Centro Asociado Palma de Mallorca

Arquitectura de Ordenadores

Tutor: Antonio Rivero Cuesta

Unidad Didáctica 1

Representación de la Información y Funciones Lógicas

Tema

1

Representación de la Información

Concepto de Bit

El **bit** es la unidad básica de información.

En el sistema digital tiene dos valores o símbolos distintos:

- El 0.
- El 1.

La principal ventaja de un sistema de numeración basado en dos únicos símbolos distintos es su sencillez.

Una desventaja es el elevado número de unidades necesarias para representar una información real.

Representación de los Números

Sistemas Posicionales. Sistema Decimal

Los sistemas de numeración utilizados en la actualidad están basados en sistemas posicionales, siendo éstos del tipo polinomial.

Un número es una cadena de dígitos afectado cada uno de ellos por un factor que depende de la posición que ocupa dentro de la sucesión de números.

La combinación de distintos caracteres en un sistema de numeración constituye la base del mismo.

En el sistema decimal, el más extendido actualmente en nuestra cultura occidental.

Se tienen diez caracteres distintos para expresar los caracteres básicos del sistema de numeración.

TABLA 2.1

Ejemplos de diversos sistemas de numeración

Sistema	Base	Dígitos
Binario	2	0, 1
Octal	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Decimal	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Hexadecimal	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

El Valor Numérico

Se expresa:

- Por una combinación de dígitos.
- En una base de numeración dada.

Depende:

- Del valor de los dígitos o cifras que lo componen.
- De la posición de cada uno de ellos respecto del punto de referencia.

Peso

Cada posición del dígito tiene un valor denominado peso.

Aumenta de derecha a izquierda según potencias sucesivas de la base ***b*** del sistema de numeración empleado.

Dichas potencias corresponden a la posición ***i*** del dígito dentro de la sucesión.

Su valor cero es aquella posición situada en primer lugar a la izquierda de la posición de origen.

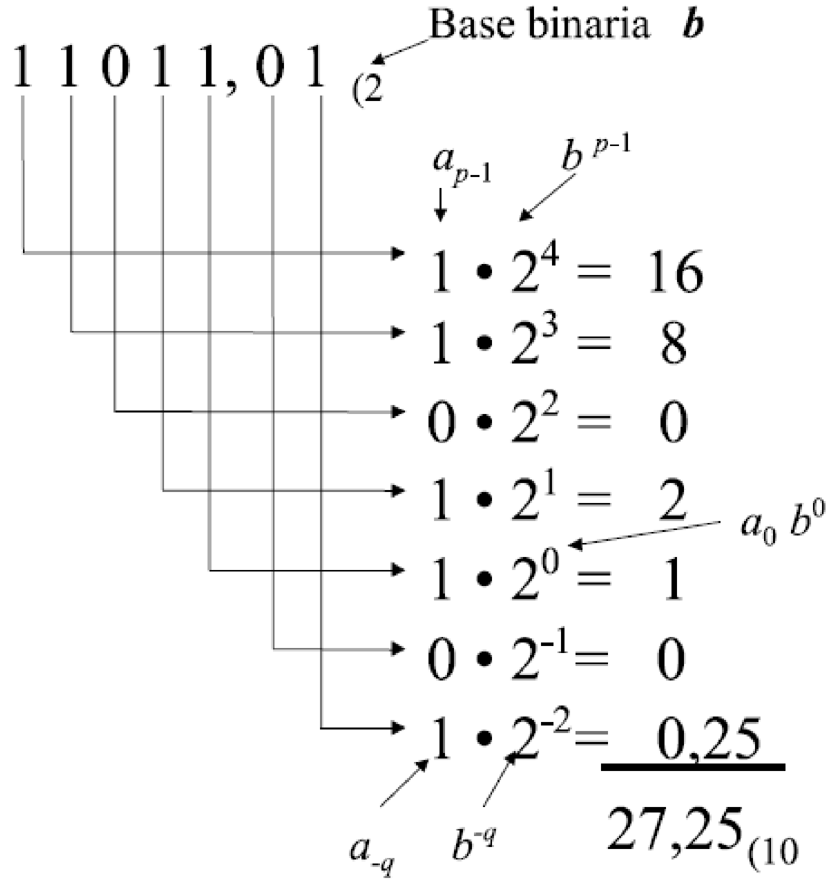
Se toman valores enteros crecientes a medida que el desplazamiento es en posiciones situadas a la izquierda o valores enteros decrecientes si el desplazamiento es a la derecha.

