Centro Asociado Palma de Mallorca

Exámenes Lógica y Estructuras Discretas

Tutor: Antonio Rivero Cuesta

Febrero 2013
1ª B

Lógica y Estructuras Discretas	Febrero 2013 1ª, Modelo B

Datos

X_1: $(\neg q \vee p) \wedge \neg(\neg p \rightarrow \neg q)$

X_2: $(p \vee (\neg q \wedge r)) \vee s$

X_3: $(\neg p \wedge r \wedge \neg s)$

X_4: $\neg r \wedge (r \rightarrow \neg s)$

Y_1: $\exists x\, (\neg Rxx \wedge \forall y Rxy)$

Y_2: $\forall x\, (Px \wedge Qx \rightarrow Rxx)$

Y_3: $\neg \exists x \forall y\, Rx\, f(y)$

Y_4: $\exists x \exists y (Rx\, f(y) \wedge x \neq y)$

I_1: $P_1 = \{1,2\}$ $Q_1 = \{1,3\}$

$R_1 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4)\}$

$f_1 = \{(0,0),(1,1),(2,3),(3,0),(4,3)\}$

I_2: $P_2 = \{0,1\}$ $Q_2 = \{0,1,3\}$

$R_2 = \{(0,3),(1,2)\}$

$f_2 = \{(0,0),(1,3),(2,1),(3,2),(4,4)\}$

El universo es U = $\{0,1,2,3,4\}$.

Las fórmulas lógicas se suponen interpretadas sobre U.

Observe que las funciones se han especificado como relaciones, que también lo son.

Por ejemplo, como (2,3) pertenece a f_1, resulta que $f_1(2) = 3$.

X_1: $(\neg q \vee p) \wedge \neg(\neg p \to \neg q)$;	X_3: $(\neg p \wedge r \wedge \neg s)$
X_2: $(p \vee (\neg q \wedge r)) \vee s$;	X_4: $\neg r \wedge (r \to \neg s)$

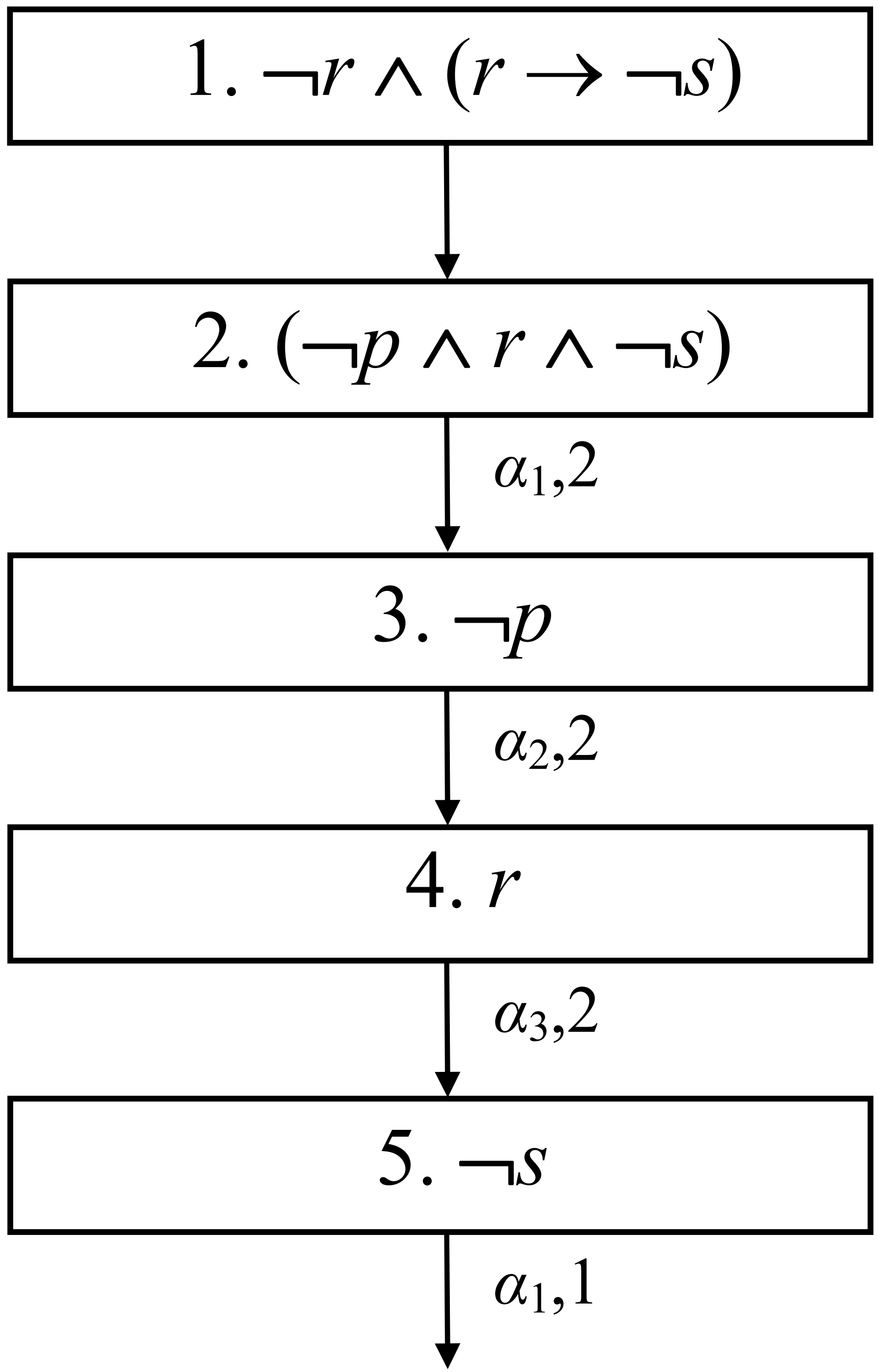
p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	$\neg q \vee p$	$\neg p \to \neg q$	$\neg(\neg p \to \neg q)$	X_1	$\neg q \wedge r$	$p \vee (\neg q \wedge r)$	X_2	X_3	$r \to \neg s$	X_4	$\neg X_3$	$\neg r \vee (\neg r \wedge \neg s)$	$\neg(X_4 \to \neg X_3)$
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0

1. X_4: $\neg r \wedge (r \rightarrow \neg s)$ Es equivalente a:

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4	$\neg r \vee (\neg r \wedge \neg s)$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0

2. Señale la consecuencia correcta: $X_4 \vDash \neg X_3$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4	$\neg X_3$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1

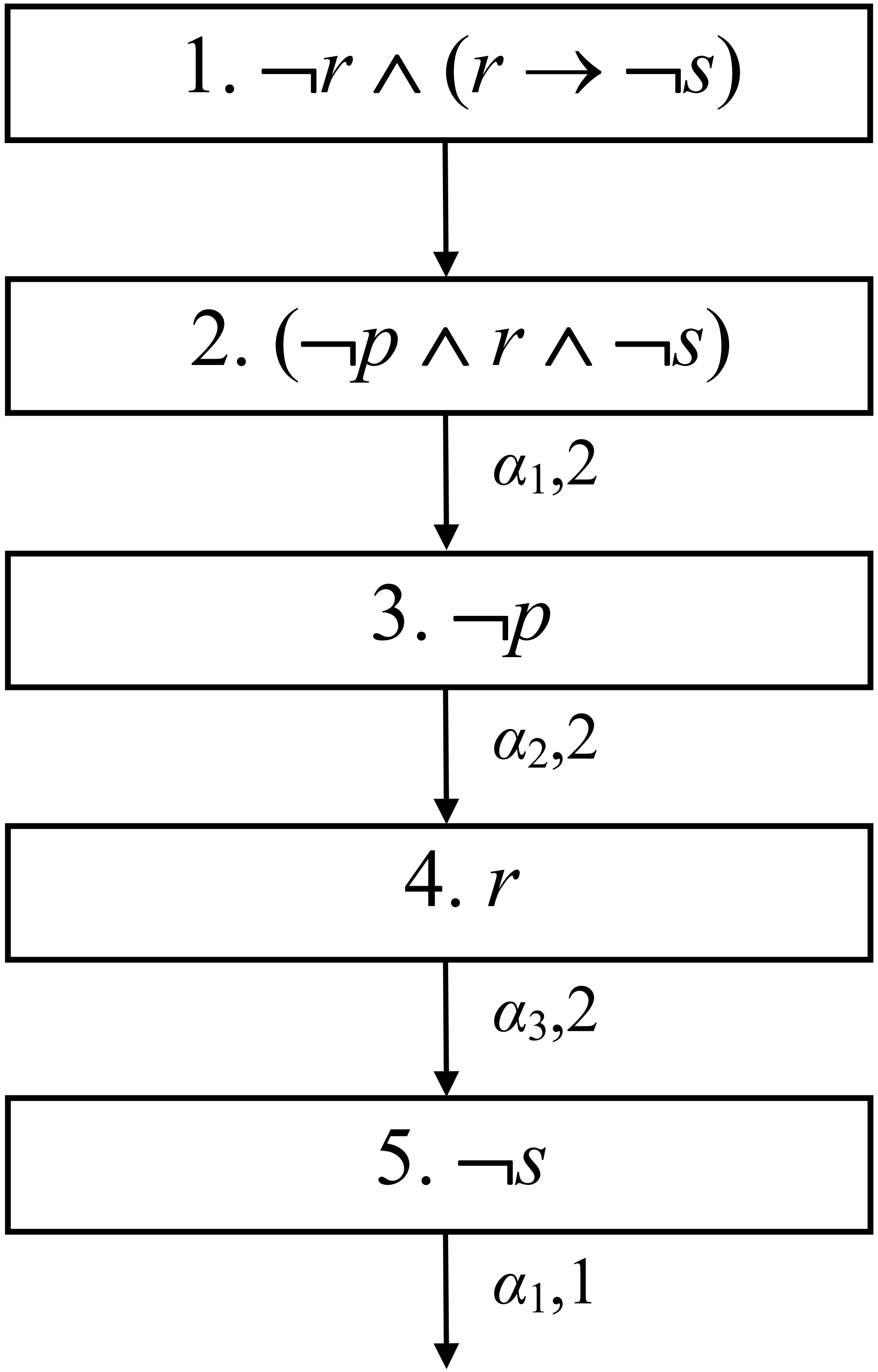


1. $\neg r \wedge (r \to \neg s)$
2. $(\neg p \wedge r \wedge \neg s)$
$\alpha_1, 2$
3. $\neg p$
$\alpha_2, 2$
4. r
$\alpha_3, 2$
5. $\neg s$
$\alpha_1, 1$

$$\begin{tikzcd} \boxed{6.\ \neg r} \arrow[d, "\alpha_2{,}1"] \\ \boxed{7.\ (r \to \neg s)} \end{tikzcd}$$

3. Señale la fórmula insatisfacible: $\neg (X_4 \rightarrow \neg X_3)$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4	$\neg(X_4 \rightarrow \neg X_3)$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0


1. $\neg r \wedge (r \rightarrow \neg s)$
2. $(\neg p \wedge r \wedge \neg s)$
α_1,2
3. $\neg p$
α_2,2
4. r
α_3,2
5. $\neg s$
α_1,1

$$
\begin{tikzcd}
\boxed{6.\ \neg r} \arrow[d, "\alpha_2{,}1"] \\
\boxed{7.\ (r \rightarrow \neg s)}
\end{tikzcd}
$$

4. I: $p = q = r = s = 1$, satisface: X_2

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0

5. Señale el conjunto satisfacible:

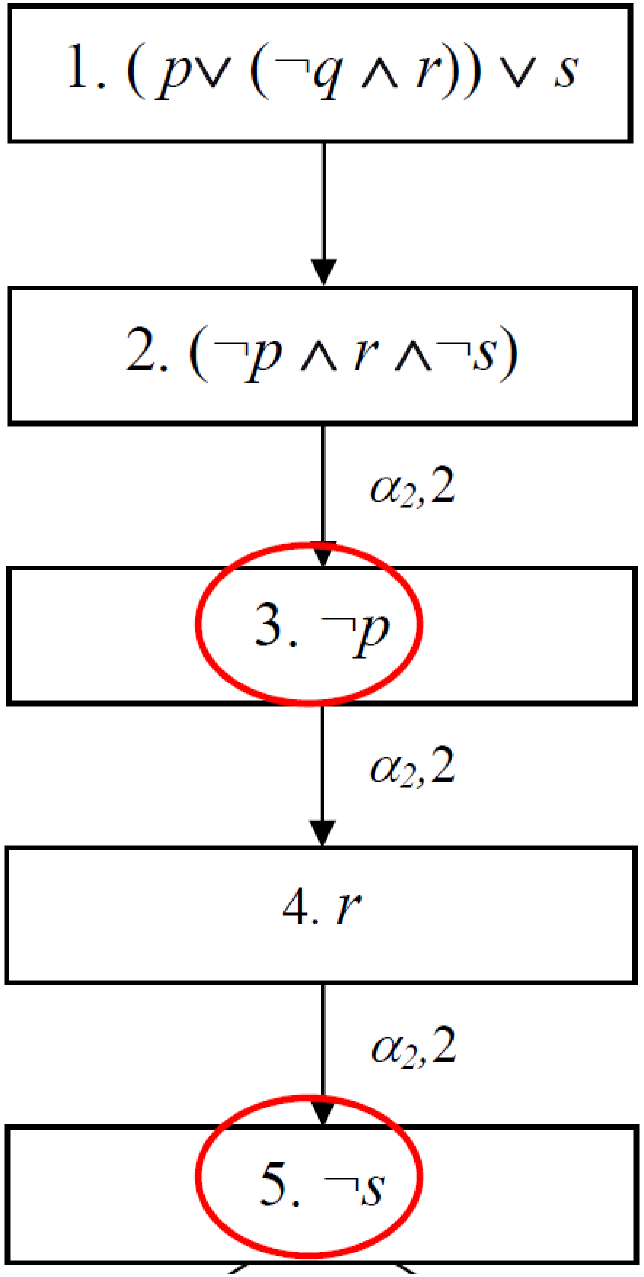
a) $\{X_1\}$

b) $\{X_3, X_4\}$

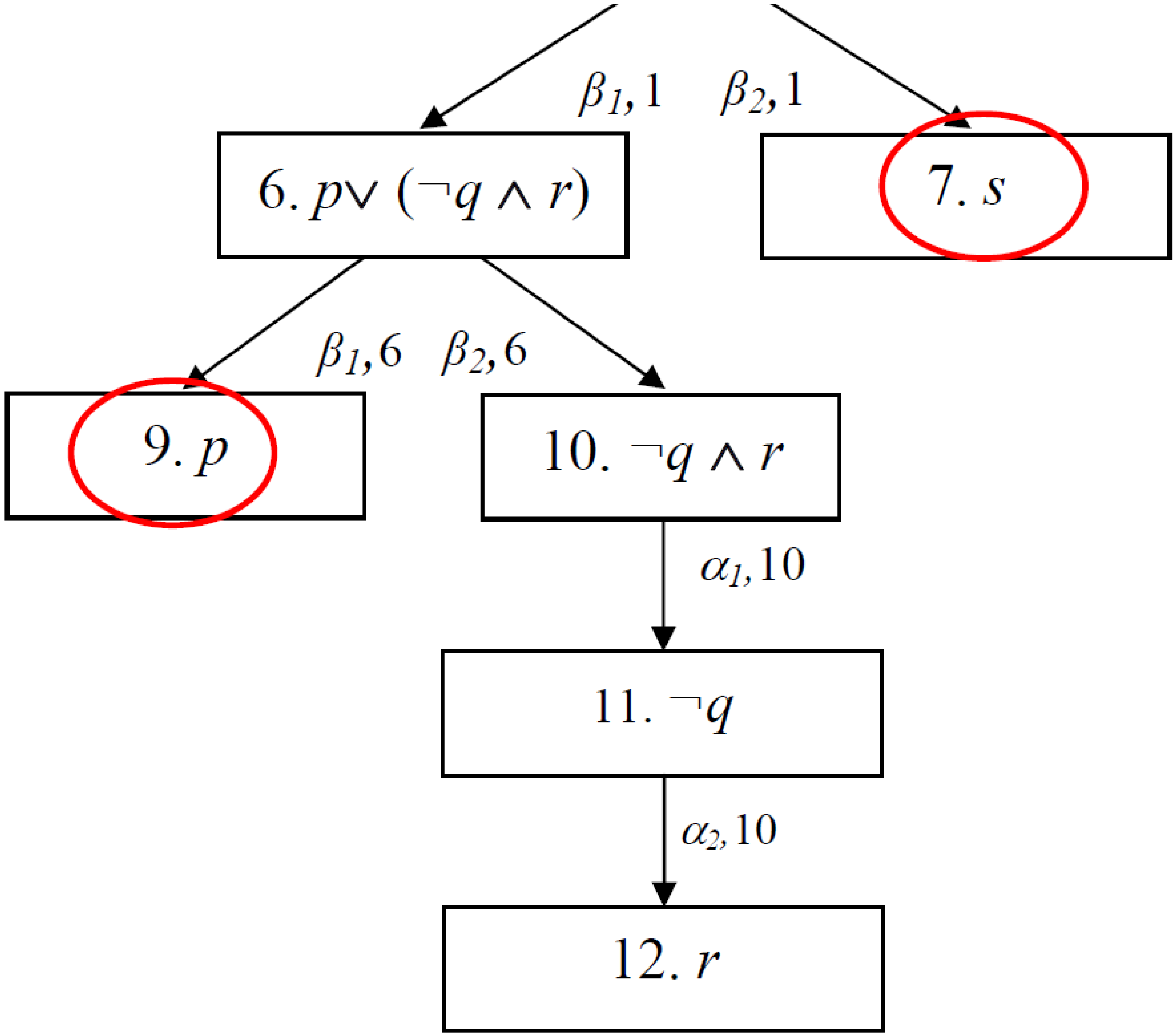
c) $\{X_2, X_3\}$

d) $\{X_2, X_3, X_4\}$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0



1. $(p \vee (\neg q \wedge r)) \vee s$
2. $(\neg p \wedge r \wedge \neg s)$
$\alpha_2, 2$
3. $\neg p$
$\alpha_2, 2$
4. r
$\alpha_2, 2$
5. $\neg s$



