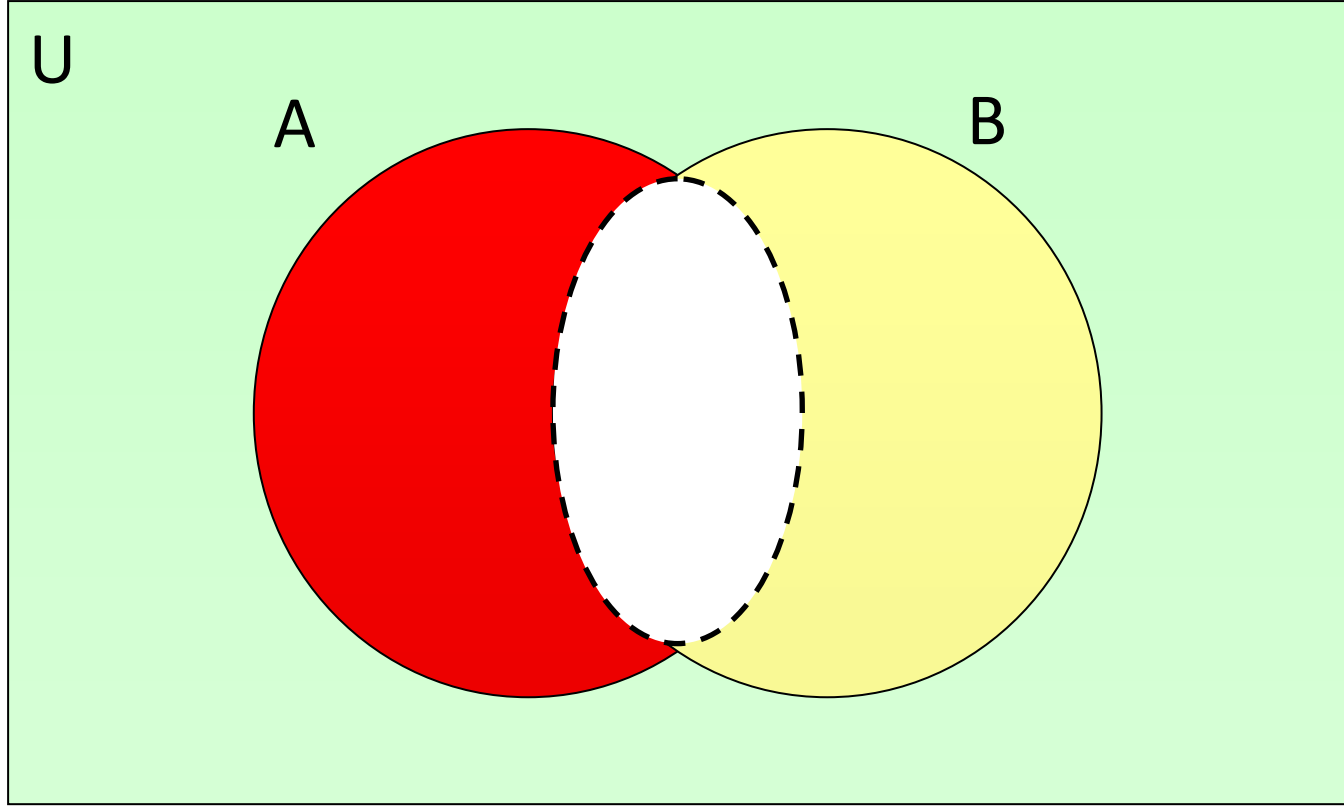
2/3.

$$P(A|B^c) = \frac{P(A \cap B^c)}{P(B^c)}$$

Tenemos que $P(B^c) = 1 - P(B) = 0,7$

$$P(A \cap B^c) = P(A) - P(A \cap B) = 0,1$$

$$P(A|B^c) = \frac{0,1}{0,7} = \frac{1}{7}$$



5.28 Lanzamos dos veces una moneda. Si sabemos que ha aparecido alguna cara, la probabilidad de que los dos resultados sean cara es:

a) $1/2$.

b) $1/3$.

c) $1/4$.

Lo resolvemos por Laplace:

Como sabemos que ha aparecido alguna cara, el espacio de posibilidades es:

1. ☺ ☺

2. ☺ +

3. + ☺

Y solo en 1 resultado han salido dos caras {☺☺}.