El valor del peso es $\boldsymbol{b^i}$.

Calcular el valor decimal del número binario:

$N_{(2} = 11011{,}01_{(2}$

$$N_{(10} = 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = 27{,}25_{(10}$$



Calcular el valor decimal del número octal $N_{(8} = 642_{(8}$

$$N_{(10} = 6 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = 384 + 32 + 2 = 418_{(10}$$

	6	4	2
8		48	416
	6	52	418

Calcular el valor decimal del número hexadecimal $N_{(16} = 170F,F_{(16}$

$$N_{(10} = 1 \cdot 16^3 + 7 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 15 \cdot 16^0 + 15 \cdot 16^{-1}$$

$$= 4096 + 1792 + 0 + 15 + 0{,}9375 = 5903{,}9375_{(10}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 7 & 0 & F, & F \\ 16 & & 16 & 368 & 5888 & \\ \hline & 1 & 23 & 368 & 5903, & 9375 \end{array}$$

Elección del Sistema de Numeración

Cuanto mayor sea la base del sistema:

- Mayor será el número de símbolos diferentes que se pueden utilizar.
- Menor el número de cifras que se necesitarán para representar un valor o cantidad.

La mayor cantidad que se puede expresar con *n* dígitos, en una base *b*, será la indicada en la expresión.

$$N_{máx\ (b} = b^n - 1$$

Cuanto menor es la base:

- Más sencillas son las reglas que se siguen para los cálculos aritméticos.
- Menos símbolos son necesarios para detectar los cambios en los circuitos electrónicos, consiguiéndose que éstos sean también más simples.

Desde el punto de vista económico, el mejor sistema de numeración será el que menos componentes precise para la representación de un número.

Si se necesitara representar d dígitos distintos en un sistema de base b mediante conmutadores, sería preciso n conmutadores de b posiciones, cumpliéndose la expresión:

$$d = b^n$$

Considerando que el coste del sistema, P, es proporcional al número de conmutadores, n, y al número de posiciones, b, de cada conmutador, se cumple la expresión:

$$P = K \cdot b \cdot n$$

De estas expresiones se obtiene:

$$P = K \cdot b \cdot \frac{\ln d}{\ln b}$$

Realizando una serie de cálculos llegamos a la conclusión que el sistema de numeración más económico es aquel cuya base es ***dos*** o ***tres***.

Teniendo en cuenta todas las consideraciones apuntadas anteriormente se concluye que el sistema binario es el más idóneo como sistema de numeración de circuitos digitales.

Conversión de Sistemas de Numeración

La conversión entre bases permite representar el mismo número en bases distintas.

Dado un número ***N*** en base b_1 expresar dicho número ***N*** en base b_2.