$\beta_1, 1$
$\beta_2, 1$
6. $p \vee (\neg q \wedge r)$
7. s
$\beta_1, 6$
$\beta_2, 6$
9. p
10. $\neg q \wedge r$
$\alpha_1, 10$
11. $\neg q$
$\alpha_2, 10$
12. r

$$Y_1: \exists x\,(\neg Rxx \wedge \forall y Rxy)$$

$$Y_2: \forall x\,(Px \wedge Qx \rightarrow Rxx)$$

$$Y_3: \neg\exists x \forall y\; Rx\, f(y)$$

$$Y_4: \exists x \exists y (Rxf(y) \wedge x \neq y)$$

6. La interpretación $\boldsymbol{I_2}$ satisface: **a** $\boldsymbol{Y_3}$ ***e*** $\boldsymbol{Y_4}$

$U = \{0,1,2,3,4\}$; I_2: $P_2 = \{0,1\}$; $Q_2 = \{0,1,3\}$

$R_2 = \{(0,3),(1,2)\}$; $f_2 = \{(0,0),(1,3),(2,1),(3,2),(4,4)\}$

U	$\neg\exists x\forall y Rxf(y)$	
0	R0..0,1,2,3,4	V
1	R1..0,1,2,3,4	V
2		V
3		V
4		V

$$U = \{0,1,2,3,4\};\ I_2\text{: } P_2 = \{0,1\};\ Q_2 = \{0,1,3\}$$

$$R_2 = \{\underset{(x,\,y)}{(0,3)},(1,2)\};\ f_2 = \{(0,0),\underset{f(1)\,=\,3}{(1,3)},(2,1),\underset{f(3)\,=\,2}{(3,2)},(4,4)\}$$

U	$\exists x \exists y(Rxf(y) \wedge x \neq y)$		
0	$R01 \wedge 0 \neq 3$	V ∧ V	V
1	$R13 \wedge 1 \neq 2$	V ∧ V	V
2			
3			
4			

7. La interpretación I_1 satisface: **a** $\boldsymbol{Y_3}$ **e** $\boldsymbol{Y_4}$

U = {0,1,2,3,4}; I_1: P_1 = {1,2} Q_1 = {1,3}
R_1 = {(0,1),(1,1),(2,3),(4,4)}
f_1= {(0,0),(1,1),(2,3),(3,0),(4,3)}

U	$\neg\exists x\forall y Rxf(y)$	
0	R0..0,1,2,3,4	V
1	R1..0,1,2,3,4	V
2	R2..0,1,2,3,4	V
3	R3..0,1,2,3,4	V
4	R4..0,1,2,3,4	V

$$U = \{0,1,2,3,4\};\ I_1\!: P_1 = \{1,2\}\ Q_1 = \{1,3\}$$

$$R_1 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4)\}$$

$$f_1 = \{(0,0),(1,1),(2,3),(3,0),(4,3)\}$$

$f(1) = 1 \quad f(2) = 3$

U	$\exists x \exists y(Rxf(y) \wedge x \neq y)$		
0	$R01 \wedge 0 \neq 1$	V ∧ V	V
1	$R11 \wedge 1 = 1$	V ∧ F	F
2	$R22 \wedge 2 \neq 3$	V ∧ V	V

8. La interpretación $\boldsymbol{I_1}$ satisface: **a $\boldsymbol{Y_2}$ *pero no a* $\boldsymbol{Y_1}$**

U = {0,1,2,3,4}; I_1: P_1 = {1,2} Q_1 = {1,3}
R_1 = {(0,1),(1,1),(2,3),(4,4)}

U	**R**	$\exists x(\neg Rxx \wedge \forall y Rxy)$	
0	**F**	V ∧ F	**F**
1	**V**	F ∧ F	**F**
2	**F**	V ∧ F	**F**
3	**F**	V ∧ F	**F**
4	**V**	F ∧ F	**F**

$U = \{0,1,2,3,4\};$

I_1: $P_1 = \{1,2\}$ $Q_1 = \{1,3\}$

$R_1 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4)\}$

U	**P**	**Q**	**R**	$\forall x\,(Px \land Qx \rightarrow Rxx)$	
0	**F**	**F**	**F**	F ∧ F→F	**V**
1	**V**	**V**	**V**	V ∧ V→V	**V**
2	**V**	**F**	**F**	V ∧ F→F	**V**
3	**F**	**V**	**F**	F ∧ V→F	**V**
4	**F**	**F**	**V**	F ∧ F→V	**V**

9. Y_2: $\forall x\,(Px \land Qx \rightarrow Rxx)$ equivale a:

$$\forall x\,(Px \land Qx \rightarrow Rxx)$$

$$\forall x\ (\neg\,(Px \land Qx) \lor Rxx)$$

$$\forall x\,\neg\,(Px \land Qx \land \neg Rxx)$$

$$\boldsymbol{\neg\exists x\,(Px \land Qx \land \neg Rxx)}$$

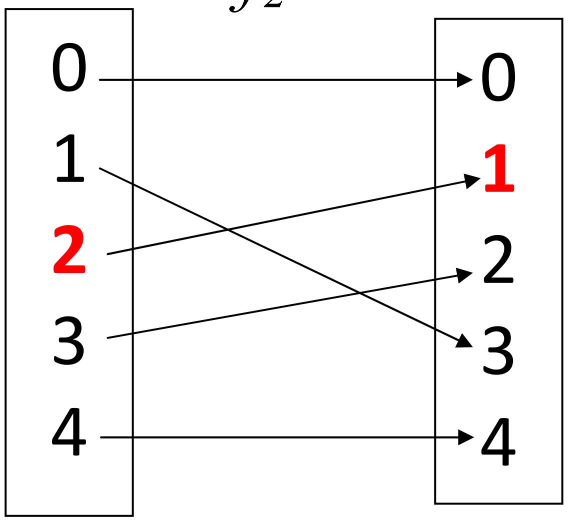
10. Sean A, B y C tres conjuntos cualesquiera. ¿A qué es igual $\sim (A \cap B) \cap C$?

$$(\sim A \cap C) \cup (\sim B \cap C)$$

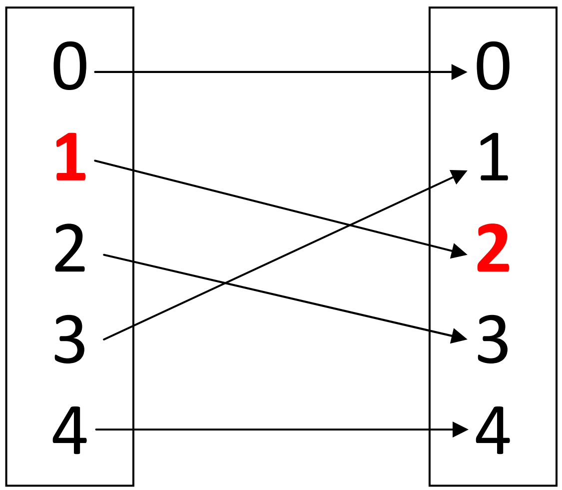
11. El resultado de $\left(f_2^{-1} \circ f_2\right)(2)$ es: 2.

$$f_2 = \{(0,0),(1,3),(2,1),(3,2),(4,4)\}$$

f_2



f_2^{-1}



12. ¿De qué propiedades carece la relación:

$R_1 \cup R_2 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4),(0,3),(1,2)\}$

Para ser un orden parcial débil?

Una relación es un ***orden parcial débil*** *si es:*

- reflexiva
- antisimétrica
- transitiva.

$$R_1 \cup R_2 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4),(0,3),(1,2)\}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Le falta ser reflexiva y transitiva.

13. La relación

$R_1 \cup R_2 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4),(0,3),(1,2)\}$

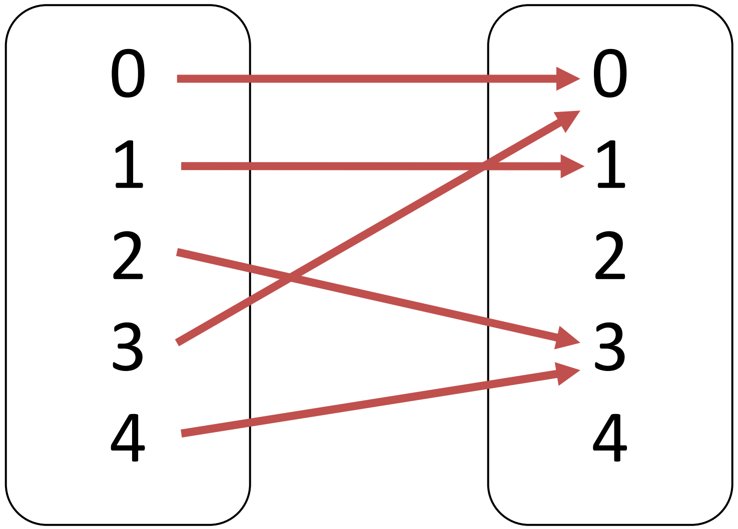
es:

Antisimétrica

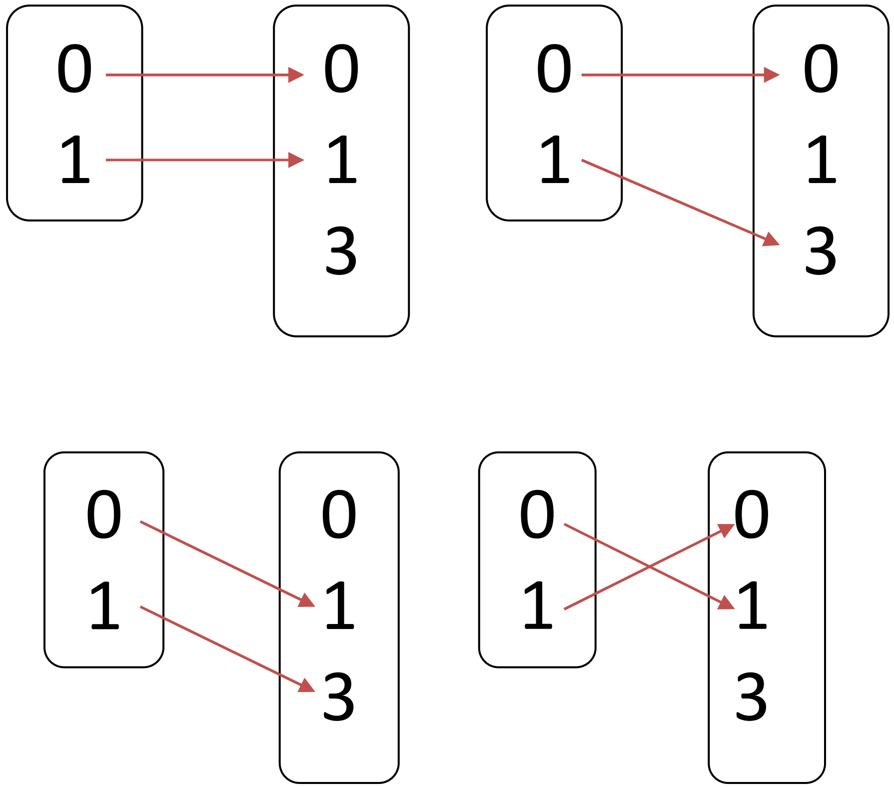
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

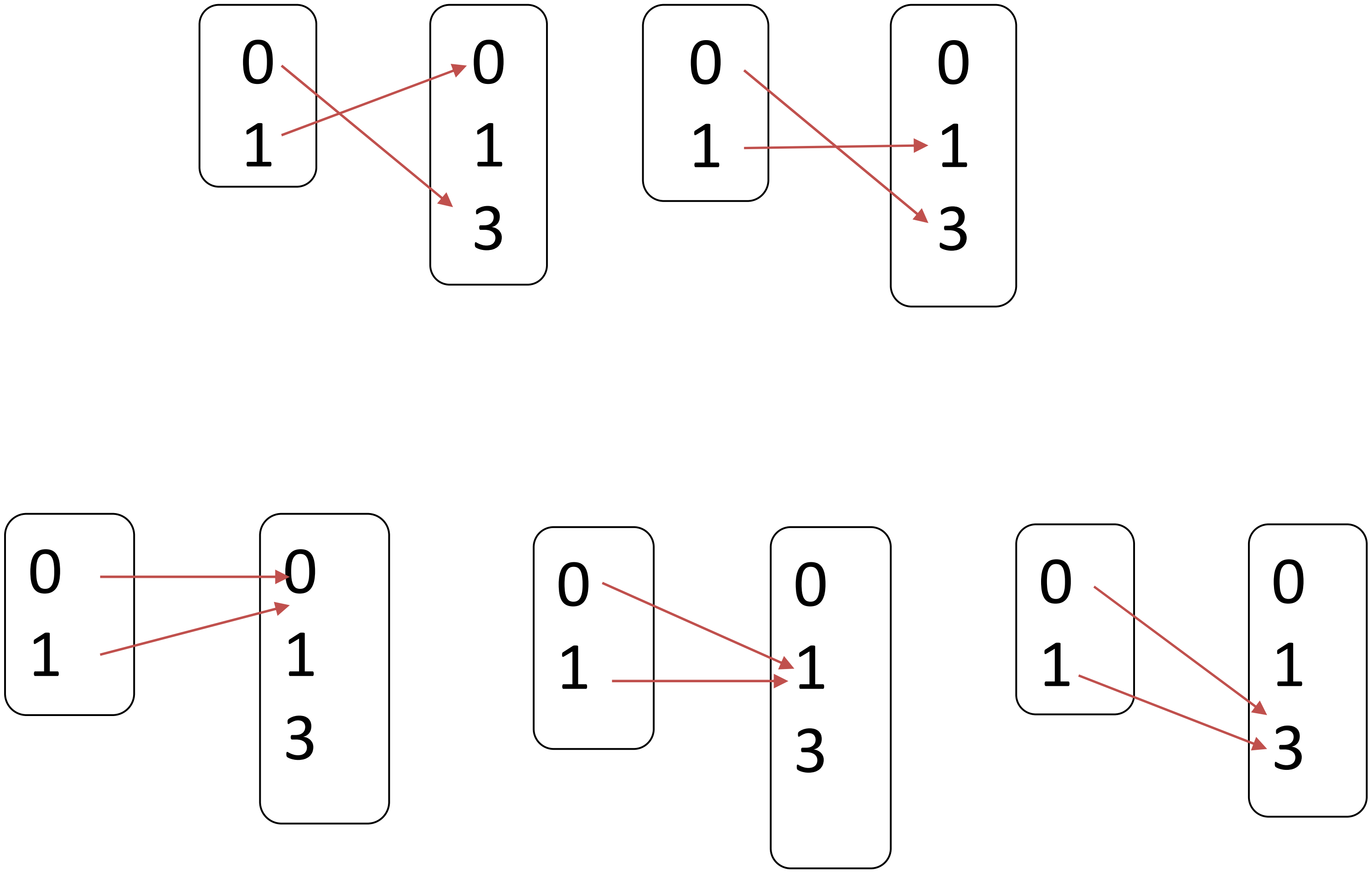
14. La función f_1 es: Ni inyectiva ni sobreyectiva.

$$f_1 = \{(0,0),(1,1),(2,3),(3,0),(4,3)\}$$



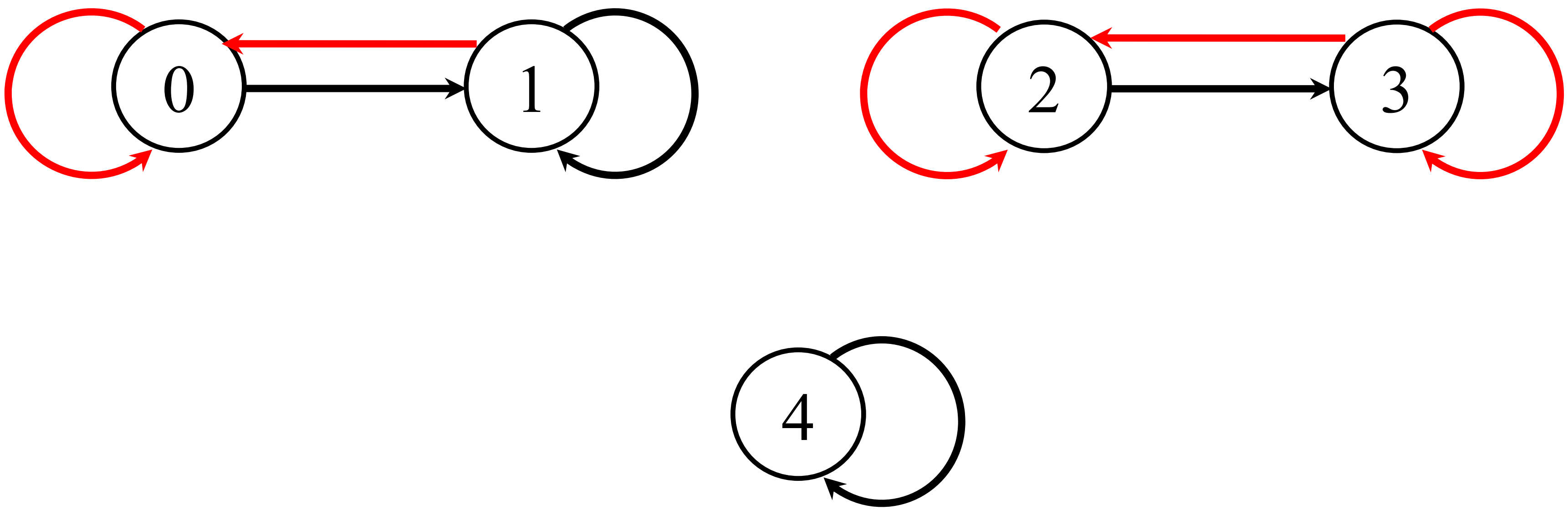
15. ¿Cuántas funciones de P_2 en Q_2 distintas pueden construirse? 9.




0
1
0
1
3
0
1
0
1
3
0
1
0
1
3
0
1
0
1
3
0
1
0
1
3

16. ¿Cuántos pares nuevos habría que añadir a la relación R_1 para que resultara ser una relación de equivalencia con tres clases de equivalencia? 5.