Por lo tanto aplicando Laplace tenemos:

$$P(2 \text{ resultados cara}) = \frac{1}{3}$$

5.29 De una urna que contiene 3 bolas azules y 2 rojas y 1 verde extraemos una bola al azar. Si sabemos que la bola extraída no es verde, la probabilidad de que sea roja es:

a) $2/5$.

b) $1/2$.

c) $3/5$.

Como sabemos que la bola no es verde el espacio de posibilidades se reduce a 5 bolas, 3 bolas azules y 2 rojas y para saber la probabilidad de que sea roja seleccionamos las 2 bolas rojas de las 5 posibles:

$$P(\textit{Sea roja}) = \frac{2}{5}$$

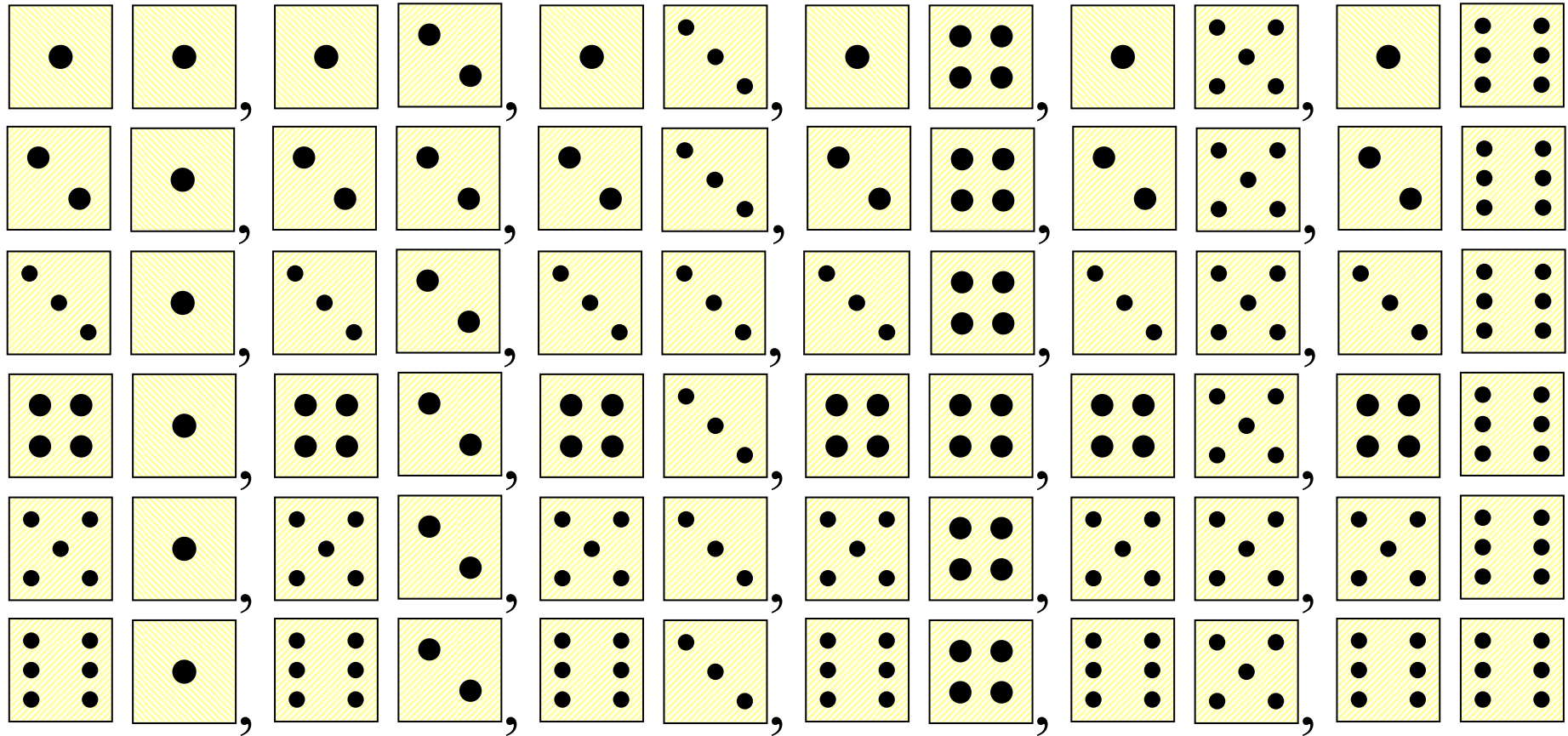
5.30 Lanzamos un dado dos veces, si el primer resultado ha sido mayor que el segundo, la probabilidad de que el primero sea un 6 es igual a:

a) $1/2$.

b) $1/3$.

c) $1/4$.