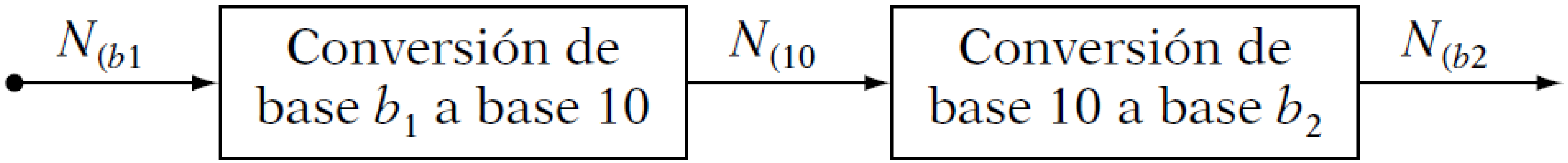


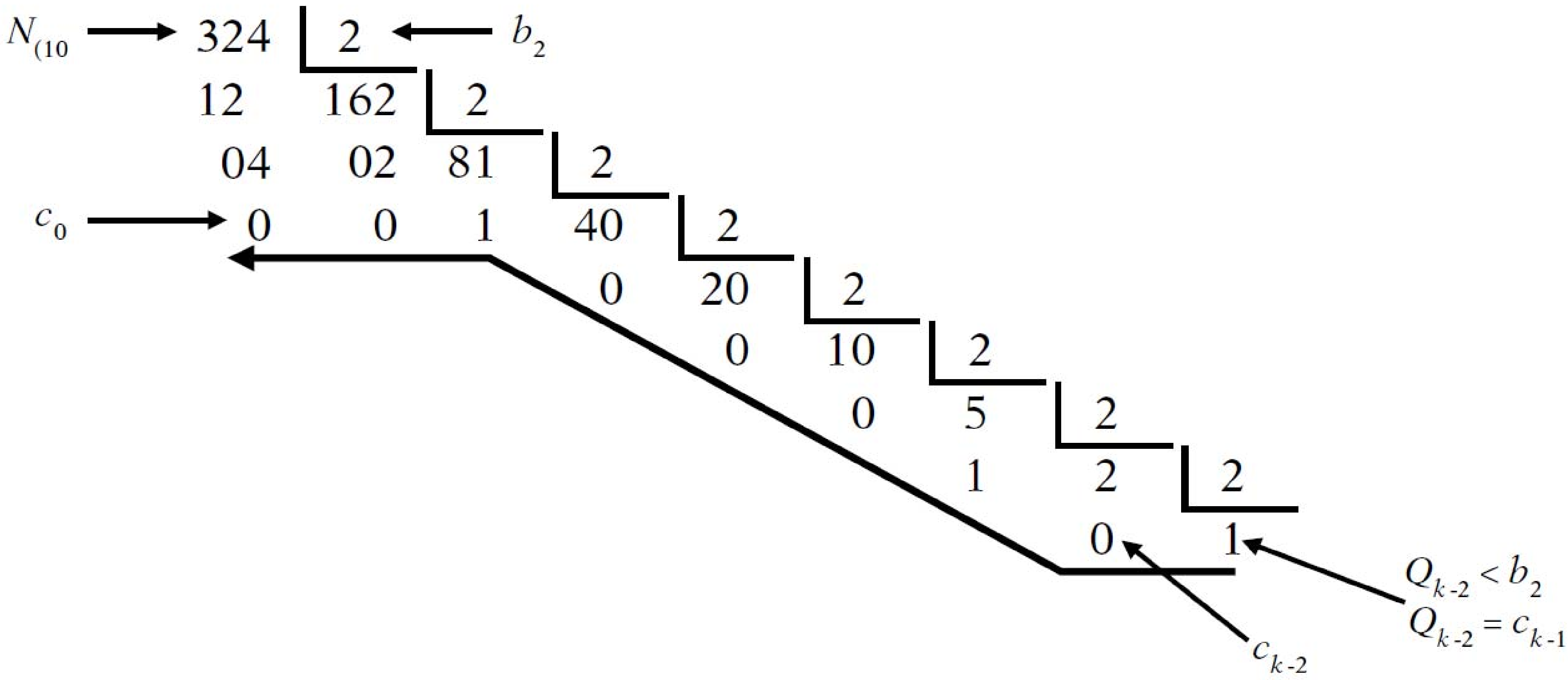
FIGURA 2.1. Pasos recomendables para la conversión entre bases.

De cualquier Base a Decimal

$$(10100)_2 = 1{\cdot}2^4 + 0{\cdot}2^3 + 1{\cdot}2^2 + 0{\cdot}2^1 + 0{\cdot}2^0 = 20.$$

	1	0	1	0	0
2		2	4	10	20
	1	2	5	10	20

De Decimal a cualquier Base



Convertir de decimal a binario el número $0{,}375_{(10}$

TABLA 2.5

Conversión del número $0{,}375_{(10}$ de decimal a binario

Operación	Parte fraccionaria R_i	Parte entera c_{-i}
$0{,}375 \cdot 2 = 0{,}75$	0,75	$c_{-1} = 0$
$0{,}75 \cdot 2 = 1{,}5$	0,5	$c_{-2} = 1$
$0{,}5 \cdot 2 = 1{,}0$	0 (Resto nulo)	$c_{-3} = 1$

El resultado obtenido es: $0{,}375_{(10} = 0{,}011_{(2}$

A continuación se realiza el mismo proceso de conversión representado de otra forma.

$$\begin{aligned} 0{,}375 \cdot 2 &= 0\ ,\ 75 \\ 0{,}75 \cdot 2 &= 1\ ,\ 5 \\ 0{,}5 \cdot 2 &= 1\ ,\ 0 \end{aligned} \quad \downarrow$$

El resultado numérico de la conversión es igual a la serie de dígitos de la parte entera obtenida en los productos, en el orden indicado por la flecha.