$R_1 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4)\}$ $\{(0,0),(1,0),(2,2),(3,3),(3,2)\}$



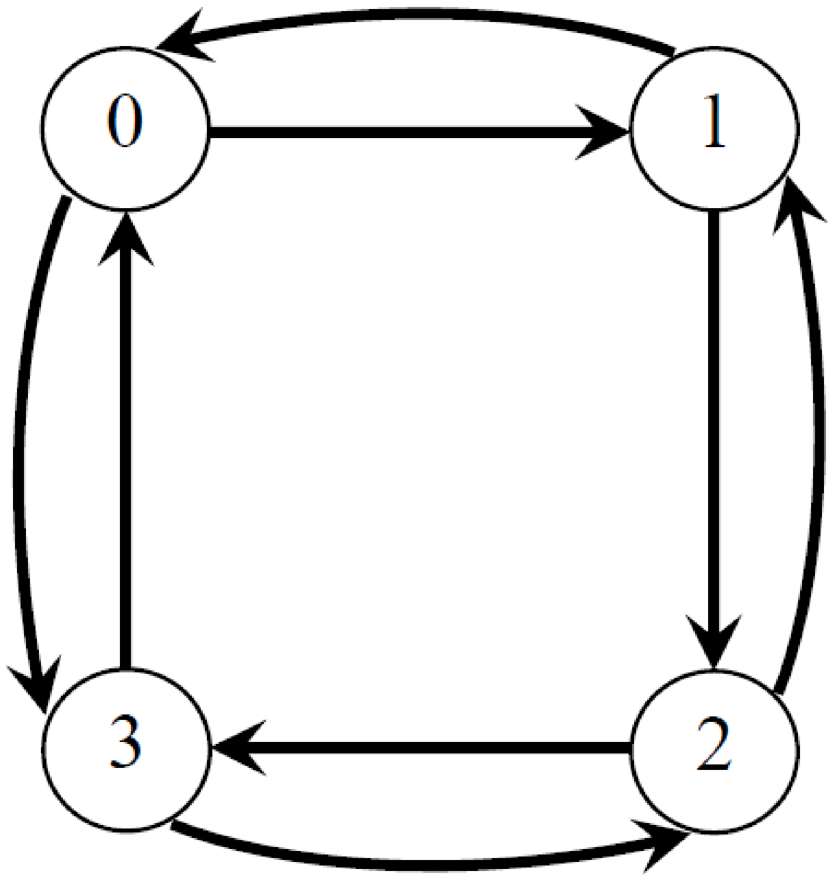
17. Sea un árbol libre $\boldsymbol{W}$, con $\boldsymbol{m}$ aristas y $\boldsymbol{n}$ nodos. ¿Cuántos caminos hay en $\boldsymbol{W}$ de un nodo $\boldsymbol{a}$ a un nodo $\boldsymbol{b}$ distinto de $\boldsymbol{a}$?

1.

18. Considere la relación $R_1 \cup R_2 \setminus \{(1,1),(4,4)\}$ y calcule su cierre simétrico R. Sea el grafo no dirigido G construido a partir de R de forma que $\{x,y\}$ es una arista en G si y solo si $(x,y) \in R$ o $(y,x) \in R$. ¿Qué se puede decir sobre G? Tiene un ciclo de longitud 4.

$R_1 = \{(0,1),(1,1),(2,3),(4,4)\}$
$R_2 = \{(0,3),(1,2)\}$

$R_1 \cup R_2 \backslash \{(1,1),(4,4)\} =$
$\{(0,1),(2,3),(0,3),(1,2),(1,0),(3,2),(3,0),(2,1)\}$



Desarrolle un tableau, que confirme la respuesta dada en la pregunta 3:

La fórmula insatisfacible, ***una contradicción***:

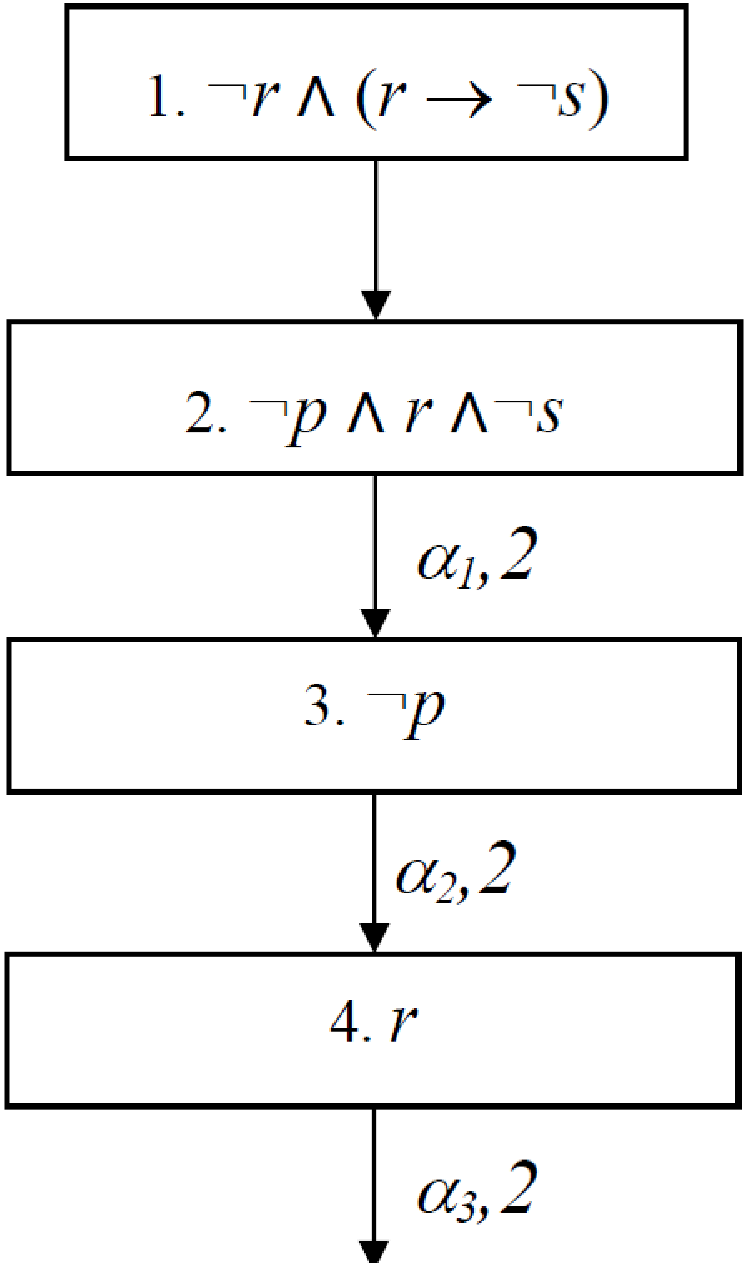
$$\neg\, (X_4 \rightarrow \neg X_3)$$

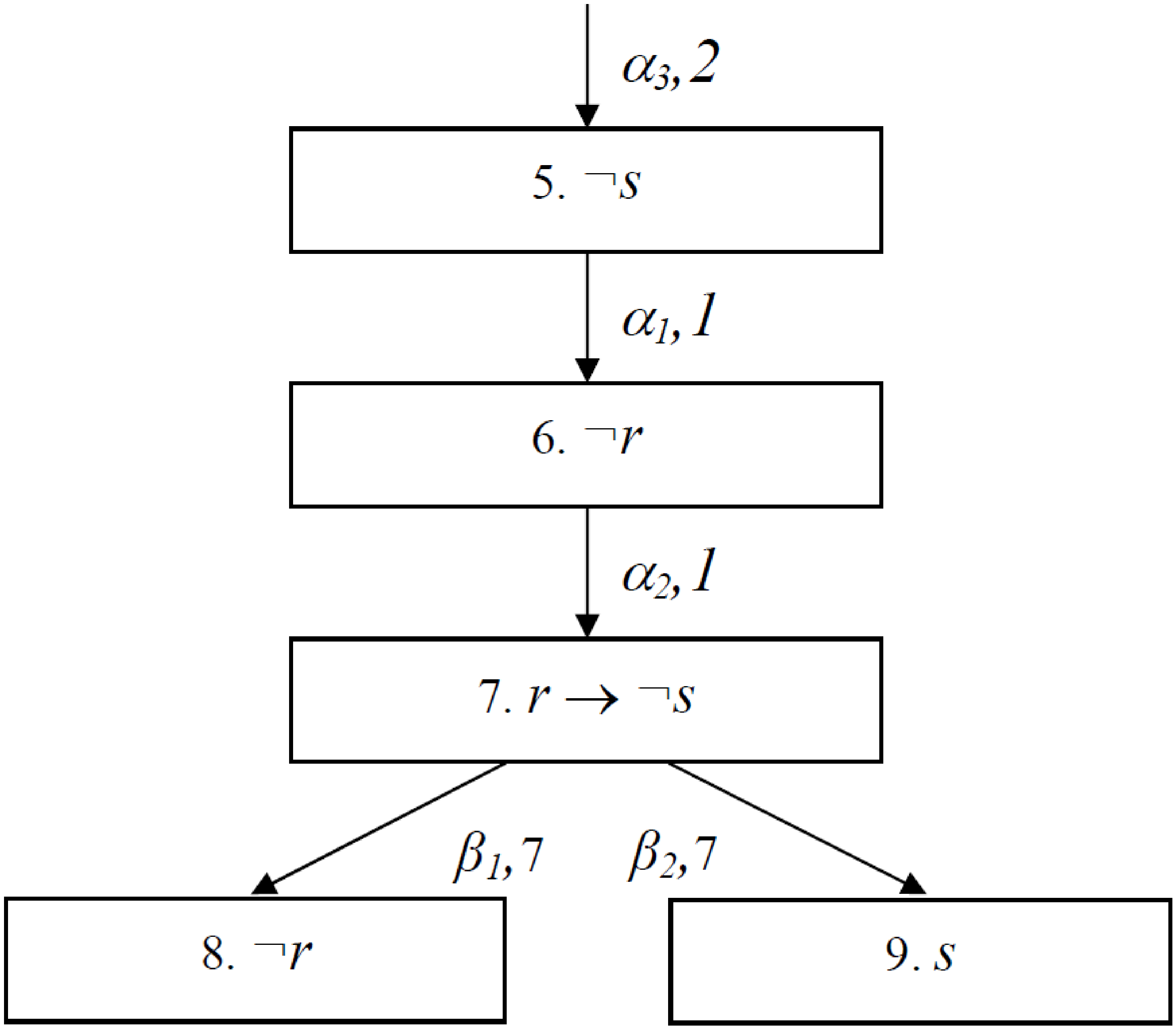
Nota:

$$\neg\, (X_4 \rightarrow \neg X_3) =$$

$$\neg\, (\neg X_4 \vee \neg X_3) =$$

$$(X_4 \wedge X_3)$$


1. ¬r ∧ (r → ¬s)
2. ¬p ∧ r ∧¬s
α1, 2
3. ¬p
α2, 2
4. r
α3, 2


$\alpha_3, 2$
5. $\neg s$
$\alpha_1, 1$
6. $\neg r$
$\alpha_2, 1$
7. $r \to \neg s$
$\beta_1, 7$
$\beta_2, 7$
8. $\neg r$
9. s

Febrero 2013
2ª C

Lógica y Estructuras Discretas	Febrero 2013 2ª, Modelo C

Datos

X_1: $\neg q \vee r \leftrightarrow p \wedge s$

X_2: $q \rightarrow \neg (r \vee s)$

X_3: $\neg (p \vee q \vee s)$

X_4: $(r \rightarrow s) \vee (r \wedge \neg s)$

Y_1: $\forall x \forall y \forall z\, (Rxy \wedge Rxz \rightarrow Ryz)$

Y_2: $\forall x\, (\exists y Rxy \rightarrow Px \vee Qx)$

Y_3: $\exists x (Rx\, f(x) \rightarrow Px)$

Y_4: $\forall x \forall y\, (Rf(x)x \rightarrow (Px \wedge x \neq y))$

I_1: $P_1 = \{1,3\}$ $Q_1 = \{0,1,2,3\}$

$R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$

$f_1 = \{(0,0),(1,1),(2,1),(3,2),(4,1)\}$

I_2: $P_2 = \{0,1\}$ $Q_2 = \{1,3\}$

$R_2 = \{(0,0),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$

$f_2 = \{(0,0),(1,2),(2,3),(3,4),(4,3)\}$

El universo es U = {0,1,2,3,4}.
Las fórmulas lógicas se suponen interpretadas sobre U.

R_1 y R_2 son relaciones en U. El dominio y el rango de f_1 y f_2 es U.

Observe que las funciones se han especificado como relaciones;

Por ejemplo, como (2,1) pertenece a f_1, resulta que $f_1(2) = 1$.

X_1: $\neg q \vee r \leftrightarrow p \wedge s$; X_2: $q \rightarrow \neg (r \vee s)$

X_3: $\neg (p \vee q \vee s)$; X_4: $(r \rightarrow s) \vee (r \wedge \neg s)$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	$\neg q \vee r$	$p \wedge s$	X_1	$r \vee s$	$\neg(r \vee s)$	X_2	$\neg X_2$	X_3	$r \rightarrow s$	$r \wedge \neg s$	X_4	$r \vee s$	$(r \vee s) \rightarrow \neg q$	$\neg(X_1 \wedge X_2 \rightarrow \neg X_3)$
0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0

1. I: $p = r = s = 0$, $q = 1$ NO satisface: X_3

p	q	r	s	X_1	X_2	X_3	X_4
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	1

2. Es equivalente a X_2: $(r \vee s) \rightarrow \neg q$

p	q	r	s	X_1	X_2	X_3	X_4	$(r \vee s) \rightarrow \neg q$
0	0	0	0	0	1	1	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1	0

3. Es insatisfacible: $\{X_1, X_2, X_3\}$

p	q	r	s	X_1	X_2	X_3	X_4
0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	0	0	1

1. $(\neg q \lor r \to p \land s) \land (p \land s \to \neg q \lor r)$

$\downarrow$

2. $q \to \neg\,(r \lor s)$

$\downarrow$

3. $\neg p \land \neg q \land \neg s$

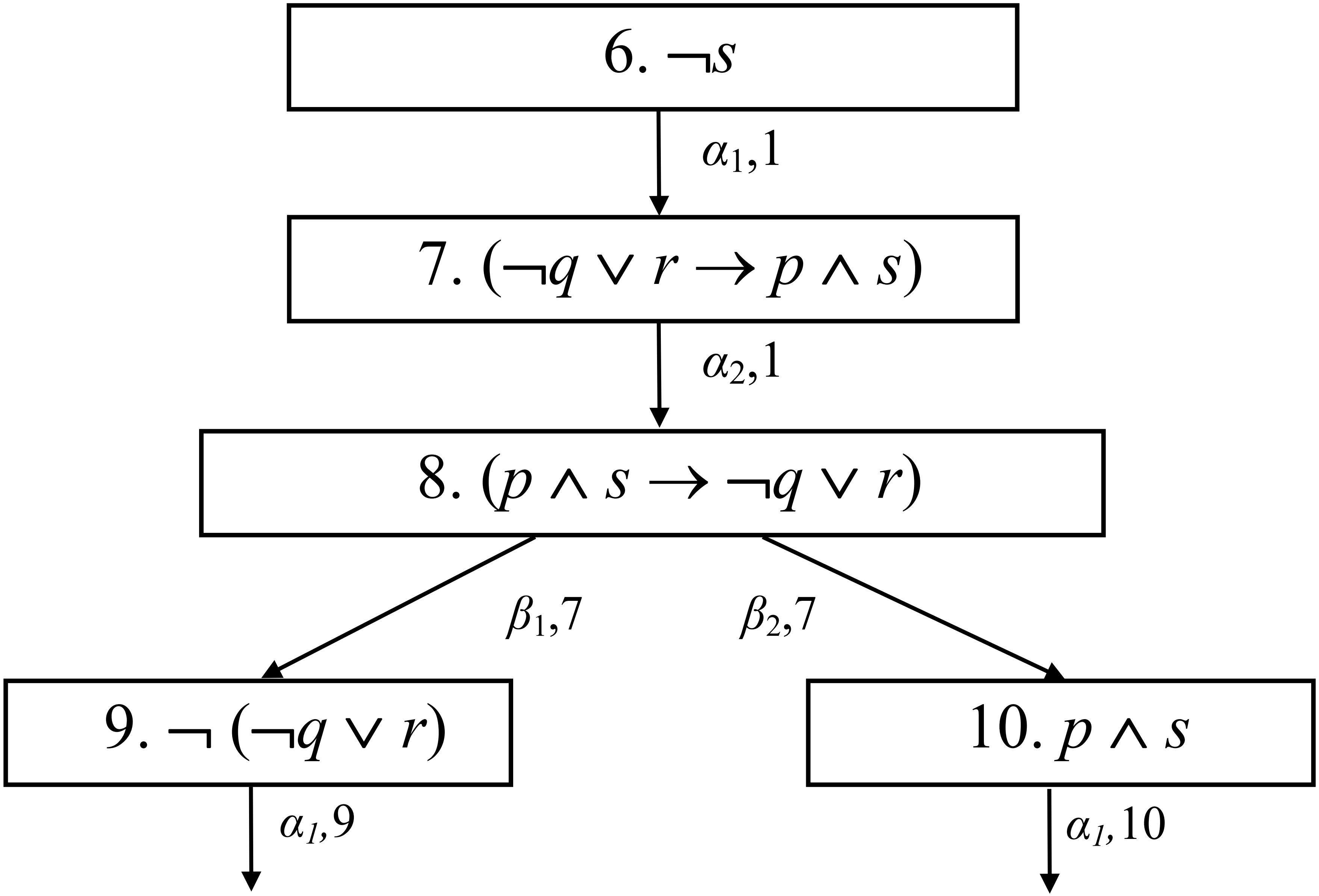
$\downarrow$ α_1,3

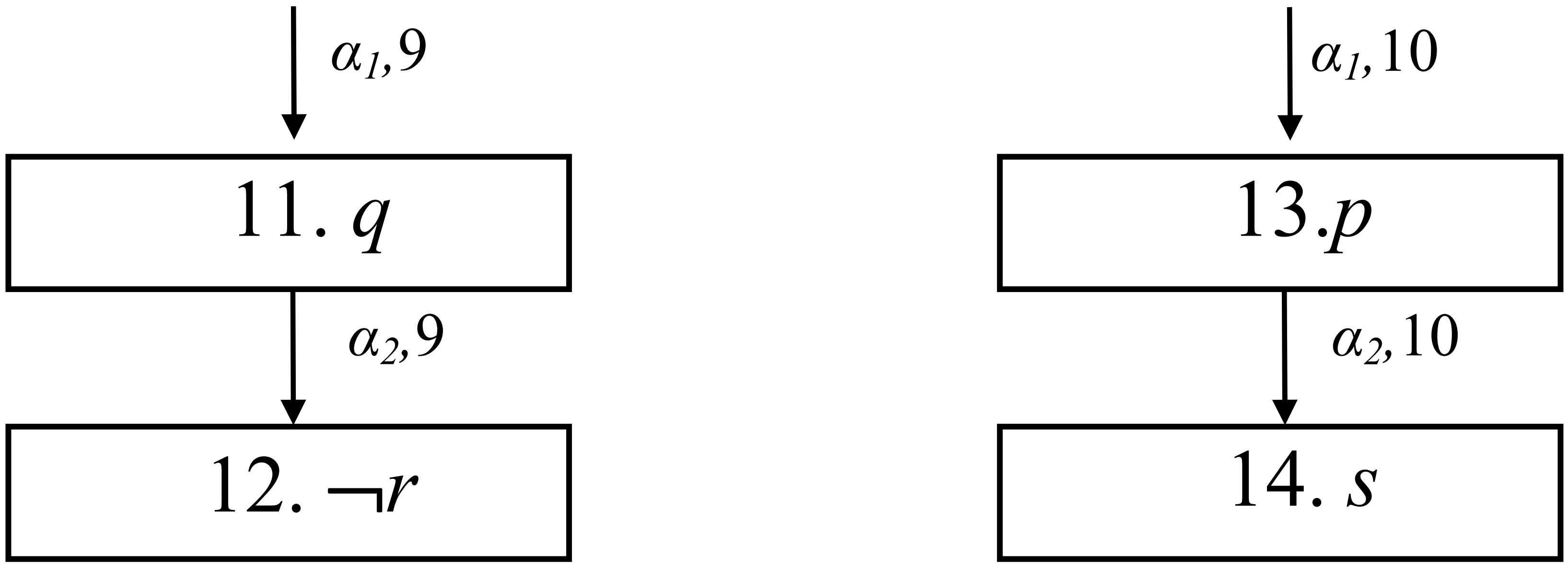
4. $\neg p$

$\downarrow$ α_2,3

5. $\neg q$

$\downarrow$ α_3,3


6. $\neg s$
$\alpha_1, 1$
7. $(\neg q \vee r \rightarrow p \wedge s)$
$\alpha_2, 1$
8. $(p \wedge s \rightarrow \neg q \vee r)$
$\beta_1, 7$
$\beta_2, 7$
9. $\neg(\neg q \vee r)$
10. $p \wedge s$
$\alpha_1, 9$
$\alpha_1, 10$