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Tenemos 15 casos totales en donde el primer resultado es mayor que el segundo. Y 5 casos favorables en donde el primer resultado es un 6.

$$P(\textit{El primero } 6) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

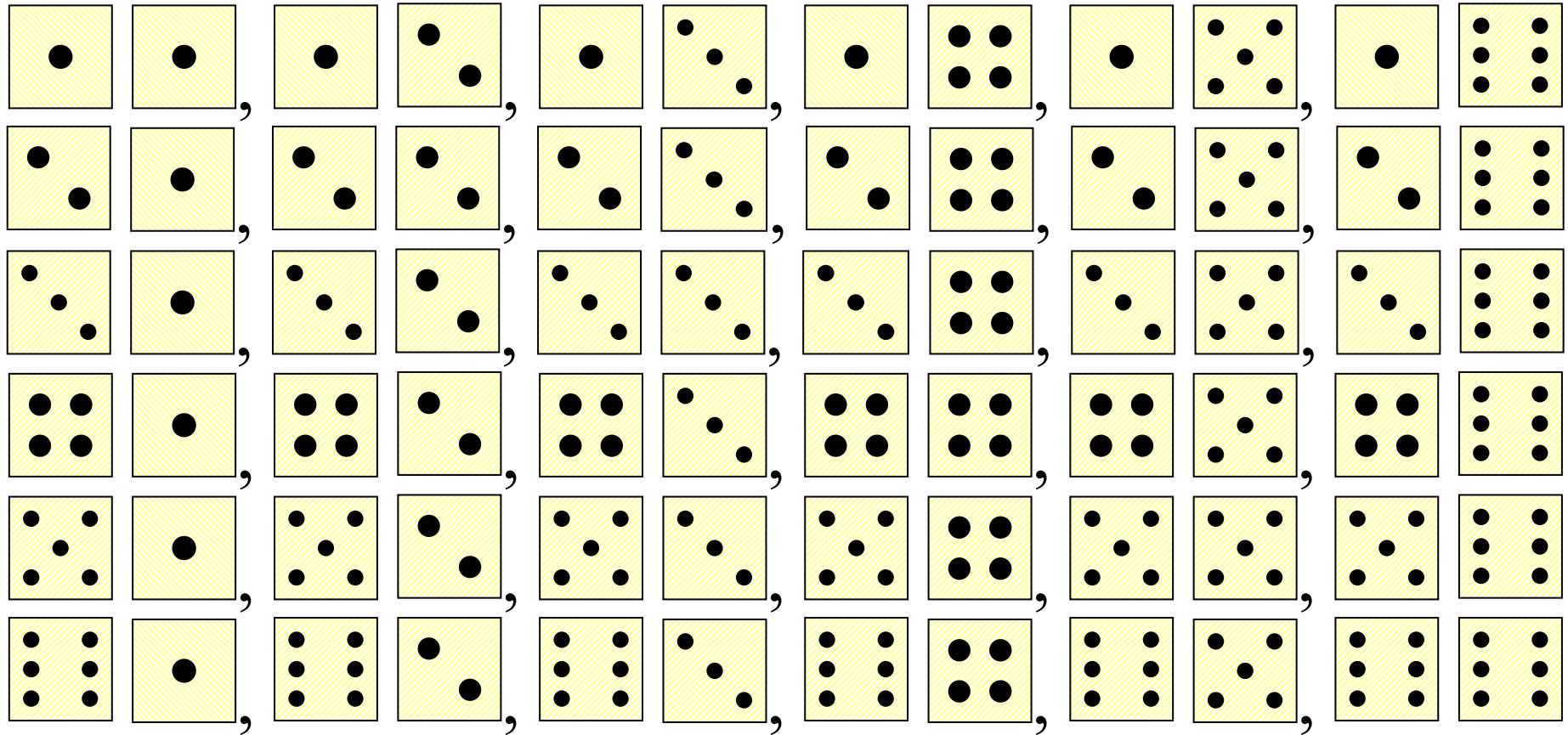
5.31 Lanzamos un dado dos veces, si la suma de los resultados es 7, la probabilidad de que el primero sea un 6 es igual a:

a) $1/5$.