Es decir $0{,}375_{(10} = 0{,}011_{(2}$

Convertir de decimal a octal el número $0{,}176_{(10}$

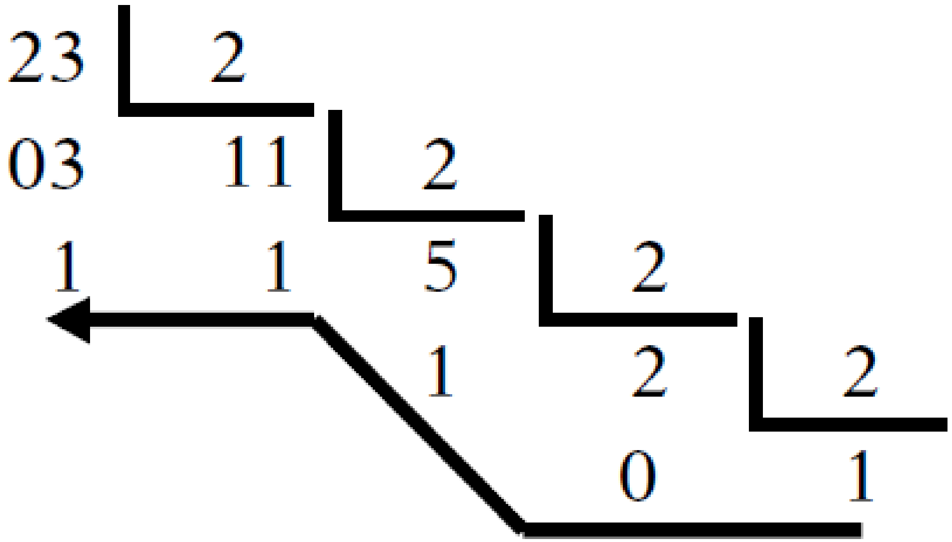
$$
\begin{aligned}
0{,}176 \cdot 8 &= 1\,,\,408 \\
0{,}408 \cdot 8 &= 3\,,\,264 \\
0{,}264 \cdot 8 &= 2\,,\,112 \\
0{,}112 \cdot 8 &= 0\,,\,896 \\
0{,}896 \cdot 8 &= 7\,,\,168 \\
0{,}168 \cdot 8 &= 1\,,\,344 \\
0{,}344 \cdot 8 &= 2\,,\,752 \\
0{,}752 \cdot 8 &= 6\,,\,016
\end{aligned}
$$

La parte fraccionaria del resultado obtenido tiene infinitos dígitos, por lo que se finaliza la conversión una vez que se alcanza la precisión deseada.

El resultado es: $0{,}176_{(10} = 0{,}13207126\ldots_{(8}$.

Convertir de decimal a binario el número $23{,}625_{(10}$.

Se convierte primero la parte entera.



La parte entera: $23_{(10} = 10111_{(2}$.

Se convierte posteriormente la parte fraccionaria.

$$
\begin{array}{r}
0{,}625 \cdot 2 = 1\ ,\ 25 \\
0{,}25 \cdot 2 = 0\ ,\ 5 \\
0{,}5 \cdot 2 = 1 \quad\quad\;
\end{array}
\quad \Big\downarrow
$$

La parte fraccionaria: $0{,}625_{(10} = 0{,}101_{(2}$.

La suma de las partes entera y fraccionaria:

$23{,}625_{(10} = 10111_{(2}. + 0{,}101_{(2} = 10111{,}101_{(2}$.

Convertir el número $121,02_{(3}$ a base nueve.

El primer paso es convertir el número a decimal.

$$1\ 2\ 1,\ 0\ 2_{(3}$$

$$
\begin{aligned}
1 \bullet 3^{2} &= 9 \\
2 \bullet 3^{1} &= 6 \\
1 \bullet 3^{0} &= 1 \\
0 \bullet 3^{-1} &= 0 \\
2 \bullet 3^{-2} &= 0,\overset{\frown}{2} \\
\hline
 & \ 16,\overset{\frown}{2}_{(10}
\end{aligned}
$$

El segundo paso consiste en representar el número decimal en base nueve.