α1,9
11. q
α2,9
12. ¬r
α1,10
13.p
α2,10
14. s

4. Es consecuencia: X1, X3 $\models \neg$X2

p	q	r	s	X_1	X_2	X_3	X_4	$\neg X_2$
0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0	1	1

5. Es insatisfacible: $\neg(X_1 \wedge X_2 \rightarrow \neg X_3)$

p	q	r	s	X_1	X_2	X_3	X_4	$\neg(X_1 \wedge X_2 \rightarrow \neg X_3)$
0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1	0

Y_1: $\forall x \forall y \forall z\ (Rxy \wedge Rxz \rightarrow Ryz)$

Y_2: $\forall x\ (\exists y Rxy \rightarrow Px \vee Qx)$

Y_3: $\exists x(Rx\, f(x) \rightarrow Px)$

Y_4: $\forall x \forall y\ (Rf(x)x \rightarrow (Px \wedge x \neq y))$

I_1: $P_1 = \{1,3\}$ $Q_1 = \{0,1,2,3\}$

$R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$

$f_1 = \{(0,0),(1,1),(2,1),(3,2),(4,1)\}$

I_2: $P_2 = \{0,1\}$ $Q_2 = \{1,3\}$

$R_2 = \{(0,0),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$

$f_2 = \{(0,0),(1,2),(2,3),(3,4),(4,3)\}$

6. Y_4: $\forall x \forall y\ (Rf(x)x \rightarrow (Px \wedge x \neq y))$ es equivalente a:

$$\forall x \forall y\ (\neg Px \vee x = y \rightarrow \neg Rf(x)x)$$

7. La interpretación I_1 satisface: **a $\boldsymbol{Y_1}$ *e* $\boldsymbol{Y_2}$**

I_1: $P_1 = \{1,3\}$ $Q_1 = \{0,1,2,3\}$
$R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$

U	$\forall x \forall y \forall z\ (Rxy \land Rxz \rightarrow Ryz)$		
0	R02 ∧ R02 → R22	V ∧ V → V	V
1	R13 ∧ R13 → R33	V ∧ V → V	V
2	R22 ∧ R22 → R22	V ∧ V → V	V
3	R33 ∧ R33 → R33	V ∧ V → V	V
4	R44 ∧ R44 → R44	F ∧ F → F	V

7. La interpretación I_1 satisface: **a $\boldsymbol{Y_1}$ e $\boldsymbol{Y_2}$**

I_1: $P_1 = \{1,3\}$ $Q_1 = \{0,1,2,3\}$
$R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$

U	$\forall x\,(\exists y Rxy \rightarrow Px \vee Qx)$		
0	$R02 \rightarrow P0 \vee Q0$	$V \rightarrow F \vee V$	V
1	$R13 \rightarrow P1 \vee Q1$	$V \rightarrow V \vee V$	V
2	$R22 \rightarrow P2 \vee Q2$	$V \rightarrow F \vee V$	V
3	$R33 \rightarrow P3 \vee Q3$	$V \rightarrow V \vee V$	V
4	$R44 \rightarrow P4 \vee Q4$	$F \rightarrow F \vee F$	V

8. La interpretación I_1 satisface: **a $\boldsymbol{Y_3}$ *e* $\boldsymbol{Y_4}$**

I_1: U = {0,1,2,3,4}; P_1 = {1,3}
R_1 = {(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)}
f_1 = {(0,0),(1,1),(2,1),(3,2),(4,1)}

U	$\exists x(Rxf(x) \rightarrow Px)$		
0	$R00 \rightarrow P0$	$F \rightarrow F$	V
1	$R11 \rightarrow P1$	$F \rightarrow V$	V
2	$R21 \rightarrow P2$	$F \rightarrow F$	V
3	$R32 \rightarrow P3$	$F \rightarrow V$	V
4		$F \rightarrow F$	V

I_1: $P_1 = \{1,3\}$ $Q_1 = \{0,1,2,3\}$
$R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$
$f_1 = \{(0,0),(1,1),(2,1),(3,2),(4,1)\}$

U	$\forall x \forall y\ (Rf(x)x \rightarrow (Px \wedge x \neq y))$		
0	$R00 \rightarrow P0 \wedge 0 \neq 1$	$F \rightarrow (F \wedge V)$	V
1	$R11 \rightarrow P1 \wedge 1 \neq 2$	$F \rightarrow (V \wedge V)$	V
2	$R12 \rightarrow P2 \wedge 2 \neq 1$	$F \rightarrow (F \wedge V)$	V
3	$R23 \rightarrow P3 \wedge 3 \neq 2$	$F \rightarrow (V \wedge V)$	V
4	$R14 \rightarrow P4 \wedge 4 \neq 3$	$F \rightarrow (F \wedge V)$	V

9. La interpretación I_2 satisface: **a $\boldsymbol{Y_3}$ *pero no* $\boldsymbol{Y_4}$**

I_2: $P_2 = \{0,1\}$ $Q_2 = \{1,3\}$
$R_2 = \{(0,0),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$
$f_2 = \{(0,0),(1,2),(2,3),(3,4),(4,3)\}$

U	$\exists x(Rxf(x) \to Px)$		
0	$R00 \to P0$	$V \to V$	V
1	$R12 \to P1$	$V \to V$	V
2	$R23 \to P2$	$V \to F$	F
3		$F \to F$	V
4	$R43 \to P4$	$V \to F$	F

9. La interpretación I_2 satisface: **a $\boldsymbol{Y_3}$ *pero no* $\boldsymbol{Y_4}$**

I_2: $P_2 = \{0,1\}$ $Q_2 = \{1,3\}$
$R_2 = \{(0,0),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$
$f_2 = \{(0,0),(1,2),(2,3),(3,4),(4,3)\}$

U	$\forall x \forall y\ (Rf(x)x \rightarrow (Px \wedge x \neq y))$			
0		$R00 \rightarrow P0 \wedge 0 = 0$	$V \rightarrow (V \wedge F)$	F
1		$R21 \rightarrow P1 \wedge 1 \neq 2$	$F \rightarrow (V \wedge V)$	V
2		$R32 \rightarrow P2 \wedge 2 \neq 3$	$F \rightarrow (F \wedge V)$	V
3		$R43 \rightarrow P3 \wedge 3 \neq 4$	$V \rightarrow (F \wedge V)$	F
4		$R34 \rightarrow P4 \wedge 4 \neq 3$	$F \rightarrow (F \wedge V)$	V

I_1: $P_1 = \{1,3\}$ $Q_1 = \{0,1,2,3\}$ $R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$
$f_1 = \{(0,0),(1,1),(2,1),(3,2),(4,1)\}$
I_2: $P_2 = \{0,1\}$ $Q_2 = \{1,3\}$ $R_2 = \{(0,0),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$
$f_2 = \{(0,0),(1,2),(2,3),(3,4),(4,3)\}$

10. Sean A y B dos conjuntos cualesquiera.

¿A qué es igual $\sim(A \cup \sim B)$?:

$\sim A \cap B$.

11. Sea ***A*** el dominio de la relación $\boldsymbol{R_1}$ y sea ***B*** el rango de la relación $\boldsymbol{R_2}$. El producto cartesiano (***AxB***) consta de un número de elementos (que son pares ordenados) igual a: 16.

$R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$
$R_2 = \{(0,0),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$

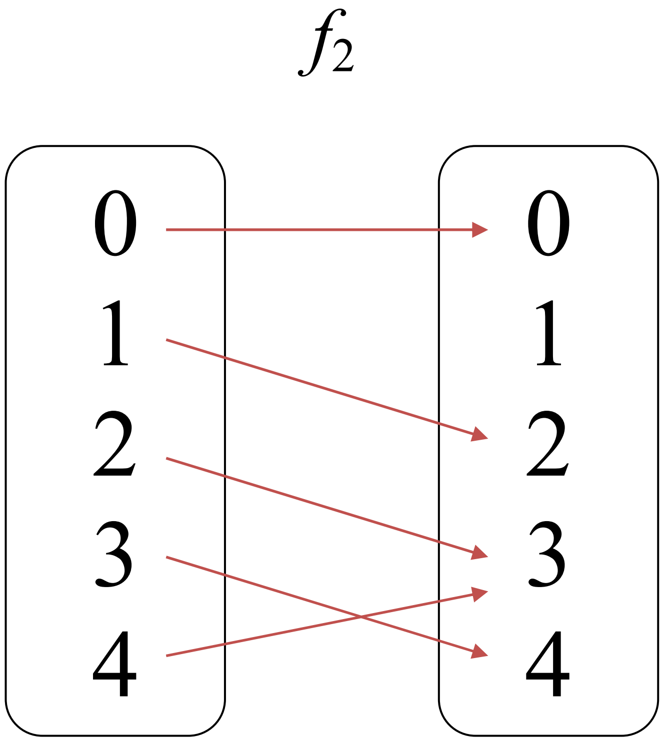
$A = \{0,1,2,3\}$ y $B = \{0,1,2,3\}$;

AxB **=** $\{(0,0),(0,1),(0,2),(0,3),(1,0),\ (1,1),(1,2),(1,3),$ $(2,0),\ (2,1),\ (2,2),\ (2,3),\ (3,0),(3,1),(3,2),(3,3)\}$

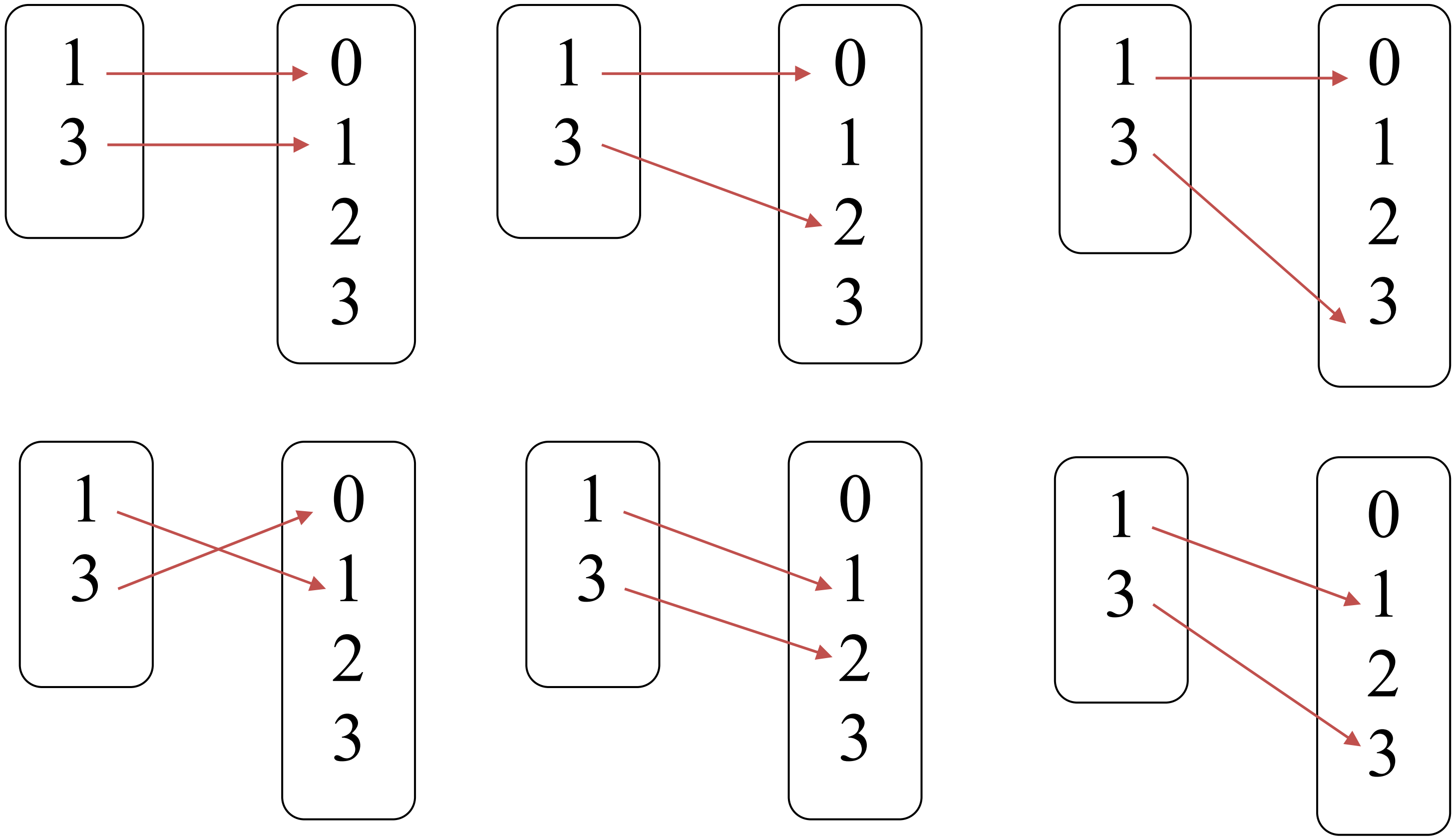
12. La relación inversa de ($R_1 \cap R_2$) consta de un número de elementos, de pares ordenados, igual a: 0.

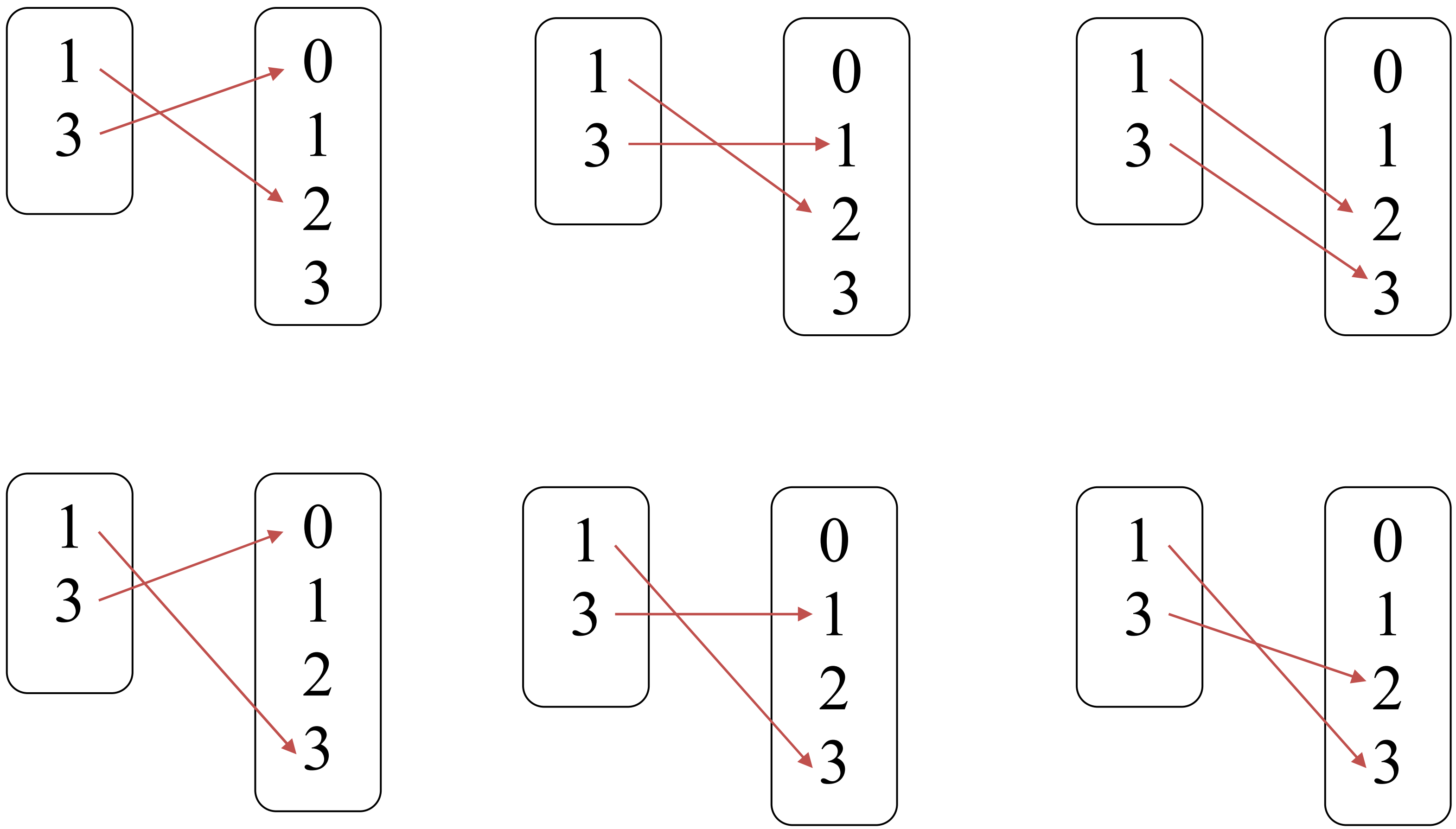
$R_1 = \{(0,2),(1,3),(2,2),(3,3)\}$
$R_2 = \{(0,0),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$

13. Dadas las funciones f_1 y f_2 definidas en la sección datos: f_2 no es inyectiva.



14. ¿Cuantas funciones inyectivas distintas se pueden definir de P1 en Q1? 12.