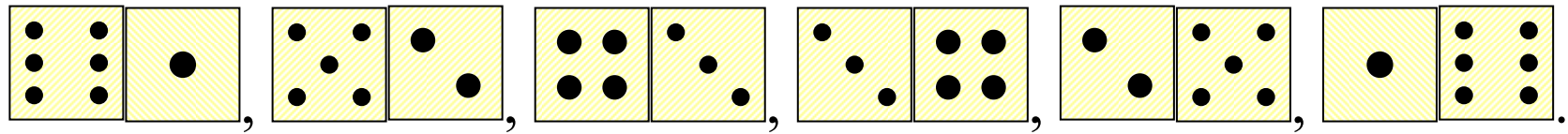
b) $1/6$.

c) $1/7$.

En total tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.



Hay 6 casos posibles en donde la suma es 7 y 1 caso favorable en donde el primer resultado sea un 6.



La probabilidad es

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

5.32 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas se extraen dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. Si la primera bola ha sido roja, la probabilidad de que la segunda bola sea azul es:

a) $1/2$.

b) 1 .

c) $4/9$.

Si sabemos que la primera bola ha sido roja nos quedan en la urna 4 bolas azules y 4 rojas en total. Y como casos favorables tenemos 4 bolas azules:

$$P(2^{\text{a}} \text{ sea azul}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas



Si la primera bola ha sido roja, tenemos:

5 1	5 2	5 3	5 4	5 6	5 7	5 8	5 9
6 1	6 2	6 3	6 4	6 5	6 7	6 8	6 9
7 1	7 2	7 3	7 4	7 5	7 6	7 8	7 9
8 1	8 2	8 3	8 4	8 5	8 6	8 7	8 9
9 1	9 2	9 3	9 4	9 5	9 6	9 7	9 8

Que son los casos totales, 40.

La probabilidad de que la segunda bola sea azul es:

Resultan 20 casos favorables.

$$P(2^{\text{a}} \text{ sea azul}) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

5.33 De una urna que contiene 2 bolas azules, 2 rojas y 2 verdes, extraemos una bola al azar. Sea A el suceso “*no es roja*” y B el suceso “*no es verde*”, la probabilidad $P(A|B)$ es igual a:

a) 0,25.

b) 0,5.

c) $1/3$.

Como nos piden $P(A|B)$ · y si sabemos que la bola “*no es verde*”, tenemos 4 casos posibles que son 2 bolas rojas y dos bolas azules.

Para los casos favorables sabemos que no son rojas y no son verdes, por lo tanto nos quedan 2 azules:

$$P(\text{NO Sea roja sabiendo que NO es verde}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

5.34 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas, se extraen dos bolas sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de que la segunda bola sea roja es:

a) $5/8$.

b) $5/9$.

c) $3/5$.

Tenemos un total de $9 \cdot 8 = 72$ para las dos bolas extraídas.

El número de casos en los que la segunda bola es roja es $8 \cdot 5 = 40$, ya que la segunda bola debe ser una de las cinco rojas, y la primera puede ser cualquiera distinta de la primera.

La probabilidad es:

$$P(2^{\text{a}} \text{ sea roja}) = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$$

5.35 De una urna que contiene 4 bolas rojas y 2 azules, extraemos una bola sucesivamente, y sin devolverla a la urna, extraemos otra bola a continuación. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

a) $4/15$.

b) $2/5$.

c) $8/15$.

Tenemos un total de $6 \cdot 5 = 30$ para las dos bolas extraídas.

Para que sean de distinto color tenemos que la primera sea roja y la segunda azul $4 \cdot 2 = 8$ o que la primera sea azul y la segunda sea roja $4 \cdot 2 = 8$ casos favorables, en total 16

La probabilidad es:

$$P(\textit{Distinto color}) = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

5.36 Las monedas M_1 y M_2 son idénticas salvo que M_1 tiene probabilidad 0,2 de salir cara, mientras que la probabilidad de salir cara al lanzar M_2 es 0,4. Elegimos una de las monedas al azar y la lanzamos, la probabilidad de que salga cara es:

- a) 0,5.
- b) 0,4.
- c) 0,3.