Primero se convierte la parte entera y posteriormente la parte fraccionaria.

$$\begin{array}{r|l} 16 & 9 \\ \cline{2-2} \multicolumn{1}{r}{7} & 1 \\ \multicolumn{2}{c}{\longleftarrow} \end{array}$$

La parte fraccionaria:

$$0,\widehat{2} \cdot 9 = 1\ ,\ \widehat{9}$$
$$0,\widehat{9} \cdot 9 = 8\ ,\ \widehat{9}$$
$$0,\widehat{9} \cdot 9 = 8\ ,\ \widehat{9}$$

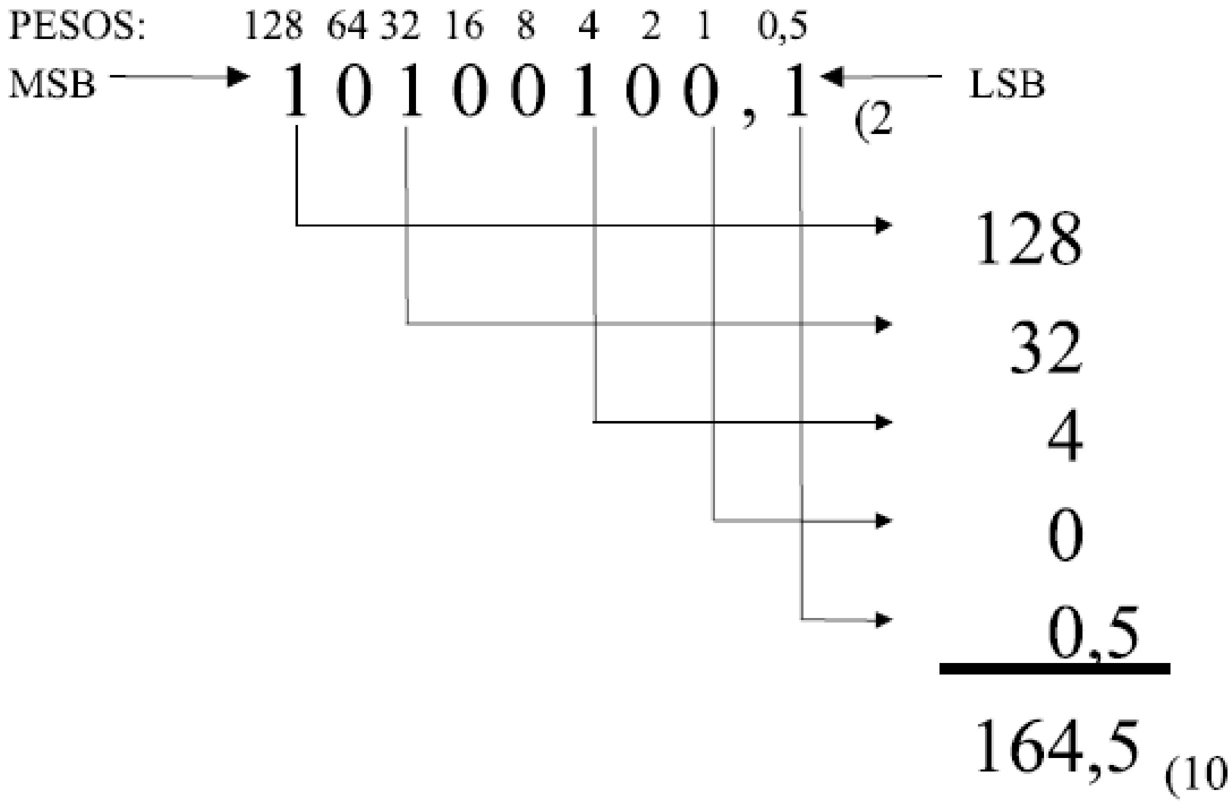
Resultado: $0,\widehat{2}_{(10} = 0,1\widehat{8}_{(9}$

El resultado final de la conversión es la suma de las partes entera y fraccionaria:

$$16,\widehat{2}_{(10} = 17_{(9} + 0,1\widehat{8}_{(9} = 17,1\widehat{8}_{(9}$$

Sistema de Numeración Binario

El sistema de numeración binario está basado en la utilización de dos símbolos distintos, el 0 y el 1, para expresar cualquier magnitud numérica.



El bit de menor peso o menos significativo se denomina LSB (Least Significant Bit).

El bit de mayor peso, o más significativo, MSB (Most Significant Bit).

TABLA 2.6

Números binarios de cuatro bits

Decimal	Binario	Decimal	Binario
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	10	1010
3	0011	11	1011
4	0100	12	1100
5	0101	13	1101
6	0110	14	1110
7	0111	15	1111

Sistema de Numeración Octal

El sistema binario resulta engorroso para el usuario por dos razones:

- Es laborioso por la gran cantidad de dígitos que emplea para expresar un valor.
- Es peligroso por la facilidad que existe de cometer un error, cuando el número está formado por muchos dígitos con sólo dos símbolos.