1
3
0
1
2
3
1
3
0
1
2
3
1
3
0
1
2
3
1
3
0
1
2
3
1
3
0
1
2
3
1
3
0
1
2
3

15. El cierre simétrico de (R1 ∪ R2) añadiría a (R1 ∪ R2) nuevos pares distintos, hasta un total de: 6.

El cierre simétrico de (R1 ∪ R2) es:

{(2,0),(3,1),(1,0),(2,1) ,(3,2),(3,4)}

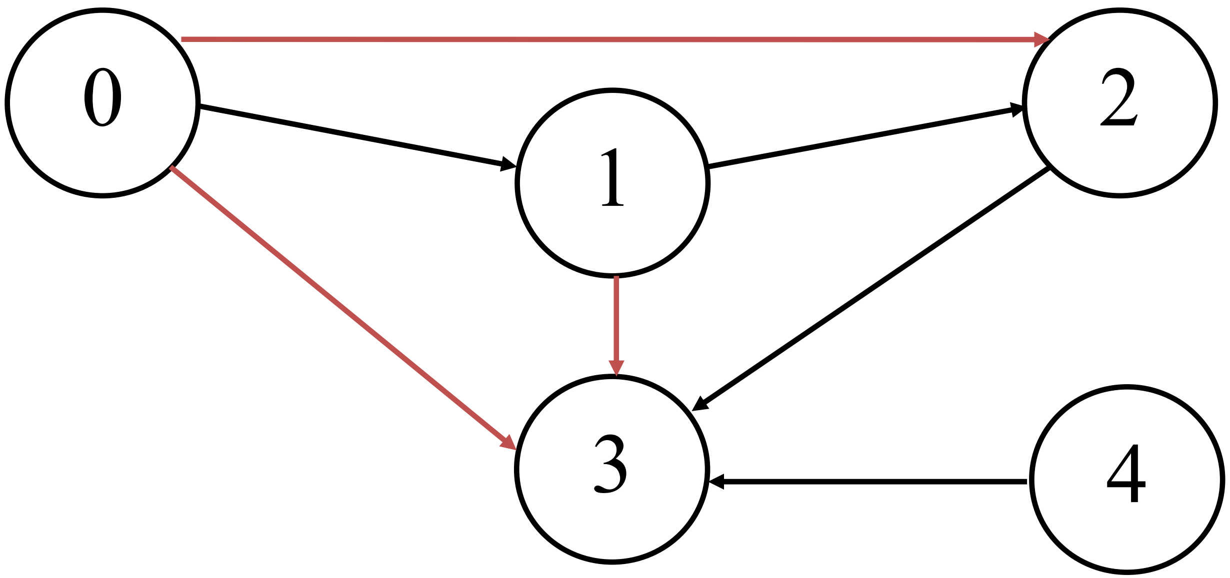
16. Partiendo de la relación R2 \ {(0,0)},

su cierre transitivo es un orden parcial estricto.

Un orden parcial estricto es No Reflexivo, Antisimétrico y Transitivo.

R2 = {(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)},

el cierre transitivo tiene los siguientes pares (0,2),(0,3),(1,3).

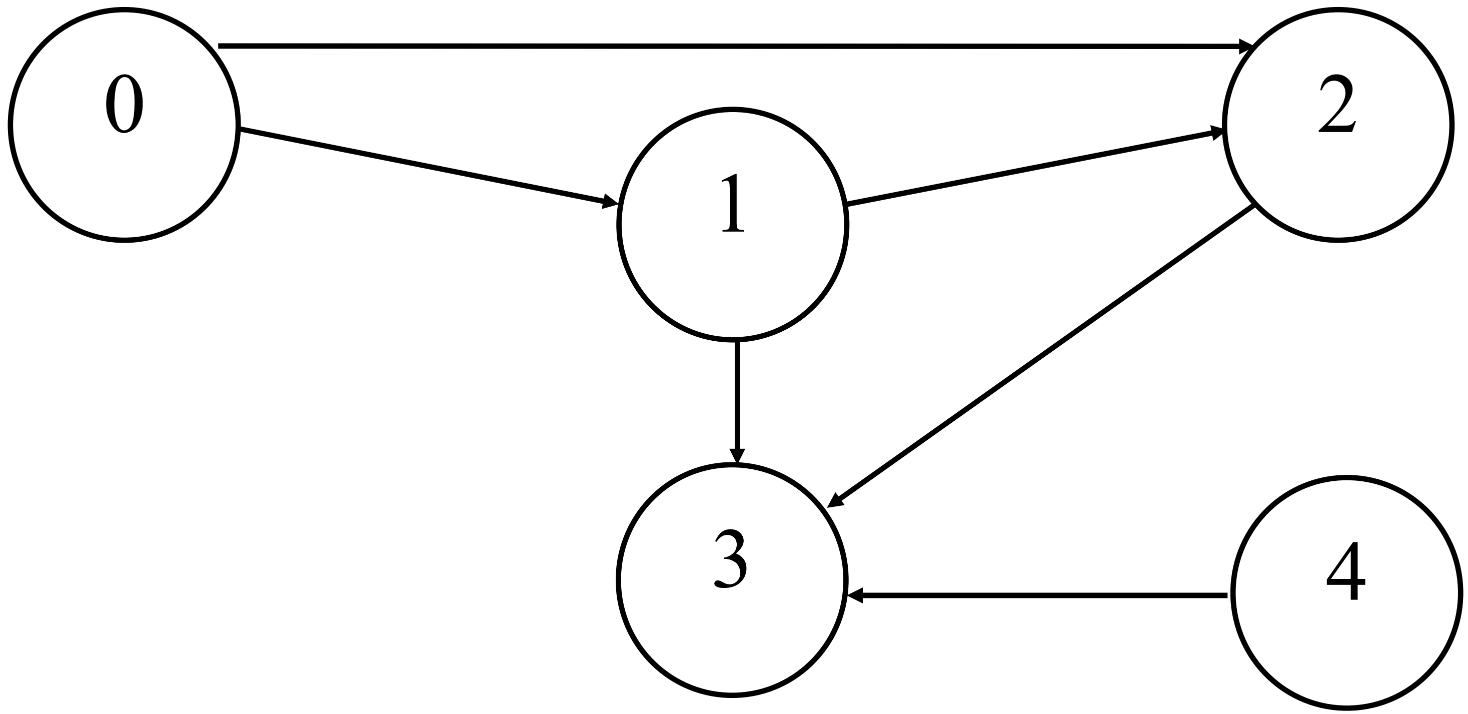


17. Considere un árbol libre W, con m aristas.

W tiene m+1 nodos.

18. El digrafo sencillo definido por $(R_1 \cup R_2) \setminus \{(0,0),(2,2),(3,3)\}$. ***Es acíclico***.

$(R_1 \cup R_2) \setminus \{(0,0),(2,2),(3,3)\} = \{(0,2),(1,3),(0,1),(1,2),(2,3),(4,3)\}$



Pregunta de desarrollo Febrero 2013 C
Desarrolle un tableau, que confirme la respuesta que marcó en la pregunta 3:
Es insatisfacible: $\{X_1, X_2, X_3\}$

$$X_1: \neg q \vee r \leftrightarrow p \wedge s \equiv$$

$$(\neg q \vee r \to p \wedge s) \wedge (p \wedge s \to \neg q \vee r)$$

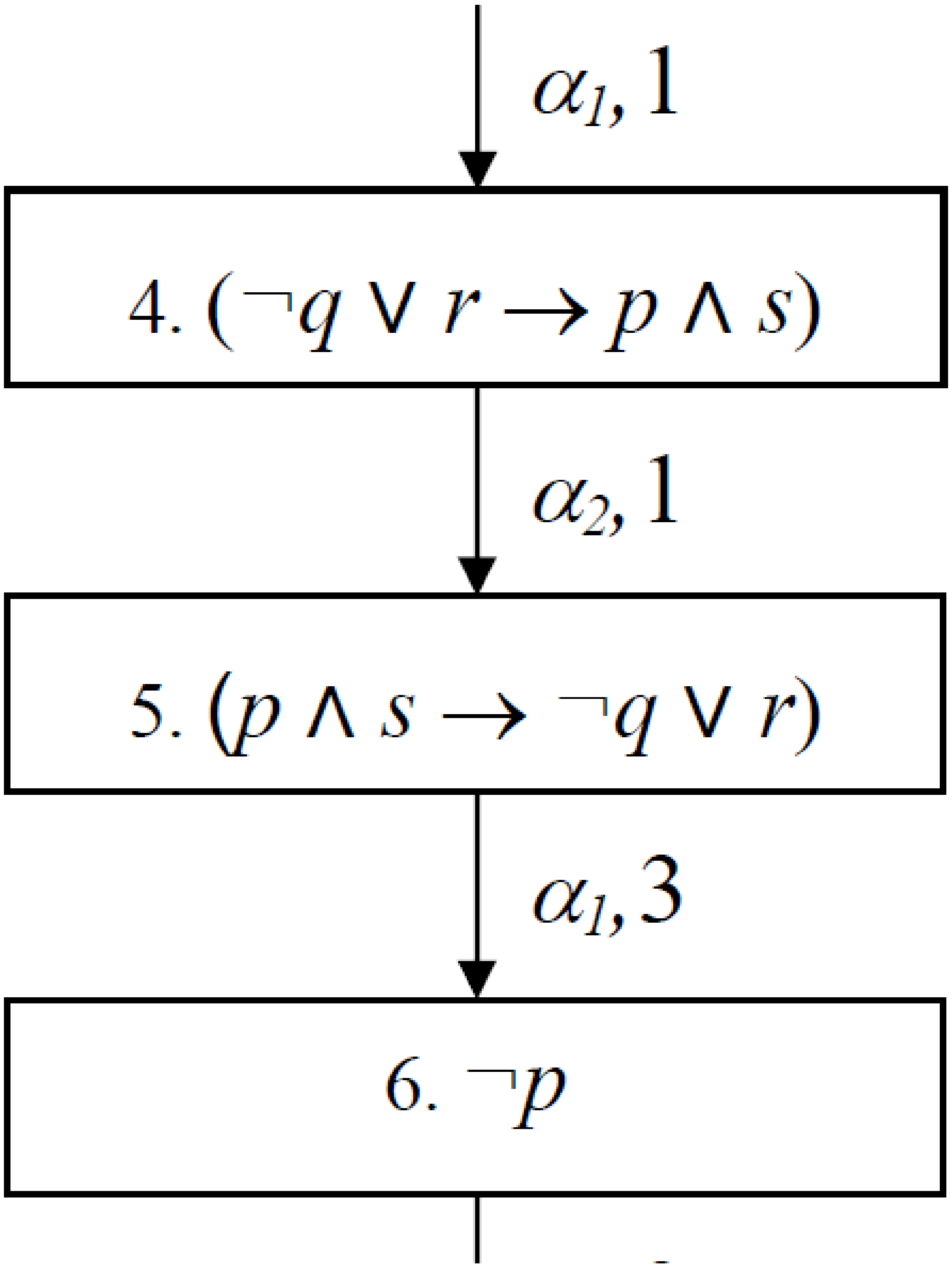
$$X_2: q \to \neg (r \vee s)$$

$$X_3: \neg (p \vee q \vee s)$$

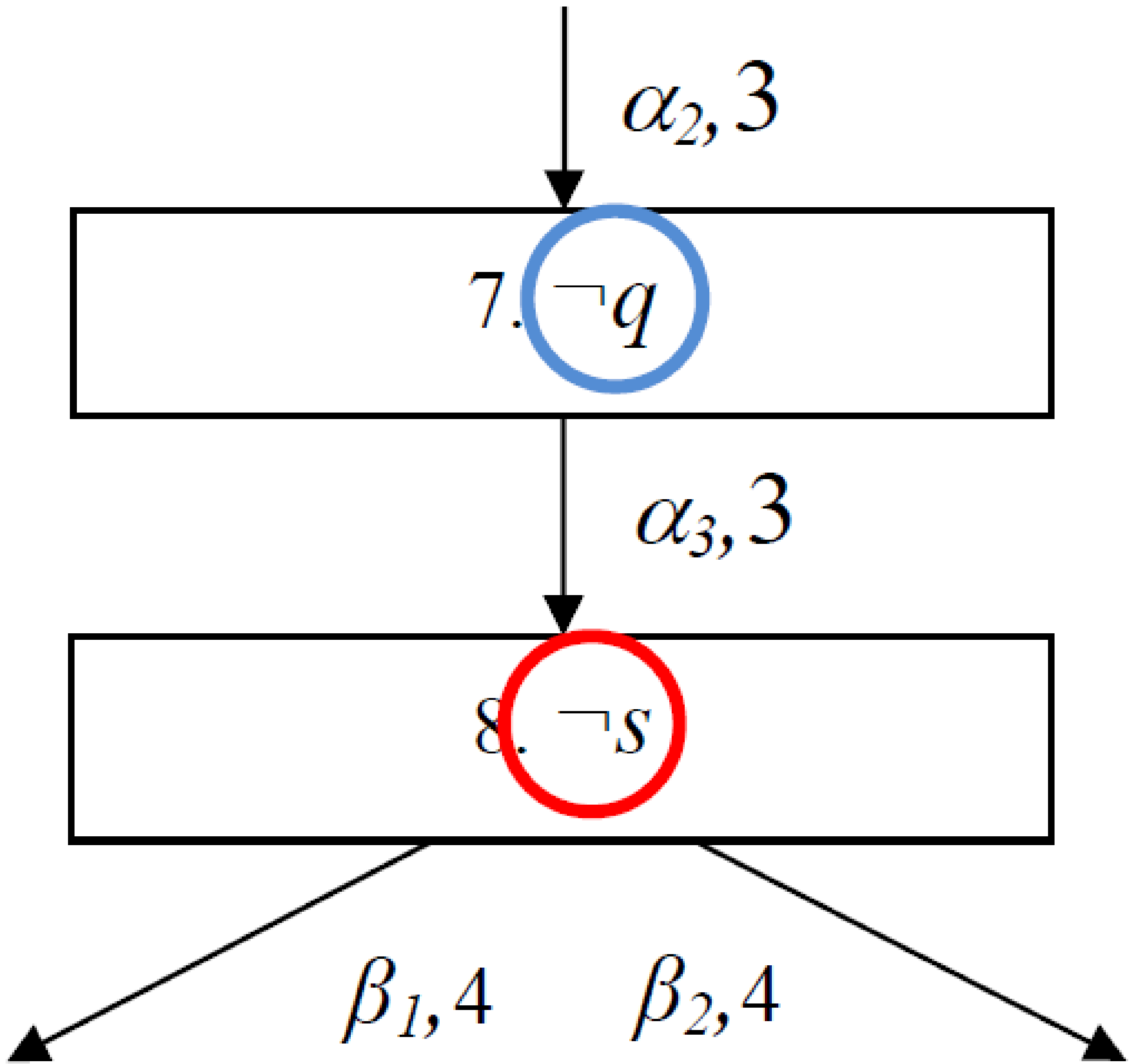
1. $(\neg q \vee r \to p \wedge s) \wedge (p \wedge s \to \neg q \vee r)$

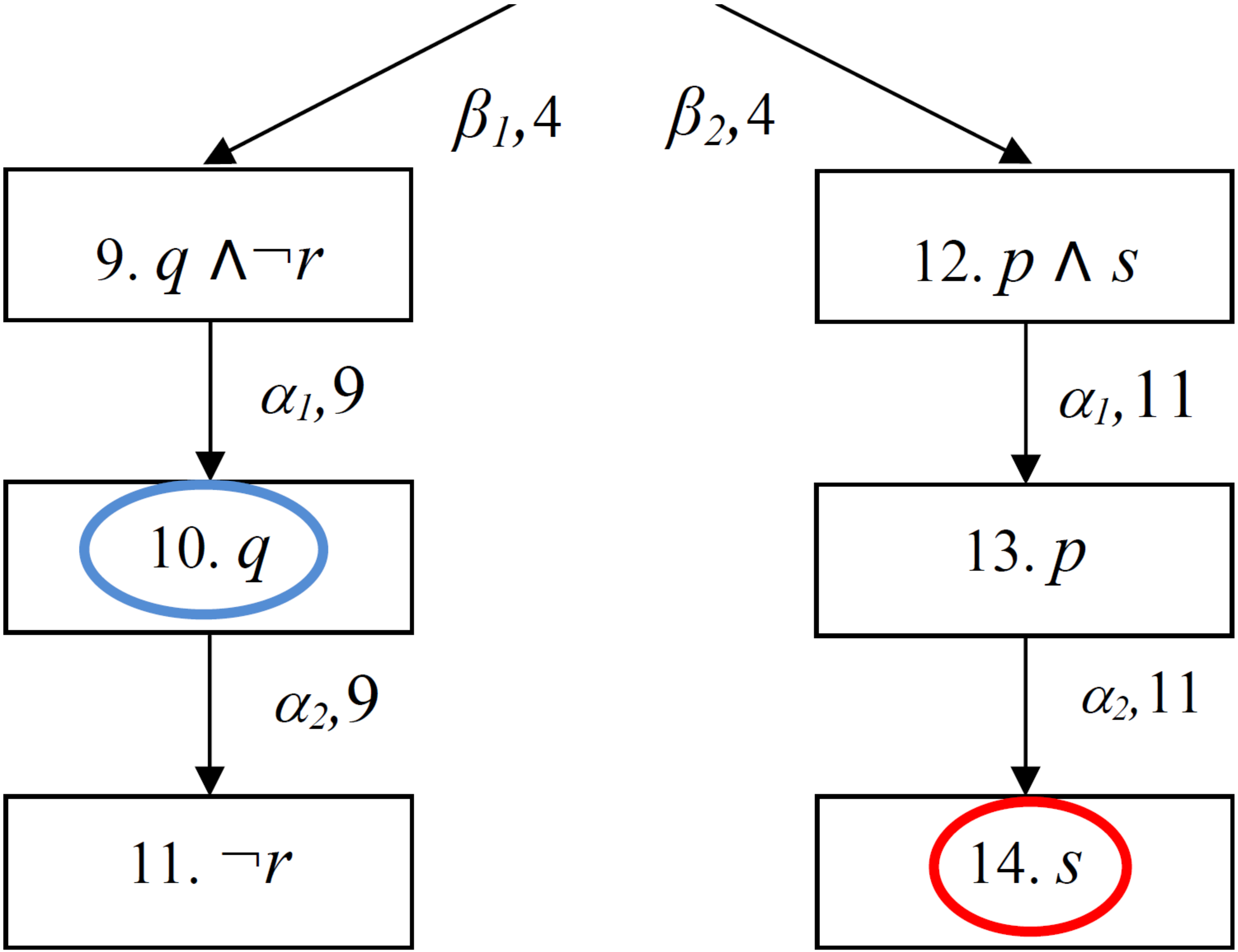
2. $q \to \neg (r \vee s)$

3. $\neg p \wedge \neg q \wedge \neg s$



$\alpha_1, 1$
4. $(\neg q \vee r \rightarrow p \wedge s)$
$\alpha_2, 1$
5. $(p \wedge s \rightarrow \neg q \vee r)$
$\alpha_1, 3$
6. $\neg p$