La probabilidad total es:

$$M_1: 0,5 \cdot 0,2 = 0,1$$

$$M_2: 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$$

$$P(C) = P(M_1) \cdot P(C|M_1) + P(M_2) \cdot P(C|M_2)$$

$$P(C) = 0,5 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,3$$

5.37 Tenemos tres urnas que contienen 3 bolas azules y 2 rojas la primera, 3 azules y 3 rojas la segunda, y 2 azules y 3 rojas la tercera. Elegimos una urna al azar y extraemos dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. La probabilidad de obtener dos bolas azules es:

a) $1/5$.

b) $2/5$.

c) $3/5$.

La probabilidad total es:

$$M_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}$$

$$M_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$$

$$M_3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10}$$

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$$

5.38 Si $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ y $P(A|B) = 0,2$, la probabilidad condicionada $P(B|A)$ es igual a:

a) 0,5.

b) 0,25.

c) 0,15.

$$P(A|B) = P(A) \frac{P(B|A)}{P(B)}$$

$$0,2 = 0,4 \cdot \frac{P(B|A)}{0,5}$$

$$P(B|A) = \frac{0,10}{0,4} = 0,25$$

5.39 Las monedas M_1 y M_2 son idénticas salvo que M_1 tiene probabilidad 0,2 de salir cara, mientras que la probabilidad de salir cara al lanzar M_2 es 0,4. Elegimos una de las monedas al azar y la lanzamos, ha salido cara, la probabilidad de que se trate de la moneda M_2 es:

a) 0,6.

b) 0,5.

c) $2/3$.

Casos favorables $P(\text{Cara } M_2) = 0,5 \cdot 0,4 = 0,2$

Casos totales $P(C) = 0,5 \cdot 0,2 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,3$

$$P(M_2|C) = \frac{0,5 \cdot 0,4}{0,3} = \frac{2}{3}$$

5.40 De una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas se extraen dos bolas, sucesivamente, sin devolver la primera a la urna. Si la segunda bola ha sido roja, la probabilidad de que la primera bola haya sido azul es:

a) $1/2$.

b) $5/8$.

c) $5/9$.

Si sabemos que la segunda bola ha sido roja nos quedan en la urna 4 bolas azules y 4 rojas en total. Y como casos favorables tenemos 4 bolas azules:

$$P(1^{\text{a}} \text{ sea azul}) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Una urna que contiene 4 bolas azules y 5 rojas



Si la segunda bola ha sido roja, tenemos:

1 5	2 5	3 5	4 5	6 5	7 5	8 5	9 5
1 6	2 6	3 6	4 6	5 6	7 6	8 6	9 6
1 7	2 7	3 7	4 7	5 7	6 7	8 7	9 7
1 8	2 8	3 8	4 8	5 8	6 8	7 8	9 8
1 9	2 9	3 9	4 9	5 9	6 9	7 9	8 9

Que son los casos totales, 40.

La probabilidad de que la primera bola sea azul es:

Resultan 20 casos favorables.

$$P(1^{\text{a}} \text{ sea azul}) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$$

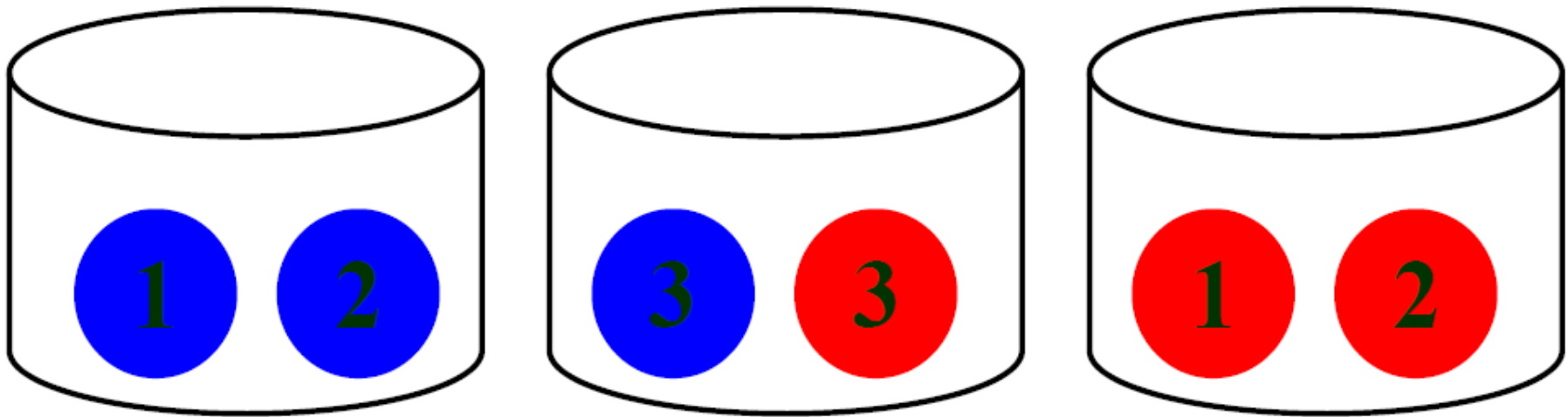
5.41 Tenemos tres urnas, la primera contiene 2 bolas azules, la segunda 1 bola azul y una roja, la tercera 2 bolas rojas. Elegimos una urna al azar y extraemos una bola. Si la bola extraída es roja, la probabilidad de que la tercera urna haya sido elegida es:

