

# Tema 4 Combinatoria

## Principios Básicos de la combinatoria

La combinatoria es una disciplina que se ocupa de estudiar técnicas de conteo y enumeración de conjuntos, en especial cuando la cantidad de elementos que poseen es muy grande. Aplicada a la teoría de probabilidades permite en muchos casos determinar la cantidad de elementos de un espacio de muestra finito y la cantidad de elementos de algún evento de interés.

### Principio de la adición:

Si una tarea se puede realizar de dos formas posibles, dando la primera  $m$  resultados posibles y la segunda  $n$  resultados posibles, entonces la tarea completa se puede arrojar  $m+n$  formas posibles.

### Principio de la multiplicación:

Si una experiencia está compuesta de varias etapas y cada una de ellas admite diferentes posibilidades, el número total de situaciones posibles se obtendrá multiplicando.

## Variaciones

Sea  $A$  un conjunto con  $n$  elementos y  $r \leq n$ , llamaremos variación de orden  $r$  a toda lista ordenada formada por  $r$  elementos distintos de entre los  $n$  elementos de  $A$ .

Dos listas serán distintas si difieren en algún elemento o en el orden.

El número total de listas se indica:  $V(n, r)$ .

$$V(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

## Variaciones con repetición

Si en la definición anterior podemos repetir elementos obtendremos las variaciones con repetición que se representan por:

$$VR(n, r) = n^r$$

## Permutaciones

Sea  $A$  un conjunto finito formado por  $n$  elementos, una permutación de  $A$  es una lista ordenada formada por los  $n$  elementos de  $A$ . Dos permutaciones de  $A$  difieren en la colocación de al menos uno de los elementos. Las permutaciones son manera de distribuir objetos.

$$P(n) = n!$$

## Permutaciones con repetición

Sea  $A$  un conjunto finito con  $k$  elementos ( $k > 0$ ), una permutación con repetición de  $m$  elementos de  $A$ , es una lista en la que el elemento  $a_i$  se repite  $m_i$  veces. Dos listas son distintas si difieren en el orden de sus elementos.

$$PR_n^r = \frac{r!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

## Combinaciones

Sea  $A$  un conjunto finito formado por  $n$  elementos ( $n > 0$ ) y  $r$  un número natural  $r \leq n$ , una combinación de orden  $r$  de  $A$  es una lista de elementos de  $A$  distintos dos a dos. Diremos que dos combinaciones son diferentes si algún elemento de una lista no se encuentra en la otra. Las combinaciones son maneras de seleccionar objetos.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

## Combinaciones con repetición

Sea  $A$  un conjunto finito formado por  $n$  elementos ( $n > 0$ ) y  $r$  un número natural  $r \leq n$ , una combinación con repetición de orden  $r$  de  $A$  es una lista de elementos de  $A$  en donde los elementos pueden repetirse. Diremos que dos combinaciones con repetición son diferentes si algún elemento de una de las dos listas no se encuentra en la otra.

$$CR(n, r) = \binom{n+r-1}{r}$$

## Números combinatorios

$$C_{nr} = \binom{n}{r} = \frac{V_{nr}}{P_r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

## Binomio de newton

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^2 = \binom{2}{0}x^2 + \binom{2}{1}xy + \binom{2}{2}y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x + y)^3 = \binom{3}{0}x^3 + \binom{3}{1}x^2y + \binom{3}{2}xy^2 + \binom{3}{3}y^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$(x + y)^4 = \binom{4}{0}x^4 + \binom{4}{1}x^3y + \binom{4}{2}x^2y^2 + \binom{4}{3}xy^3 + \binom{4}{4}y^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

## RESUMEN

Tenemos  $n$  elementos y formamos grupos de  $r$ .

Agrupación	Importa el Orden	Puede Repetirse	En cada Agrupación	FÓRMULA
Variaciones	SI	NO	$r < n$	$V(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$
Variaciones Repetición	SI	SI	$r < n$	$VR(n, r) = n^r$
Permutaciones	SI	NO	$r = n$	$P(n) = n!$
Permutaciones Repetición	SI	SI	$r = n$	$PR_n^r = \frac{n!}{r_1! r_2! r_3! \dots}$
Combinaciones	NO	NO	$r \leq n$	$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$
Combinaciones Repetición	NO	SI	$r \leq n$	$CR(n, r) = \binom{n+r-1}{r}$