$\alpha_2, 3$
7. $\neg q$
$\alpha_3, 3$
8. $\neg s$
$\beta_1, 4$
$\beta_2, 4$


β_1,4
β_2,4
9. $q \wedge \neg r$
12. $p \wedge s$
α_1,9
α_1,11
10. q
13. p
α_2,9
α_2,11
11. $\neg r$
14. s

Septiembre 2013
A

Datos

X_1: $\neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$

X_2: $(q \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$

X_3: $p \wedge (r \rightarrow s)$

X_4: $s \vee \neg p$

Y_1: $\forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$

Y_2: $\exists x\, (Qx \leftrightarrow Mx)$

Y_3: $\forall x \forall y\, (x = y \rightarrow Qx \wedge Mf(y))$

X_1: $\neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$; X_2: $(q \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$

X_3: $p \wedge (r \rightarrow s)$ X_4: $s \vee \neg p$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	$q \vee r$	$p \vee \neg p$	X_1	$q \rightarrow q \vee r$	$q \rightarrow s$	X_2	$r \rightarrow s$	X_3	X_4	$(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

1. Es una tautología:

a) $X_3 \rightarrow X_4$

b) $(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$

c) $\neg X_1 \rightarrow X_4$

X_2	X_3	X_4	$(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$
1	0	1	1
1	0	1	1
1	0	1	1
1	0	1	1
0	0	1	1
1	0	1	1
0	0	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	1	1	1
0	1	0	1
1	1	1	1
0	0	0	1
1	1	1	1

2. X_4 es consecuencia lógica de:

a) $X_2 \wedge X_3$
b) X_3
c) $\neg X_1$

$\neg X_1$	X_2	X_3	$(X_2 \wedge X_3)$	X_4
1	1	0	0	1
1	1	0	0	1
1	1	0	0	1
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1
1	0	1	0	0
1	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	1	1

3. La interpretación $p = 1$, $q = 1$, $r = 1$, $s = 1$ satisface:

a) $\{X_1, X_3\}$
b) $\{X_3, X_4\}$
c) $\{X_1, X_2\}$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1

4. Es equivalente a: X_1: $\neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$

a) $(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$

b) $\neg(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$

c) $\neg(q \vee r) \rightarrow \neg(p \vee \neg p)$

5. Sean φ_1, φ_2 y Ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si: $\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \Psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) $\{ \varphi_1, \varphi_2 \} \vDash \Psi$

b) $\{ \varphi_1, \Psi \} \vDash \neg\varphi_2$

c) $\neg ((\varphi_1, \varphi_2) \to \Psi)$ es insatisfacible

$$\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \Psi)$$
$$\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2) \vee \neg\Psi$$
$$(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \to \neg\Psi$$
$$\{\varphi_1 \wedge \varphi_2\} \vDash \neg\Psi$$
$$\{\varphi_1 \wedge \Psi\} \vDash \neg\varphi_2$$

Y_1: $\forall x \forall y\, Rxy \to \neg \exists z Qz$

Y_2: $\exists x\, (Qx \leftrightarrow Mx)$

Y_3: $\forall x \forall y\, (x = y \to Qx \wedge M f(y))$

6. ¿Qué interpretación sobre el universo U = {1,2} satisface Y3?:

a) Q = {1}, M = {1}, $f(1) = 1$, $f(2) = 2$

$\forall x \forall y($	$x = y$	$\rightarrow$	$Qx \wedge M f(y))$		
1	$1 = 1$	$\rightarrow$	$Q_1 \wedge M_1$	V $\rightarrow$ V	V
2	$2 = 2$	$\rightarrow$	$Q_2 \wedge M_2$	V $\rightarrow$ F	F

b) Q = {1,2}, M = {2}, $f(1) = 2$, $f(2) = 2$

$\forall x \forall y(x = y \to Qx \wedge Mf(y))$					
1	$1 \neq 2$	$\to$	$Q_1 \wedge M_2$	F $\to$ V	V
2	$2 = 2$	$\to$	$Q_2 \wedge M_2$	V $\to$ V	V

c) Q = {1,2}, M = {2}, $f(1) = 2$, $f(2) = 1$

$\forall x \forall y(x = y \to Qx \wedge Mf(y))$					
1	$1 = 1$	$\to$	$Q_1 \wedge M_1$	V $\to$ F	F
2	$2 \neq 1$	$\to$	$Q_2 \wedge M_1$	F $\to$ V	V

7. ¿Qué interpretación sobre el universo U = {1,2} NO satisface $Y_1 : \forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$?:

a) R = {(1,1),(2,2)}, Q = {1}

b) R = {(1,1),(1,2)}, Q = ∅

c) R = {(1,1),(1,2),(2,1) (2,2)}, Q = {2}

8. Es equivalente a $\exists x\,(Qx \leftrightarrow Mx)$

a) $\exists z\,((Qz \land Mz) \lor (\neg Qz \land \neg Mz))$

b) $\exists z\,((Qz \land Mz) \land (\neg Qz \land \neg Mz))$

c) $\exists z\,((Qz \lor Mz) \lor (\neg Qz \lor \neg Mz))$

9. Sea P cualquier predicado diádico (de aridad 2) en lógica de predicados. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a $\neg\forall x\exists y Pxy$?

a) $\exists x\exists y\neg Pxy$

b) $\forall x\forall y\neg Pxy$

c) $\exists x\neg\exists y Pxy$

10. ¿Tienen los conjuntos $\mathbb{N}$ y el conjunto potencia de $\mathbb{N}$ la misma cardinalidad?

a) Sí.
b) No.
c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de su cardinalidad.

11. ¿Es posible establecer una biyección entre el conjunto $\mathbb{N}$ y el conjunto potencia de $\mathbb{N}$?

a) Sí
b) No
c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de establecer una biyección entre ambos.

12. Sea el conjunto A=$\{1,2\}$. ¿Cuál de los siguientes conjuntos es el conjunto potencia de A?

a) $\{\varnothing\} \cup \{\{1\},\{2\}\} \cup \{A\}$

b) $\varnothing \cup \{\{1\},\{2\}\} \cup A$

c) $\varnothing \cup \{\{1\},\{2\}\} \cup \{A\}$

13. Sea A un conjunto finito cualquiera, y sea $n = |A|$. ¿Cuál es la cardinalidad el conjunto potencia de A?

a) n^n
b) n^2
c) 2^n

14. ¿Cuál de las siguientes funciones definidas de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Z}$ es inyectiva?

a) $f(z) = z+5$
b) $f(z) = z^2$
c) $f(z) = z^4+4$

15. Sean A y B y dos conjuntos finitos tales que, $|A \cup B| = 82$ $|A| = 48$ y $|A \cap B| = 12$. ¿Cuál es el cardinal de B?

a) 34
b) 46
c) 22

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$82 = 48 + B - 12$$

$$B = 46$$

16. Sean *a* y *b* dos nodos cualesquiera de un dígrafo G. Sea *d* la distancia de *a* al nodo *b*. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) *d* es un número par.

b) $d \geq 1$, pero d no puede ser infinito (∞)

c) *d* podría ser infinito (∞)

17. La longitud de un camino ***e*** en un grafo ponderado ***G*** es igual a:

a) No se puede calcular la longitud del camino sin conocer los pesos de las aristas de ***G***.

b) El número de aristas de ***e***.

c) El número de nodos distintos que aparecen en ***e***.

18. El grado total de un nodo en un grafo dirigido…

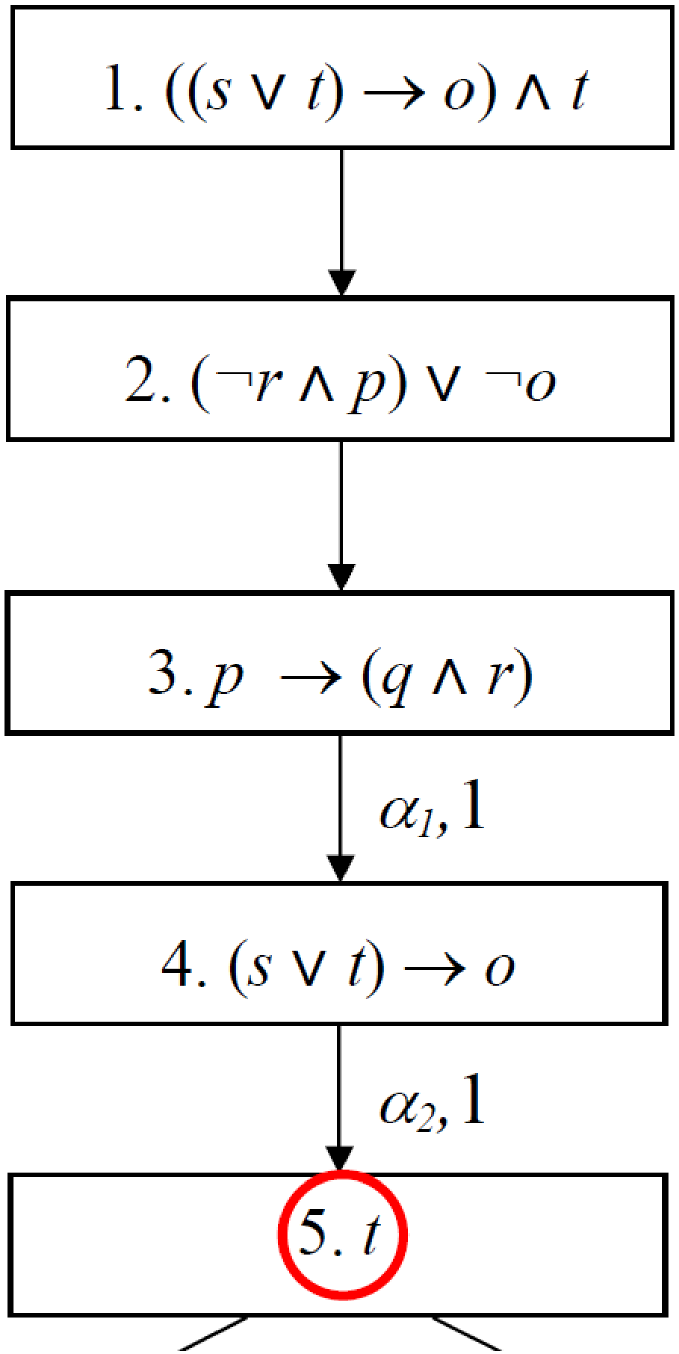
a) Es la suma de sus grados de entrada y de salida.
b) Siempre es un número par.
c) Es el número de nodos que se pueden alcanzar desde él.

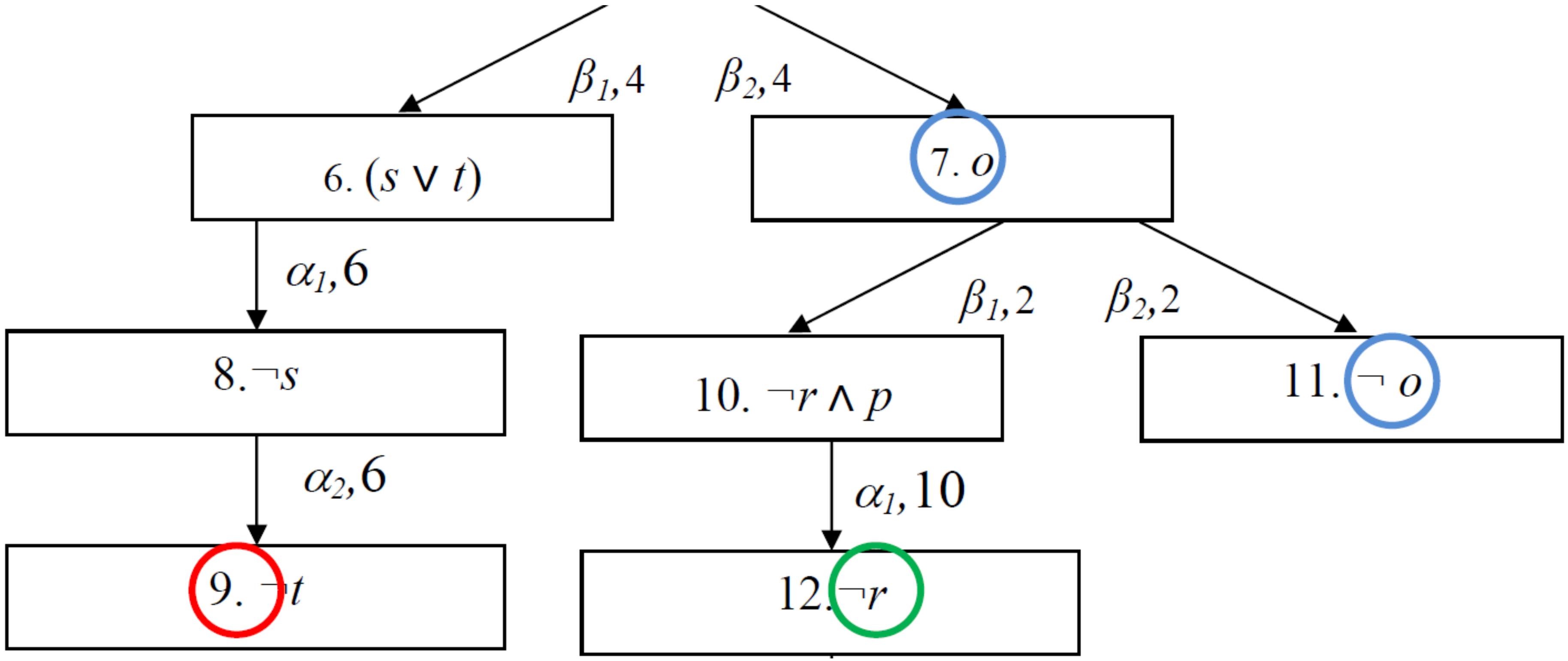
Pregunta de desarrollo Septiembre 2013 A

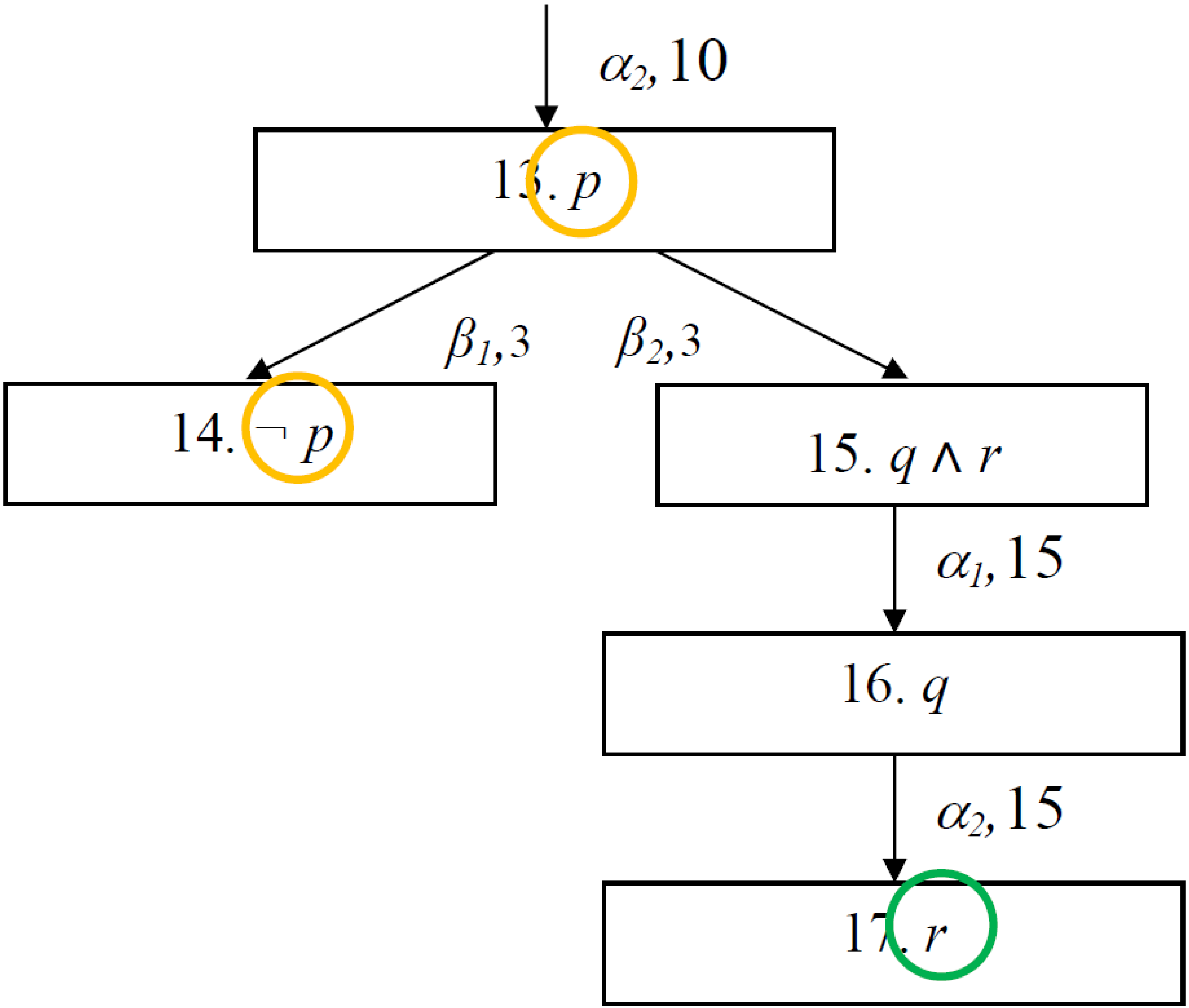
Sean las siguientes fórmulas

Z_1: $p \rightarrow (q \wedge r)$; Z_2: $((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$; Z_3: $(\neg r \wedge p) \vee \neg o$

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento: $\{Z_2, Z_3\} \vDash \neg Z_1$