a) $1/2$.

b) $2/3$.

c) $3/4$.

Las bolas de las urnas están numeradas de la siguiente manera:



De los 3 casos 2 son favorables a que la urna elegida sea la tercera y uno a que sea la segunda.

$$P(3^{\text{a}} \text{ U}) = 2/3$$

5.42 Si $P(A) = 0,2$ y $P(A|B) = 0,2$ se cumple:

- a) Los sucesos A y B son independiente.
- b) $P(A|B) = P(B|A)$.
- c) No pueden ser iguales esas probabilidades.

5.43 Si $P(A) = P(A|B) = 0,2$ se cumple:

a) $P(B) = 0,2$.

b) $P(B) = P(B|A)$.

c) No pueden ser iguales esas probabilidades.

5.44 Si A y B son sucesos independientes, con probabilidades respectivas $P(A) = 0,2$ y $P(B) = 0,3$ la probabilidad condicionada $P(A \cap B)$ es igual a:

a) $2/3$.

b) $0,06$.

c) $0,5$.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$$

5.45 Si A y B son sucesos independientes, con probabilidades respectivas $P(A) = 0,2$ y $P(B) = 0,3$ la probabilidad condicionada $P(A|B^C)$ es igual a:

- a) 0,2.
- b) 0,06.
- c) 0,14.

Tenemos que $P(B^C) = 1 - P(B) = 0,7$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,06$$

$$P(A \cap B^C) = P(A) - P(A \cap B) = 0,14$$

$$P(A|B^C) = \frac{0,14}{0,7} = 0,2$$

Hay que tener en cuenta que $P(A|B^C) = P(A)$ que nos indica que A también es independiente de B^C .

5.46 La moneda M_1 está cargada de manera que al lanzarla sale cara con probabilidad 0,4; la moneda M_2 está cargada de manera que al lanzarla sale cara con probabilidad 0,6. Escogemos al azar una de las monedas y la lanzamos dos veces. La probabilidad de que salgan dos caras es:

a) 0,26.

b) 0,25.

c) 0,36.

Es una aplicación de la probabilidad total y de la independencia de los sucesivos resultados de lanzar la moneda.

Si la moneda elegida es M_1 , la probabilidad de obtener dos caras es:

$$P(\text{☺☺}|M_1) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$$

Si la moneda elegida es M_2 , la probabilidad de obtener dos caras es:

$$P(\text{☺☺}|M_2) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$$

Cada moneda puede ser elegida con igual probabilidad, resumiendo tenemos:

$$\begin{aligned} P(\text{☺☺}) &= P(M_1) \cdot P(\text{☺☺}|M_1) + P(M_2) \cdot P(\text{☺☺}|M_2) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,16 + \frac{1}{2} \cdot 0,36 = 0,26 \end{aligned}$$

5.47 Sobre cuál de las siguientes características tiene sentido realizar un estudio estadístico:

- a) El número de patas de las hormigas.
- b) *El grupo sanguíneo de los habitantes de Londres.*
- c) El tamaño de los planetas del sistema solar.

5.48 Sobre cuál de las siguientes características NO tiene sentido realizar un estudio estadístico:

- a) El nivel de renta de los hogares españoles.
- b) La fertilidad de los delfines.
- c) *El número de átomos de las moléculas de agua.*

5.49 Si para realizar un estudio estadístico se examinan un cierto número de individuos de una población, los individuos observados:

- a) *Constituyen una muestra de la población.*
- b) Dan lugar a un censo de la población.
- c) Han de ser elegidos con cuidadosa precisión.