El uso del sistema octal, así como el hexadecimal, permite la conversión de números binarios con numerosos dígitos a una forma más compacta de la información, más sencilla y conveniente para su lectura.

Hay que tener en cuenta que este sistema es de base 8 y utiliza por tanto, ocho símbolos o guarismos diferentes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7, que pueden ser representados con un único dígito.

TABLA 2.7

Números octales y su relación con decimales y binarios

Decimal	Octal	Binario	Decimal	Octal	Binario
0	0	000	9	11	1 001
1	1	001	10	12	1 010
2	2	010	11	13	1 011
3	3	011	⋮	⋮	⋮
4	4	100	15	17	1 111
5	5	101	16	20	10 000
6	6	110	17	21	10 001
7	7	111	⋮	⋮	⋮
8	10	1 000	63	77	111 111

Este sistema presenta la ventaja de permitir una fácil conversión de binario a octal y viceversa.

Debido a que su base es potencia de dos, $2^3 = 8$, implica que cada dígito octal tiene una correspondencia con tres dígitos binarios o bits.

Para obtener la conversión de binario a octal y viceversa se realiza una partición del número binario en grupos de tres dígitos o bits, a derecha e izquierda del punto de referencia (separación de la parte entera y fraccionaria).

Cada dígito octal es igual al valor decimal de los grupos de tres bits anteriormente formados, como se aprecia en los siguientes ejercicios resueltos.

Convertir el número binario $1100101{,}011_{(2}$ a octal.

0	0	1	1	0	0	1	0	1	,	0	1	1
1			4			5			,	3		

El resultado de la conversión del número binario $1100101{,}011_{(2}$ a octal es $145{,}3_{(8}$.

Sistema de Numeración Hexadecimal

En el sistema hexadecimal, se utiliza como símbolos los diez dígitos decimales y las seis primeras letras del alfabeto (mayúsculas):

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

El uso del sistema hexadecimal permite la conversión de números binarios con numerosos dígitos a una forma más comprimida de información, simple y conveniente para su lectura.

Tabla 2.8

Números hexadecimales y su relación con decimales y binarios

Decimal	Hexadecimal	Binario	Decimal	Hexadecimal	Binario
0	0	0000	11	B	1011
1	1	0001	12	C	1100
2	2	0010	13	D	1101
3	3	0011	14	E	1110
4	4	0100	15	F	1111
5	5	0101	16	10	1 0000
6	6	0110	17	11	1 0001
7	7	0111	⋮	⋮	⋮
8	8	1000	31	1F	1 1111
9	9	1001	32	20	10 0000
10	A	1010	⋮	⋮	⋮

Para realizar la conversión de binario a hexadecimal y viceversa se realiza una partición del número binario en grupos de cuatro dígitos o bits, a derecha e izquierda de la parte entera y fraccionaria.

Cada dígito hexadecimal es igual al valor decimal de los grupos de cuatro bits anteriormente formados, como se aprecia en los siguientes problemas resueltos.

Convertir el número binario $11011001001{,}1101_{(2}$ a hexadecimal.

0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	,	1	1	0	1
6				C				9				,	D			

El resultado es $6C9{,}D_{(16}$

Al formar los grupos, si es necesario, se añaden ceros a la derecha de la parte fraccionaria o a la izquierda de la parte entera para completar un grupo de cuatro bits.

Convertir el número hexadecimal $7A5,6_{(16}$ a binario.

7				A				5				,	6			
0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	,	0	1	1	0

Convertir el número octal $37{,}6_{(8}$ a hexadecimal.

3			7			,	6		
0	1	1	1	1	1	,	1	1	0

0	0	0	1	1	1	1	1	,	1	1	0	0
1				F				,	C			

El resultado del número octal $37{,}6_{(8}$ a hexadecimal es $1F{,}C_{(16}$.

Convertir el número hexadecimal $6A,D_{(16}$ a octal.

6				A				,	D			
0	1	1	0	1	0	1	0	,	1	1	0	1

0	0	1	1	0	1	0	1	0	,	1	1	0	1	0	0
1			5			2			,	6			4		

El número hexadecimal $6A,D_{(16}$ a octal es $152,64_{(8}$.