1. $((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$
2. $(\neg r \wedge p) \vee \neg o$
3. $p \rightarrow (q \wedge r)$
$\alpha_1, 1$
4. $(s \vee t) \rightarrow o$
$\alpha_2, 1$
5. t


$\beta_1, 4$
$\beta_2, 4$
6. $(s \lor t)$
7. o
$\alpha_1, 6$
$\beta_1, 2$
$\beta_2, 2$
8. $\neg s$
10. $\neg r \land p$
11. $\neg o$
$\alpha_2, 6$
$\alpha_1, 10$
9. $\neg t$
12. $\neg r$



$\alpha_2, 10$
13. p
$\beta_1, 3$
$\beta_2, 3$
14. $\neg p$
15. $q \wedge r$
$\alpha_1, 15$
16. q
$\alpha_2, 15$
17. r

Septiembre 2013
B

Datos

X_1: $\neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$

X_2: $(q \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$

X_3: $p \wedge (r \rightarrow s)$

X_4: $s \vee \neg p$

Y_1: $\forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$

Y_2: $\exists x\, (Qx \leftrightarrow Mx)$

Y_3: $\forall x \forall y\, (x = y \rightarrow Qx \wedge Mf(y))$

X_1: $\neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$; X_2: $(q \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$

X_3: $p \wedge (r \rightarrow s)$ X_4: $s \vee \neg p$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	$q \vee r$	$p \vee \neg p$	X_1	$q \rightarrow q \vee r$	$q \rightarrow s$	X_2	$r \rightarrow s$	X_3	X_4	$(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

1. Es un conjunto insatisfacible:

a) $\{X_2, X_3\}$
b) $\{X_3, X_4\}$
c) $\{X_1, X_2\}$

X_1	X_2	X_3	X_4
0	1	0	1
0	1	0	1
0	1	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
0	0	1	0
0	1	1	1
0	0	0	0
0	1	1	1

2. La interpretación $p = 1$, $q = 1$, $r = 1$, $s = 1$ satisface:

a) $\{X_1, X_3\}$
b) $\{X_3, X_4\}$
c) $\{X_1, X_2\}$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1

3. X_4 es consecuencia lógica de:

a) $X_2 \wedge X_3$

b) X_3

c) $\neg X_1$

X_1	X_2	X_3	$X_2 \wedge X_3$	X_4
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1
0	0	0	0	1
0	1	0	0	1
0	0	0	0	1
0	1	0	0	1
0	0	1	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1

4. Es una tautología:

a) $X_3 \rightarrow X_4$

b) $(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$

c) $\neg X_1 \rightarrow X_4$

X_1	X_2	X_3	$X_2 \wedge X_3$	X_4	$(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$
0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	1

5. Sean φ_1, φ_2 y Ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si: $\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \Psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) $\{ \varphi_1, \varphi_2 \} \vDash \Psi$

b) $\{ \varphi_1, \Psi \} \vDash \neg\varphi_2$

c) $\neg ((\varphi_1, \varphi_2) \rightarrow \Psi)$ es insatisfacible

$\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \Psi)$

$\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2) \vee \neg\Psi$

$(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \neg\Psi$

$\{\varphi_1 \wedge \varphi_2\} \vDash \neg\Psi$

$\{\varphi_1 \wedge \Psi\} \vDash \neg\varphi_2$

Y_1: $\forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$

Y_2: $\exists x\, (Qx \leftrightarrow Mx)$

Y_3: $\forall x \forall y\, (x = y \rightarrow Qx \wedge M f(y))$

6. Es equivalente a Y_2: $\exists x\, (Qx \leftrightarrow Mx)$

   a) $\exists z\, ((Qz \wedge Mz) \vee (\neg Qz \wedge \neg Mz))$

   b) $\exists z\, ((Qz \wedge Mz) \wedge (\neg Qz \wedge \neg Mz))$

   c) $\exists z\, ((Qz \vee Mz) \vee (\neg Qz \vee \neg Mz))$

7. ¿Qué interpretación sobre el universo U = {1,2} satisface Y_3?:

a) Q = {1}, M = {1}, $f(1) = 1$, $f(2) = 2$

$\forall x \forall y(x = y$		$\rightarrow$	$Qx \wedge M f(y))$		
1	$1 = 1$	$\rightarrow$	$Q_1 \wedge M_1$	$V \rightarrow V$	V
2	$2 = 2$	$\rightarrow$	$Q_2 \wedge M_2$	$V \rightarrow F$	F

b) Q = {1,2}, M = {2}, f(1) = 2, f(2) = 2

$\forall x \forall y(x = y \to Qx \wedge Mf(y))$					
1	$1 \neq 2$	$\to$	$Q_1 \wedge M_2$	F $\to$ V	V
2	$2 = 2$	$\to$	$Q_2 \wedge M_2$	V $\to$ V	V

c) Q = {1,2}, M = {2}, f(1) = 2, f(2) = 1

$\forall x \forall y(x = y \to Qx \wedge Mf(y))$					
1	$1 = 1$	$\to$	$Q_1 \wedge M_1$	V $\to$ F	F
2	$2 \neq 1$	$\to$	$Q_2 \wedge M_1$	F $\to$ V	V

8. ¿Qué interpretación sobre el universo U = {1,2} NO satisface $Y_1 : \forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$?:

a) R = {(1,1),(2,2)}, Q = {1}

b) R = {(1,1),(1,2)}, Q = $\varnothing$

c) R = {(1,1),(1,2),(2,1) (2,2)}, Q = {2}

9. Sea P cualquier predicado diádico (de aridad 2) en lógica de predicados. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es equivalente a $\neg\forall x\exists yPxy$?

a) $\exists x\exists y\neg Pxy$

b) $\forall x\forall y\neg Pxy$

c) $\exists x\neg\exists yPxy$

10. ¿Es posible establecer una biyección entre el conjunto $\mathbb{N}$ y el conjunto potencia de $\mathbb{N}$?

a) Sí
b) No
c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de establecer una biyección entre ambos.

11. ¿Cuál de las siguientes funciones definidas de $\mathbb{Z}$ en $\mathbb{Z}$ es inyectiva?

a) $f(z) = z+5$
b) $f(z) = z^2$
c) $f(z) = z^4+4$

12. ¿Cuál de las siguientes relaciones es una función de $X = \{a,b,c\}$ a $Y = \{1,2,3\}$?

a) $\{(a,1),(b,2),(a,3)\}$
b) $\{(b,1),(c,2),(b,3),(a,2)\}$
c) $\{(c,1),(b,1),(a,1)\}$

13. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cap \sim A$?

a) E

b) $A \cap \sim E$

c) $A \cap \sim \varnothing$

14. Sea A un conjunto finito cualquiera, y sea $n = |A|$. ¿Cuál es la cardinalidad el conjunto potencia de A?

a) n^n
b) n^2
c) 2^n

15. Un seleccionador de fútbol ha acudido a la Eurocopa de 2012 con 6 delanteros. Si sólo escogerá para jugar a 3 de ellos, ¿de cuántas formas puede hacerlo?

a) $6 \cdot 3$

b) 6^3

c) $(6 \cdot 5 \cdot 4)/(3 \cdot 2)$

$$C(n,r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!} = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2}$$

16. ¿Cómo se denomina un camino en un digrafo en el que todos los nodos son distintos?

a) Ciclo
b) Camino sencillo
c) Camino elemental

17. Sea G un grafo dirigido sencillo sin bucles que tiene n nodos. ¿Cuál es el máximo valor que puede tomar el grado total de un nodo de G?

a) $n - 1$.
b) $2n - 2$.
c) $2n$.

18. Si para todo par de nodos x e y de un grafo G se cumple que x es alcanzable desde y entonces se dice que G es…

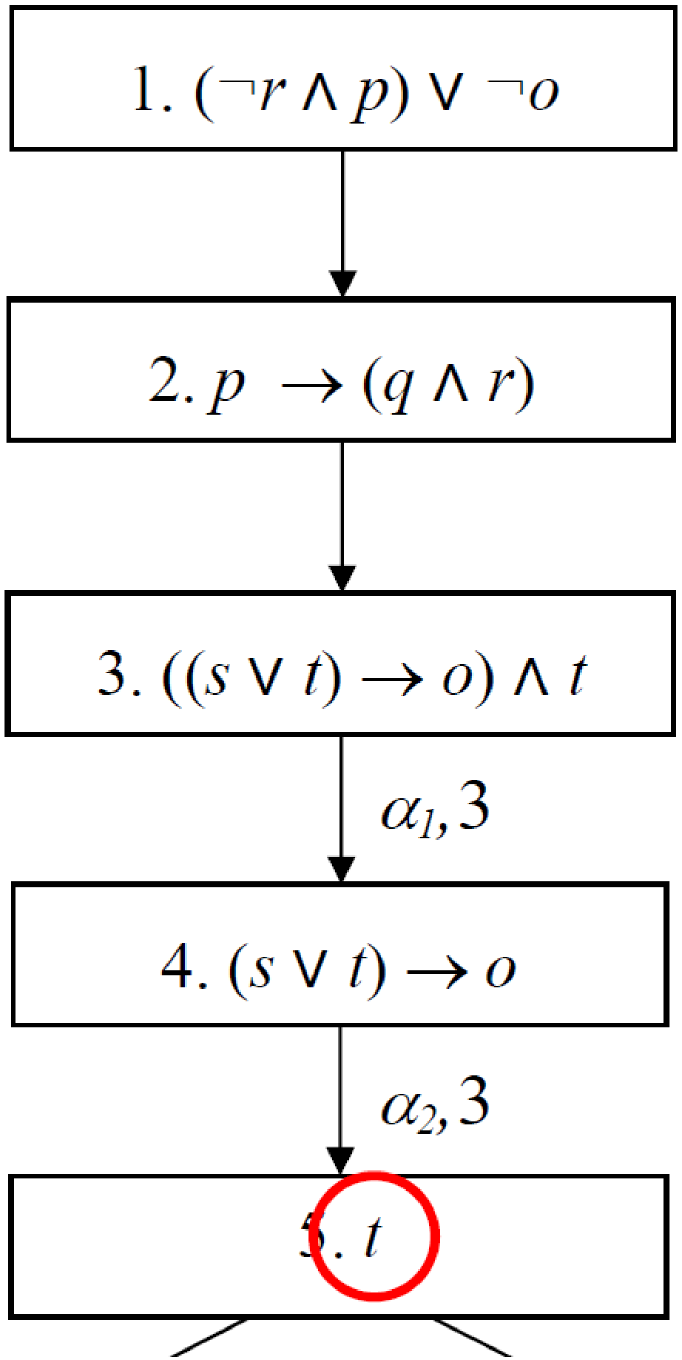
a) Un árbol.
b) Conexo.
c) Fuertemente conexo.

Pregunta de desarrollo Septiembre 2013 B

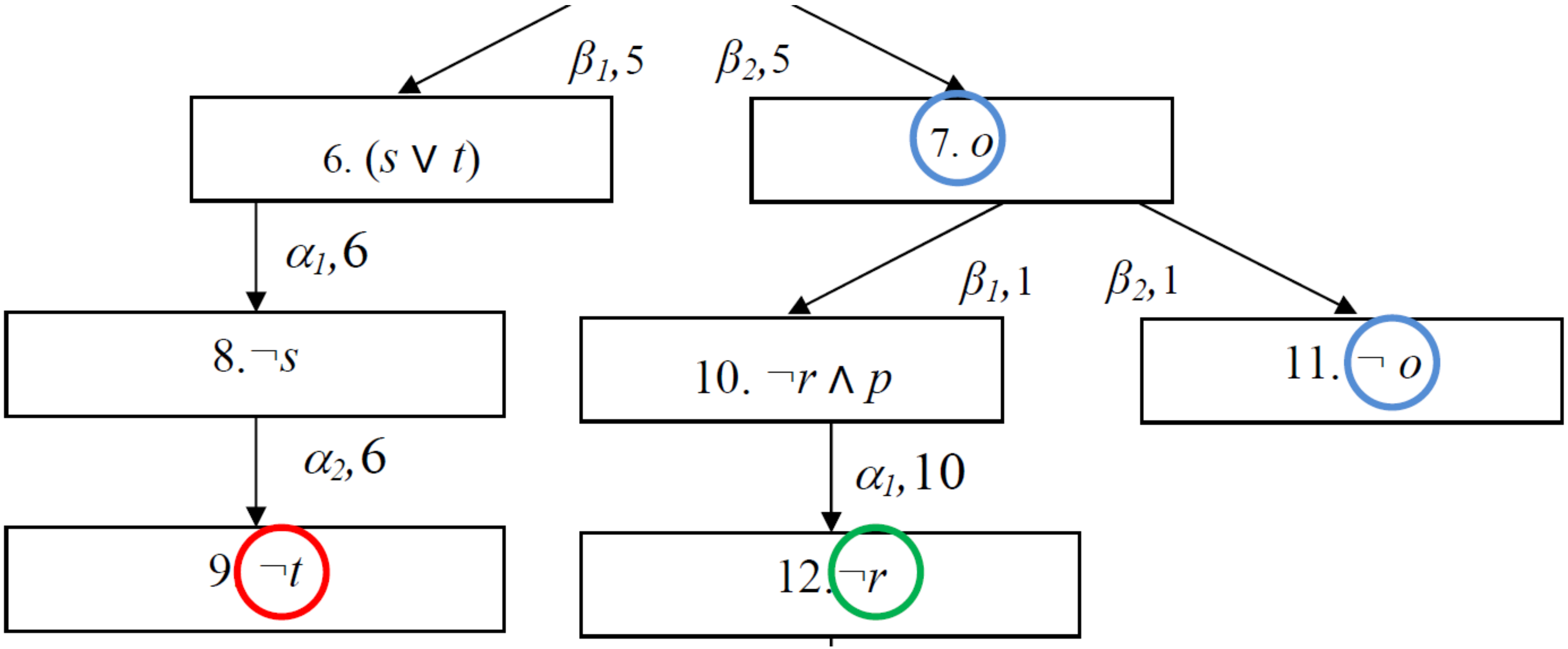
Sean las siguientes fórmulas

Z_1: $(\neg r \wedge p) \vee \neg o$; Z_2: $p \rightarrow (q \wedge r)$; Z_3: $((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$

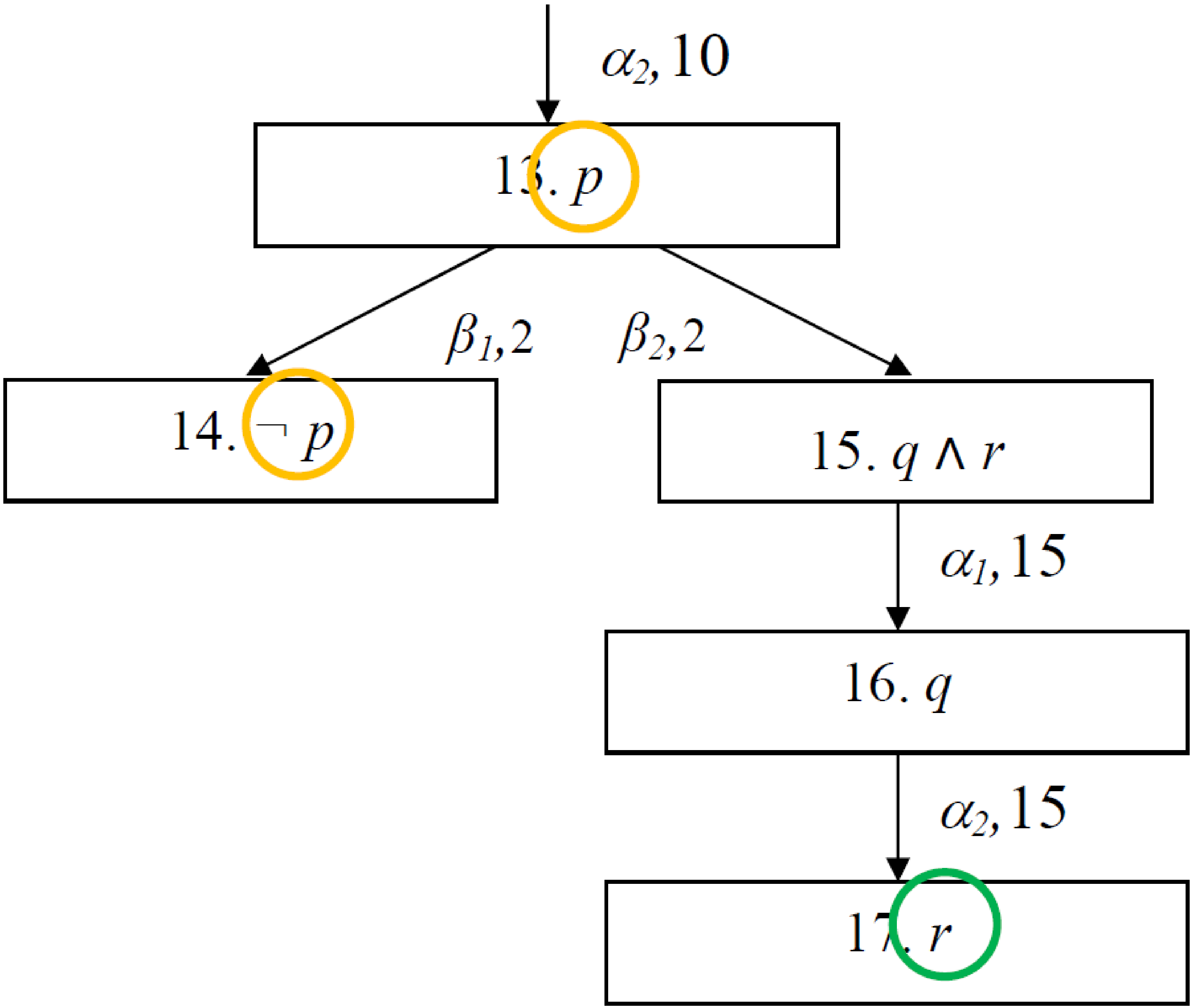
Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento: $\{Z_1, Z_2\} \vDash \neg Z_3$



1. $(\neg r \wedge p) \vee \neg o$
2. $p \rightarrow (q \wedge r)$
3. $((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$
$\alpha_1, 3$
4. $(s \vee t) \rightarrow o$
$\alpha_2, 3$
5. t



β_1, 5
β_2, 5
6. $(s \vee t)$
7. o
α_1, 6
β_1, 1
β_2, 1
8. $\neg s$
10. $\neg r \wedge p$
11. $\neg o$
α_2, 6
α_1, 10
9. $\neg t$
12. $\neg r$