5.50 En un estudio estadístico, la observación de las características de los individuos de una muestra:

- a) Da escasos indicios de las características globales del colectivo.
- b) *Permite establecer conclusiones sobre las propiedades colectivas de los miembros de la población.*
- c) Es conveniente, aunque sería preferible realizar un censo.

5.51 En un estudio estadístico, las variables estadísticas son:

- a) Los atributos o magnitudes que se observan en cada individuo.
- b) Principalmente la media y la varianza.
- c) Las frecuencias con las que aparece cada observación.

5.52 Una variable estadística que mide atributos cuyas modalidades no son numéricas se llama:

- a) Cualitativa.
- b) *Cuantitativa discreta.*
- c) Cuantitativa continua.

5.53 ¿Qué variables no toman valores numéricos que pueden ser operados conforme a las reglas de la aritmética?

- a) Las variables de intervalo.
- b) Las variables de razón.
- c) Las variables nominales.

5.54 La fecha de caducidad de un producto farmacéutico es una variable:

- a) Nominal.
- b) *Ordinal*.
- c) Cuantitativa.

5.55 El año de fabricación de un automóvil es una variable estadística:

- a) *Que se mide en escala de intervalos.*
- b) De tipo ordinal.
- c) Que se mide en escala de razón.

5.56 La latitud y el huso horario de un lugar son variables:

- a) Cuantitativa y cualitativa respectivamente.
- b) *Cuantitativas, continua y discreta respectivamente*
- c) Cuantitativa y ordinal respectivamente.

5.57 En una distribución de frecuencias relativas de una variable estadística cualitativa, la frecuencia relativa f_i de la modalidad x_i

- a) Es siempre mayor que 1.
- b) Es siempre menor o igual que 1
- c) Puede ser mayor o menor que 1 según las características de la variable estadística considerada.

5.58 En una tabla de frecuencias, el cálculo de las frecuencias acumuladas tiene sentido:

- a) En cualquier caso.
- b) *Si la variable es por lo menos ordinal.*
- c) Solo si la variable es cuantitativa.

5.59 En una tabla de frecuencia en la que aparecen las frecuencias acumuladas:

a) La suma de dicha frecuencias es 1.

b) La suma de dicha frecuencias es el número total de observaciones.

c) *La última de dicha frecuencias es 1.*

5.60 En un diagrama de sectores, que representa las frecuencias de distintas modalidades de una variable estadística, son proporcionales a cada frecuencia:

- a) Los radios y los ángulos de los sectores.
- b) *Los ángulos y las áreas de los sectores.*
- c) Los radios y las áreas de los sectores.

5.61 Para representar la distribución de una variable estadística, en un histograma se representan:

- a) Sólo las frecuencias de la variable.
- b) Sólo los valores de la variable.
- c) *Los valores de la variable y sus frecuencias.*

5.62 Para una variable estadística cuantitativa continua, la representación gráfica más adecuada de su distribución de frecuencias es:

- a) Un diagrama de sectores.
- b) *Un histograma con valores agrupados en intervalos.*
- c) Un histograma sin necesidad de agrupar los valores en intervalos.

5.63 La media aritmética de una distribución de frecuencias absolutas de una variable estadística cuantitativa:

- a) Coincide siempre con uno de los posibles valores de la variable.
- b) Nunca coincide con uno de los posibles valores de la variable.
- c) Puede coincidir o no con uno de los posibles valores de la variable

5.64 Los salarios en euros de los 6 trabajadores de un taller son

1850	1650	1980	1590	2090	1780
------	------	------	------	------	------

Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, el salario medio de los trabajadores de la empresa es

- a) 290500 pesetas.
- b) 295000 pesetas.
- c) ***305000 pesetas.***

Al cambiar la unidad de medida cambia proporcionalmente. En euros, el salario medio es

La media es:

$$\frac{1850 + 1690 + 1980 + 1590 + 2090 + 1780}{6} = \frac{10980}{6} = 1830 \text{ euros}$$

Que son $1830 \cdot (1000/6) = 305000$ pesetas.

Los salarios en pesetas son

308333	281666	330000	265000	348333	296666
--------	--------	--------	--------	--------	--------

Cuya media resulta

$$\frac{308333 + 281666 + 330000 + 265000 + 348333 + 296666}{6} = 304999,66 \text{ Pesetas.}$$

Con un pequeño error debido al redondeo.