α_2, 10
13. p
β_1, 2
β_2, 2
14. $\neg p$
15. $q \wedge r$
α_1, 15
16. q
α_2, 15
17. r

Septiembre 2013
D

Datos

X_1: $\neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$

X_2: $(q \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$

X_3: $p \wedge (r \rightarrow s)$

X_4: $s \vee \neg p$

Y_1: $\forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$

Y_2: $\exists x\, (Qx \leftrightarrow Mx)$

Y_3: $\forall x \forall y\, (x = y \rightarrow Qx \wedge Mf(y))$

X_1: $\neg((q \vee r) \rightarrow (p \vee \neg p))$; X_2: $(q \rightarrow q \vee r) \wedge (q \rightarrow s)$

X_3: $p \wedge (r \rightarrow s)$ X_4: $s \vee \neg p$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	$q \vee r$	$p \vee \neg p$	X_1	$q \rightarrow q \vee r$	$q \rightarrow s$	X_2	$r \rightarrow s$	X_3	X_4	$(X_2 \wedge X_3) \rightarrow X_4$
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1

1. La interpretación $p = 1$, $q = 1$, $r = 1$, $s = 1$ satisface:

a) $\{X_1, X_3\}$
b) $\{X_3, X_4\}$
c) $\{X_1, X_2\}$

p	q	r	s	$\neg p$	$\neg q$	$\neg r$	$\neg s$	X_1	X_2	X_3	X_4
1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1

2. Es equivalente a: X_1: $\neg((q \vee r) \to (p \vee \neg p))$

a) $(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$

b) $\neg(q \vee r) \wedge \neg(p \vee \neg p)$

c) $\neg(q \vee r) \to \neg(p \vee \neg p)$

3. Es un conjunto insatisfacible:

a) $\{X_2, X_3\}$
b) $\{X_3, X_4\}$
c) $\{X_1, X_2\}$

X_1	X_2	X_3	X_4
0	1	0	1
0	1	0	1
0	1	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1
0	1	0	1
0	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
0	0	1	0
0	1	1	1
0	0	0	0
0	1	1	1

4. X_4 es consecuencia lógica de:

a) $X_2 \wedge X_3$
b) X_3
c) $\neg X_1$

X_1	X_2	X_3	$X_2 \wedge X_3$	X_4
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1
0	1	0	0	1
0	0	0	0	1
0	1	0	0	1
0	0	0	0	1
0	1	0	0	1
0	0	1	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
0	0	0	0	0
0	1	1	1	1

5. Sean φ_1, φ_2 y Ψ cualesquiera tres fórmulas de lógica proposicional. Si: $\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \Psi)$ es tautología, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

a) $\{ \varphi_1, \varphi_2 \} \models \Psi$

b) $\{ \varphi_1, \Psi \} \models \neg\varphi_2$

c) $\neg ((\varphi_1, \varphi_2) \rightarrow \Psi)$ es insatisfacible

$\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2 \wedge \Psi)$

$\neg (\varphi_1 \wedge \varphi_2) \vee \neg\Psi$

$(\varphi_1 \wedge \varphi_2) \rightarrow \neg\Psi$

$\{\varphi_1 \wedge \varphi_2\} \models \neg\Psi$

$\{\varphi_1 \wedge \Psi\} \models \neg\varphi_2$

Y_1: $\forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$

Y_2: $\exists x\, (Qx \leftrightarrow Mx)$

Y_3: $\forall x \forall y\, (x = y \rightarrow Qx \wedge M f(y))$

6. ¿Qué interpretación sobre el universo U = {1,2} NO satisface Y_1 : $\forall x \forall y\, Rxy \rightarrow \neg \exists z Qz$?:

a) R = {(1,1),(2,2)}, Q = {1}

b) R = {(1,1),(1,2)}, Q = ∅

c) R = {(1,1),(1,2),(2,1) (2,2)}, Q = {2}

7. Es equivalente a Y_2: $\exists x\,(Qx \leftrightarrow Mx)$

a) $\exists z\,((Qz \wedge Mz) \vee (\neg Qz \wedge \neg Mz))$

b) $\exists z\,((Qz \wedge Mz) \wedge (\neg Qz \wedge \neg Mz))$

c) $\exists z\,((Qz \vee Mz) \vee (\neg Qz \vee \neg Mz))$

8. ¿Qué interpretación sobre el universo U = {1,2} satisface Y_3?:

a) Q = {1}, M = {1}, $f(1) = 1$, $f(2) = 2$

$\forall x \forall y($	$x = y$	$\rightarrow$	$Qx \wedge M f(y))$		
1	$1 = 1$	$\rightarrow$	$Q_1 \wedge M_1$	V $\rightarrow$ V	V
2	$2 = 2$	$\rightarrow$	$Q_2 \wedge M_2$	V $\rightarrow$ F	F

b) Q = {1,2}, M = {2}, $f(1) = 2$, $f(2) = 2$

$\forall x \forall y(x = y \to Qx \wedge Mf(y))$					
1	$1 \neq 2$	$\to$	$Q_1 \wedge M_2$	F $\to$ V	V
2	$2 = 2$	$\to$	$Q_2 \wedge M_2$	V $\to$ V	V

c) Q = {1,2}, M = {2}, $f(1) = 2$, $f(2) = 1$

$\forall x \forall y(x = y \to Qx \wedge Mf(y))$					
1	$1 = 1$	$\to$	$Q_1 \wedge M_1$	V $\to$ F	F
2	$2 \neq 1$	$\to$	$Q_2 \wedge M_1$	F $\to$ V	V

9. ¿Qué interpretación sobre el universo U = {1,2} satisface Y_2?:

a) Q = {2}, M = {1}

b) Q = {1,2}, M = {2}

c) Q = {1,2}, M = ∅

10. ¿Es posible establecer una biyección entre el conjunto $\mathbb{N}$ y el conjunto potencia de $\mathbb{N}$?

a) Sí
b) No
c) Dado que ambos conjuntos son infinitos, no tiene sentido hablar de establecer una biyección entre ambos.

11. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cup \sim A$?

a) E

b) $\varnothing$

c) $A \cap \sim \varnothing$

12. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cup E$?

a) E

b) $\varnothing$

c) $A \cap \sim\varnothing$

13. Sea A un conjunto cualquiera, y sea E el conjunto universal. ¿A qué fórmula de las siguientes es equivalente $A \cup \varnothing$?

a) E

b) $A \cap \sim E$

c) $A \cap \sim \varnothing$

14. ¿Cuál de las funciones es una sobreyección?

a) $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, $f(n) = n + 1$
b) $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(z) = z + 1$
c) $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, $f(z) = z^2 + 1$

15. Un seleccionador de fútbol ha acudido a la Eurocopa de 2012 con 7 defensas. Si sólo escogerá para jugar a 4 de ellos, ¿de cuántas formas puede hacerlo?

a) 7!/4!

b) 7!/ 4!·3!

c) 4^7

$$C(n,r)=\binom{n}{r}=\frac{n!}{r!\cdot(n-r)!}=\frac{7!}{3!\cdot(7-3)!}=\frac{7!}{4!\cdot 3!}$$

16. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones se cumple para cualquier árbol de expansión?

a) Es conexo y acíclico
b) Es no conexo y acíclico
c) Es conexo y puede contener ciclos.

17. Si para todo par de nodos *x* e *y* de un grafo *G* se cumple que *x* es alcanzable desde *y* entonces se dice que *G* es..

a) Un árbol.
b) Conexo.
c) Fuertemente conexo.

18. El grado total de un nodo en un grafo dirigido…

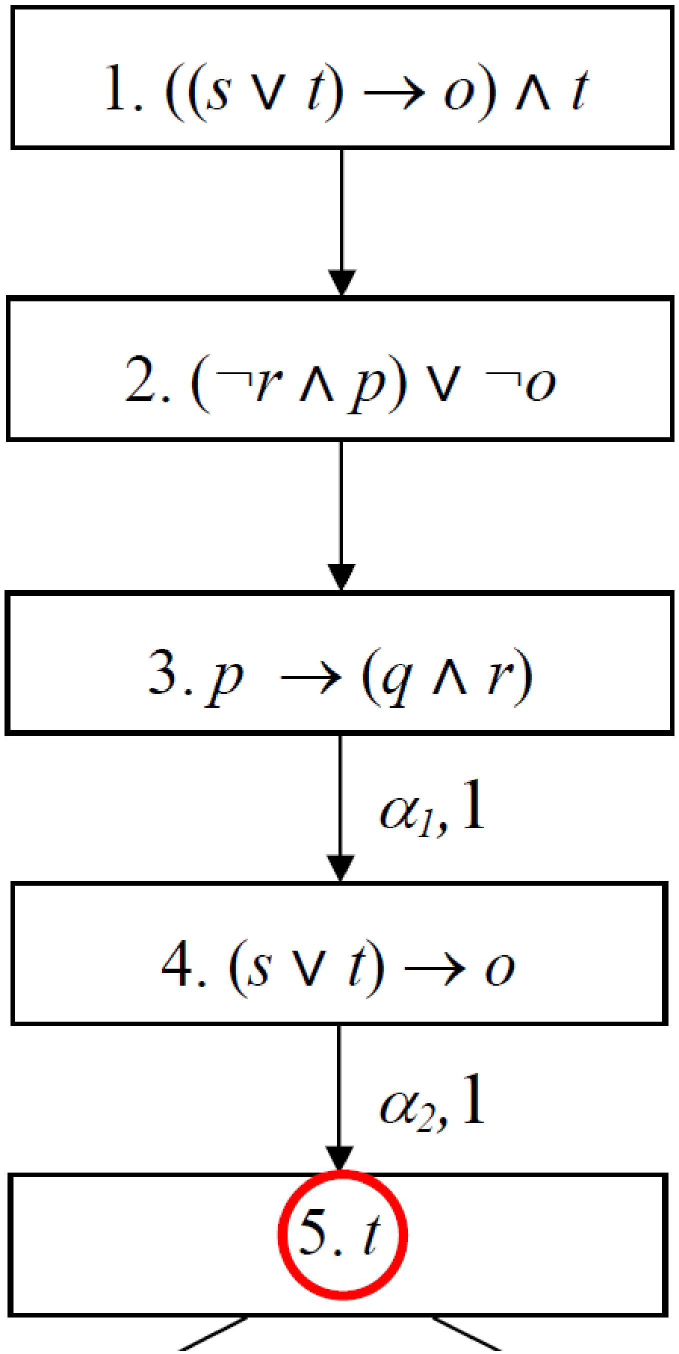
a) Es la suma de sus grados de entrada y de salida.
b) Siempre es un número par.
c) Es el número de nodos que se pueden alcanzar desde él.

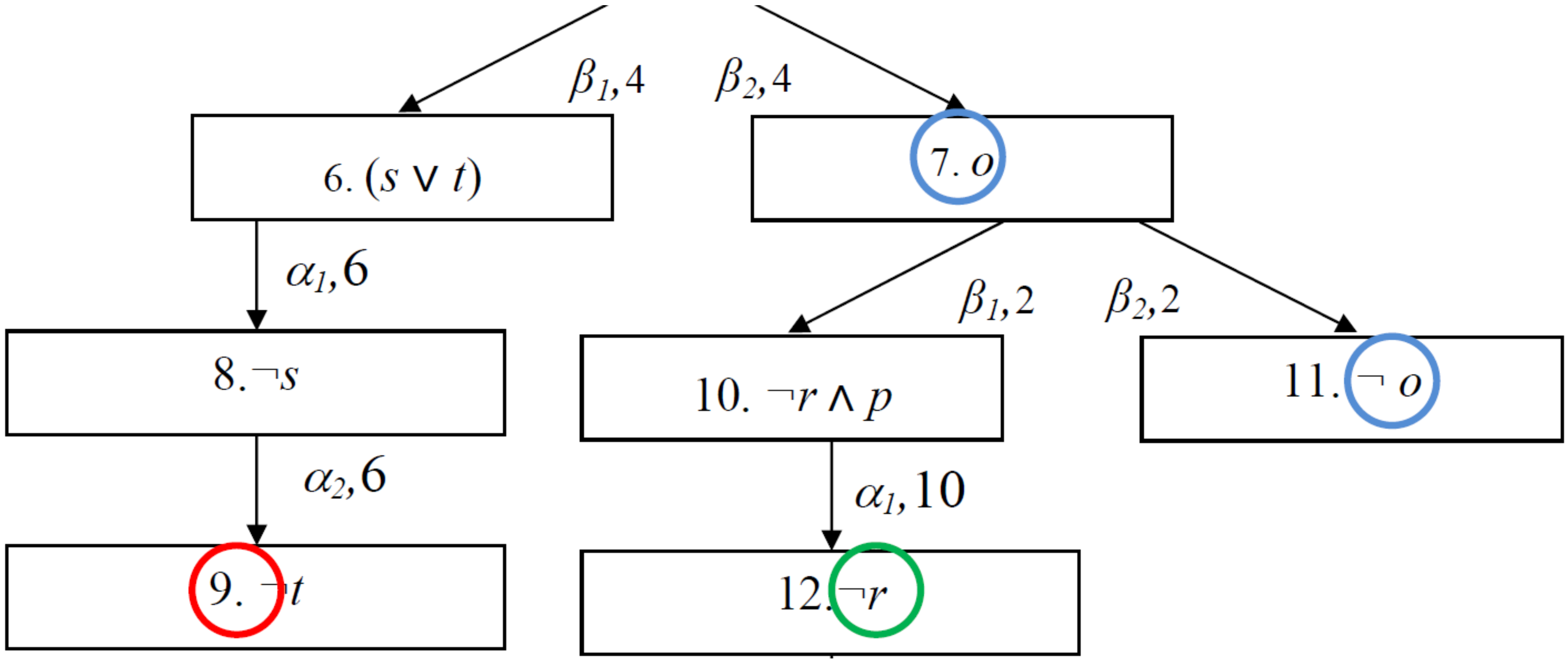
Pregunta de desarrollo Septiembre 2013 D

Sean las siguientes fórmulas

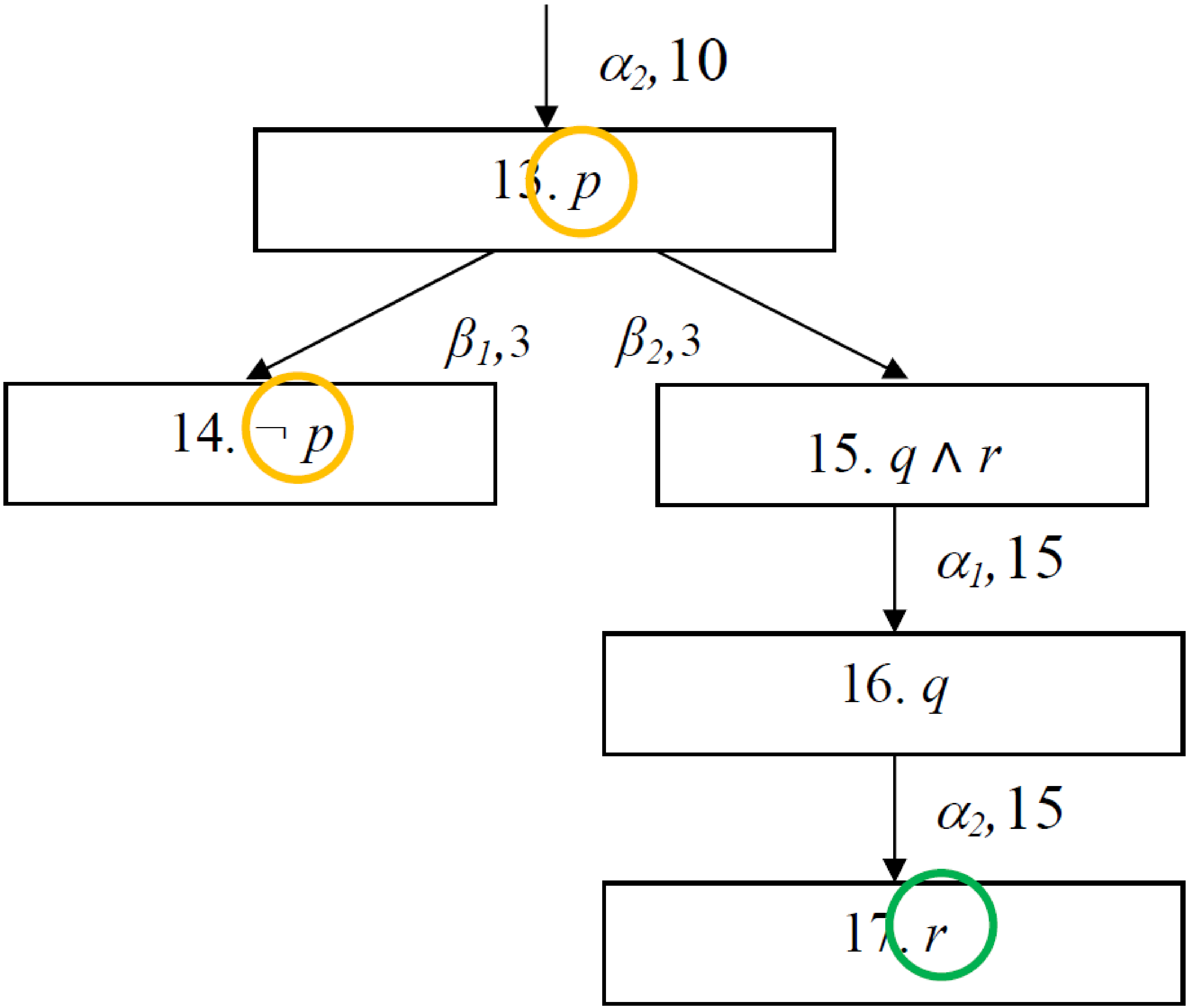
Z_1: $p \rightarrow (q \wedge r)$; Z_2: $((s \vee t) \rightarrow o) \wedge t$; Z_3: $(\neg r \wedge p) \vee \neg o$

Demuestre mediante un tableau que es correcto el siguiente argumento: $\{Z_2, Z_3\} \vDash \neg Z_1$


1. $((s \lor t) \rightarrow o) \land t$
2. $(\neg r \land p) \lor \neg o$
3. $p \rightarrow (q \land r)$
$\alpha_1, 1$
4. $(s \lor t) \rightarrow o$
$\alpha_2, 1$
5. t



β1,4
β2,4
6. (s ∨ t)
7. o
α1,6
β1,2
β2,2
8.¬s
10. ¬r ∧ p
11. ¬ o
α2,6
α1,10
9. ¬t
12.¬r



α_2, 10
13. p
β_1, 3
β_2, 3
14. $\neg p$
15. $q \wedge r$
α_1, 15
16. q
α_2, 15
17. r