5.65 La varianza de los salarios, en euros, de los 6 trabajadores de un taller es $s^2=28366,7$ euros². Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, la varianza de los salarios en pesetas es

a) 787963888,8.

b) 4727783,3.

c) 396345836.

La varianza cambia proporcionalmente al cuadrado de la escala. De modo que la varianza equivale a:

$$28366,7 \cdot \left(\frac{1000}{6}\right)^2 = 787963888,8 \text{ pesetas}^2.$$

Los 6 salarios en euros de la cuestión anterior dan como valor de la varianza $s^2=28366,7 \text{ euros}^2$.

Los seis salarios, en pesetas, proporcionan una varianza de 787761481 pesetas² al calcular

$$\frac{308333^2 + 281666^2 + 330000^2 + 265000^2 + 348333^2 + 296666^2}{6} - 305000^2$$

5.66 La desviación típica de los salarios, en euros, de los 6 trabajadores de un taller es $s = 168,42$ euros. Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, la desviación típica de los salarios en pesetas es

a) 32600.

b) 28070.

c) 24480.

La desviación típica cambia proporcionalmente al factor escala. Luego la desviación típica en pesetas es

$$168,42 \cdot \left(\frac{1000}{6} \right) = 28070 \text{ Pesetas.}$$

La raíz cuadrada de la varianza de los salarios en pesetas, calculada en la cuestión anterior, da 28067 pesetas.

5.67 El coeficiente de variación de los salarios, en euros, de los 6 trabajadores de un taller es del 0,092. Como 6 euros son 1000 de las antiguas pesetas, el coeficiente de variación de los salarios en pesetas es:

a) 15.33.

b) 0.092.

c) 1.533.

5.68 La media aritmética y la varianza de una serie de longitudes de tornillos, medidas en milímetros, son $\bar{x} = 17$ y $s^2 = 3,2$. Si se miden en centímetros, la media y la varianza serán

a) $\bar{x} = 1,7$ y $s^2 = 0,032$.

b) $\bar{x} = 1,7$ y $s^2 = 0,32$.

c) $\bar{x} = 170$ y $s^2 = 32$.

Un centímetro son 10 milímetros, de modo que la escala se divide por 10. Ello supone dividir la media por 10 y la varianza por 100.

5.69 En una población, la temperatura máxima diaria, medida en grados centígrados, durante los últimos 36 días ha tenido un coeficiente de variación de 7,5%. Si la temperatura se hubiese medido en grados Fahrenheit, relacionados con los grados centígrados por $F = 9/5 C + 32$, el coeficiente de variación de los 36 datos sería

a) 7,5%.

b) 13,5%.

c) *No hay datos suficientes para saberlo.*

La relación entre las desviaciones típicas, en grados Fahrenheit y en grados centígrados es $s_F = 9/5 s_C$. Por otro lado la media en grados Fahrenheit se obtiene mediante la expresión:

$$\bar{x}_F = 9/5 \bar{x}_C + 32$$

A partir de la media \bar{x}_C en grados centígrados.

El coeficiente de variación en grados Fahrenheit:

$$\frac{s_F}{\bar{x}_F} = \frac{9/5 s_C}{9/5 \bar{x}_C + 32}$$

No queda determinado por el coeficiente de variación en grados centígrados: s_C / \bar{x}_C

5.70 En una población, la temperatura máxima diaria, medida en grados centígrados, durante los últimos 36 días ha tenido una media de $27,6^\circ$ y un coeficiente de variación de $7,5\%$. Si la temperatura se hubiese medido en grados Fahrenheit, relacionados con los grados centígrados por $F = 9/5 C + 32$, el coeficiente de variación de los 36 datos sería

a) ***4,56%***.

b) $13,5\%$.

c) No se puede saber.

En grados centígrados, la desviación típica de las 36 medidas es $s_C = 0,075\bar{x}_C = 2,07^\circ$

La media de los 36 datos, expresados en grados Fahrenheit, es

$$\bar{x}_F = 9/5 \bar{x}_C + 32 = 81,68 .$$

Su desviación típica $s_F = 9/5 s_C = 3,726$

Por lo tanto en grados Farenheit, el coeficiente de variación es:

$$\frac{s_F}{\bar{x}_F} = \frac{3,726}{81,68} = 0,0456$$